

ورقة عمل | حلّ هيئة معادلتين بطريقة المربّعات



تطبيق التدريب



الفيديو (6:19)

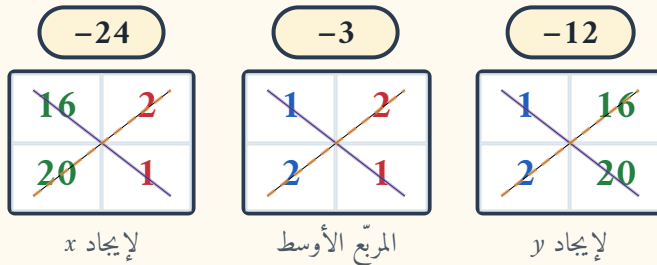
الاسم: _____

الصف: _____ التاريخ: _____

بعد هذه الورقة أستطيع أن أجد نقطة تقاطع مستقيمين بثلاثة مربّعات وبالحاسبة، وأن أتحقّق من الحلّ بالتعويض.

تذكير بالطريقة

1. نكتب المعادلتين بالترتيب نفسه: x أولاً، ثمّ y ، ثمّ إشارة المساواة والعدد $(a_1x + b_1y = c_1)$. معاملات x بالأزرق، معاملات y بالأحمر، والأعداد بعد المساواة بالأخضر.
2. المربّع الأوسط: العمود الأزرق ثمّ العمود الأحمر. المربّع الأيسر (لإيجاد x): الأخضر مكان الأزرق. المربّع الأيمن (لإيجاد y): الأخضر مكان الأحمر.
3. في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد، ونكتب العدد مع إشارته فوق المربّع.
4. $x = \text{الأيسر} \div \text{الأوسط}$ ، $y = \text{الأيمن} \div \text{الأوسط}$ ، ثمّ نتحقّق بالتعويض في المعادلتين.



$$y = -12 \div (-3) = 4 \quad x = -24 \div (-3) = 8$$

نقطة التقاطع (8, 4) · تحقّق: $2 \cdot 8 + 4 = 20$ ✓ $8 + 2 \cdot 4 = 16$ ✓

مثال محلول (من الفيديو)

$$x + 2y = 16$$

$$2x + y = 20$$

$$1 \times 1 - 2 \times 2 = -3$$

$$16 \times 1 - 20 \times 2 = -24$$

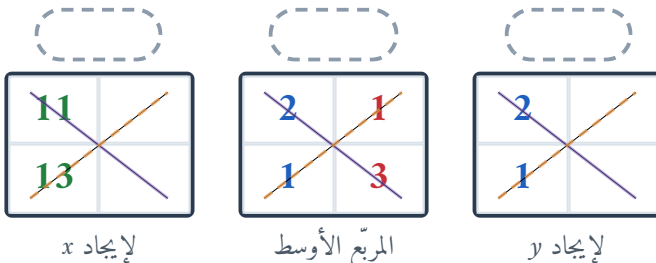
$$1 \times 20 - 2 \times 16 = -12$$

أ. تمرين موجه — أكلوا ما ينقص

المستوى: أساسي

أكلوا المربّعات ثمّ احسبوا

تمرين 1



$$2x + y = 11$$

$$x + 3y = 13$$

الأوسط: $2 \times 3 - 1 \times 1 = \underline{\quad}$ الأيسر: $11 \times \underline{\quad} - 13 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$ الأيمن: $11 \times \underline{\quad} - 13 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

النقطة: ($\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$) $y = \underline{\quad} \div \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $x = \underline{\quad} \div \underline{\quad} = \underline{\quad}$

تحقّق بالتعويض: _____

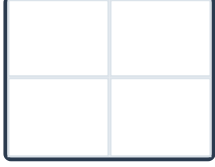
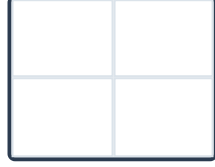
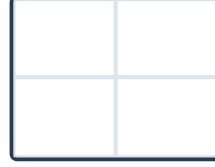
ب. ارسّموا المربّعات بأنفسكم

في كلّ تمرين: اكتبوا الأعداد في المربّعات الثلاثة بالألوان (أو بالقلم)، واحسبوا فوق كلّ مربع، ثمّ جدّوا x و y وتحقّقوا.

المستوى: أساسي

تمرين 2 معاملات 1 غير مكتوبة

انتبهوا: عندما لا يكتب عدد قبل المتغيّر فالمعامل هو 1.

