

حلول امتحان البجروت 372

شتاء 2026، الموعد أ . النسخة أ

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نُجيب عن أربعة من الأسئلة الستة، عن سؤال واحد على الأقل من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال 27 درجة، والمجموع 100 درجة على الأكثر. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com - حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربي الرسمي لامتحان وزارة التربية والتعليم، شتاء 2026، حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . كعكات الشوكولاتة والجبنة

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 2 - 10 ، 12

1. في مخبز الحيّ، يحضّرون كعكات من نوعين: كعكات شوكولاتة وكعكات جبنة. عملية تحضير كلّ كعكة تتضمن مرحلتين أساسيتين: تحضير الخليط بالآلة، والخبز بالفرن. في دورة إنتاج عادية، يمكن تشغيل آلة الخلط 48 دقيقة على الأكثر، وفرن الخبز 360 دقيقة على الأكثر. الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لتحضير كلّ واحدة من الكعكتين والربح من بيع كلّ كعكة.

نوع الكعكة	زمن تحضير الخليط (بالدقائق)	زمن الخبز (بالدقائق)	الربح (بالشواكل)
كعكة الشوكولاتة	4	20	47
كعكة الجبنة	4	60	60

نرمز بـ x إلى عدد كعكات الشوكولاتة وبـ y إلى عدد كعكات الجبنة، التي يحضّرونها في هذا المخبز في دورة إنتاج.

أ. اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة.

أمامكم رسم للمجال الممكن الناتج من هيئة اضطرابات المسألة.

ب. جدوا إحداثيات النقاط A و B و C .

ج. (1) اكتبوا دالة الهدف لربح المخبز من بيع الكعكات.

(2) جدوا كم كعكة شوكولاتة وكم كعكة جبنة يجب

تحضيرها في دورة إنتاج لجني أكبر ربح ممكن.

خلال إحدى دورات الإنتاج حدث انقطاع للكهرباء،

لذلك تقلّصت أزمّة تشغيل آلة الخلط والفرن.

في دورة الإنتاج هذه، حضّروا في المخبز 9 كعكات شوكولاتة وكعكتي جبنة.

د. جدوا بكم قلّ ربح المخبز في دورة الإنتاج التي حدث خلالها انقطاع للكهرباء بالمقارنة مع أكبر ربح

ممكن في دورة إنتاج عادية.

البند أ

في مخبز الحيّ، يحضّرون كعكات من نوعين: كعكات شوكولاتة وكعكات جبنة. عملية تحضير كلّ كعكة تتضمن مرحلتين أساسيتين: تحضير الخليط بالآلة، والخبز بالفرن. في دورة إنتاج عادية، يمكن تشغيل آلة الخلط 48 دقيقة على الأكثر، وفرن الخبز 360 دقيقة على الأكثر. الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لتحضير كلّ واحدة من الكعكتين والربح من بيع كلّ كعكة. نرمز بـ x إلى عدد كعكات الشوكولاتة وبـ y إلى عدد كعكات الجبنة، التي يحضّرونها في هذا المخبز في دورة إنتاج. اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة.

1 . جدول المعطيات

نأخذ جدول السؤال، ونضرب زمن الكعكة وربحها بعدد الكعكات من نوعها.

نوع الكعكة	العدد	تحضير الخليط (دقيقة)	الخبز (دقيقة)	الربح (شيكل)
شوكولاتة	x	$4x$	$20x$	$47x$
جبنة	y	$4y$	$60y$	$60y$
المجموع والحد		$4x + 4y \leq 48$	$20x + 60y \leq 360$	$P = 47x + 60y$

2