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$x + y = 10$$

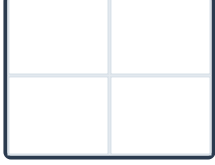
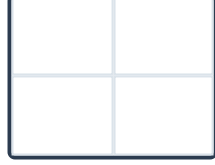
$$2x + y = 14$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقّق بالتعويض: _____

المستوى: أساسي

تمرين 3 هيئة معادلتين

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$3x + 2y = 19$$

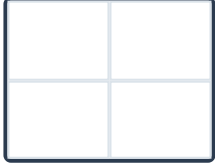
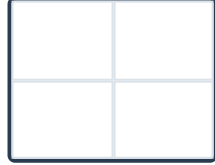
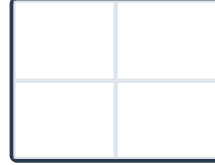
$$x + 4y = 13$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقّق بالتعويض: _____

المستوى: أساسي

تمرين 4 هيئة معادلتين

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$5x + 2y = 29$$

$$3x + y = 16$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقّق بالتعويض: _____

ج. انتبهوا للإشارات

الإشارة التي قبل العدد تنتقل معه إلى المربع: في $2x - y = 7$ معامل y هو -1 . على الحاسبة نكتب العدد السالب بين قوسين.

تمرين 5 معامل سالب

المستوى: متوسط

---	---	---

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$\begin{aligned} 2x - y &= 7 \\ x + 3y &= 14 \end{aligned}$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقق بالتعويض: _____

تمرين 6 حل سالب

المستوى: متوسط

---	---	---

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 2 \\ x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقق بالتعويض: _____

تمرين 7 رتبوا أولاً

المستوى: متوسط

المعادلتان ليستا بالترتيب. اكتبوا أولاً كلّ معادلة بالصورة $ax + by = c$ (انقلوا x إلى الطرف الأيسر مع تغيير إشارته)، ثم أكلوا.

---	---	---

لايجاد x

المربع الأوسط

لايجاد y

$$\begin{aligned} y + 3x &= 13 \\ 2y &= x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{_____} x + \text{_____} y &= \text{_____} \leftarrow \\ \text{_____} x + \text{_____} y &= \text{_____} \end{aligned}$$

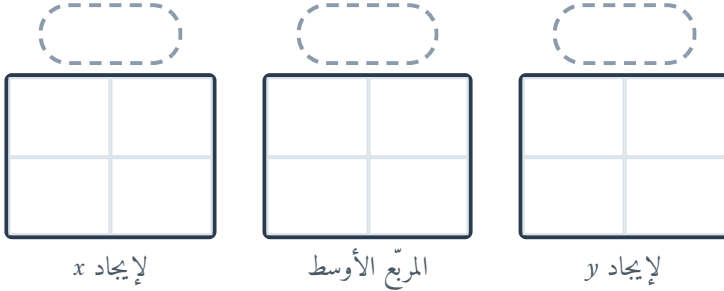
النقطة: (_____ , _____) $y = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$ $x = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

تحقق بالتعويض: _____

د. أعداد البجروت — الحاسبة تساعدنا

تمرين 8 أعداد كبيرة

المستوى: متقدّم



$$40x + 25y = 1000$$

$$10x + 20y = 470$$

النقطة: (_____ , _____) $y = \text{_____} \div \text{_____} = \text{_____}$ $x = \text{_____} \div \text{_____} = \text{_____}$

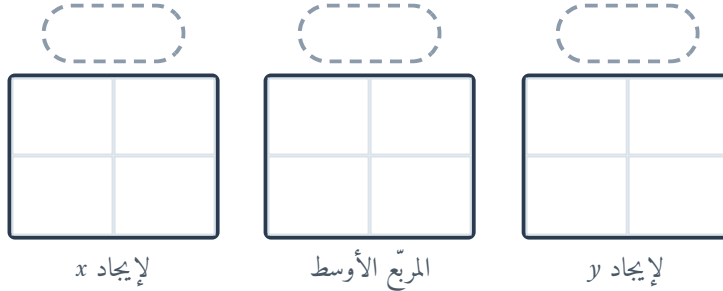
تحقق بالتعويض: _____

تمرين 9 ورشة نجارة

المستوى: متقدّم

ورشة نجارة تصنع طاولات وكراسي. نرمز بـ x إلى عدد الطاولات وبـ y إلى عدد الكراسي في الأسبوع. صنع طاولة يحتاج 3 ساعات عمل، وصنع كرسي يحتاج ساعتين. في الورشة 120 ساعة عمل في الأسبوع. طاولة تحتاج 5 أمتار من الخشب، وكرسي يحتاج مترين. في الورشة 152 متراً من الخشب في الأسبوع.

1. اكتبوا معادلة المستقيم الذي تُستغلّ فيه كلّ ساعات العمل، ومعادلة المستقيم الذي يُستغلّ فيه كلّ الخشب.
2. جدوا نقطة تقاطع المستقيمين بطريقة المربعات.
3. ماذا تعني هذه النقطة في سياق السؤال؟

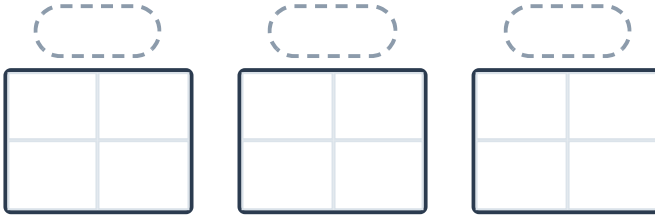


هـ. تحدّ ومراجعة سريعة

تحدّ: ماذا حدث هنا؟

تمرين 10

المستوى: متقدّم

لإيجاد x

المربع الأوسط

لإيجاد y

$$2x + 4y = 10$$

$$x + 2y = 7$$

احسبوا المربّعات الثلاثة. ما العدد الذي فوق المربع الأوسط؟ لماذا لا نستطيع إيجاد x و y ؟ ماذا يعني ذلك عن المستقيمين؟ (تلميح: قارنوا المعادلة الأولى بضعف المعادلة الثانية.)

14-11

تمرين سريع: حلّوا في الدفتر وأكلوا الجدول

مختلط

تمرين	الهئية	الأوسط	الأيسر	الأيمن	x	y
11	$4x + y = 22$ $x + y = 7$					
12	$2x + 5y = 1$ $3x - 2y = 11$					
13	$6x + 4y = 52$ $3x + 5y = 38$					
14	$30x + 20y = 900$ $10x + 40y = 800$					

قيّموا أنفسكم: ☐ أبني المربّعات الثلاثة دون أخطاء ☐ أحسب «النازل ناقص الصاعد» مع الإشارات ☐ أقسم على العدد الأوسط ☐ أتحقّق بالتعويض دائماً

الإجابات النهائية | للتحقق بعد الحل

تمرين	الأوسط	الأيسر (لـ x)	الأيمن (لـ y)	نقطة التقاطع	القسم
1	5	20	15	(4 , 3)	$y = 15 \div 5 = 3$ $x = 20 \div 5 = 4$
2	-1	-4	-6	(4 , 6)	$y = -6 \div (-1) = 6$ $x = -4 \div (-1) = 4$
3	10	50	20	(5 , 2)	$y = 20 \div 10 = 2$ $x = 50 \div 10 = 5$
4	-1	-3	-7	(3 , 7)	$y = -7 \div (-1) = 7$ $x = -3 \div (-1) = 3$
5	7	35	21	(5 , 3)	$y = 21 \div 7 = 3$ $x = 35 \div 7 = 5$
6	-11	-22	22	(2 , -2)	$y = 22 \div (-11) = -2$ $x = -22 \div (-11) = 2$
7	7	14	49	(2 , 7)	$y = 49 \div 7 = 7$ $x = 14 \div 7 = 2$
8	550	8250	8800	(15 , 16)	$y = 8800 \div 550 = 16$ $x = 8250 \div 550 = 15$
9	-4	-64	-144	(16 , 36)	$y = -144 \div (-4) = 36$ $x = -64 \div (-4) = 16$
10	0	-8	4	لا توجد نقطة تقاطع: المستقيمان متوازيان (الأوسط = 0)	
11	3	15	6	(5 , 2)	$y = 6 \div 3 = 2$ $x = 15 \div 3 = 5$
12	-19	-57	19	(3 , -1)	$y = 19 \div (-19) = -1$ $x = -57 \div (-19) = 3$
13	18	108	72	(6 , 4)	$y = 72 \div 18 = 4$ $x = 108 \div 18 = 6$
14	1000	20000	15000	(20 , 15)	$y = 15000 \div 1000 = 15$ $x = 20000 \div 1000 = 20$

ملاحظات للحلّ

- تمرين 7: الهيئة المرتبة $3x + y = 13$ و $-x + 2y = 12$.
- تمرين 9: $3x + 2y = 120$ (ساعات العمل) و $5x + 2y = 152$ (الخشب). نقطة التقاطع (16 , 36): صنع 16 طاولة و 36 كرسيًا في الأسبوع يستغلّ كلّ ساعات العمل وكلّ الخشب معًا.
- تمرين 10: الطرف الأيسر في المعادلة الأولى ($2x + 4y$) هو ضعف الطرف الأيسر في الثانية ($x + 2y$)، لكنّ 10 ليس ضعف 7 ($10 \neq 14 = 2 \cdot 7$): المستقيمان متوازيان ولا يلتقيان. عندما يكون العدد الأوسط صفرًا لا نقسم.

للمزيد: تمارين التمهيد 9 في الفصل 2 من كراسة 372، وتطبيق التدريب في mathbagrut.com/tools/box-method — هيئة جديدة في كلّ مرّة.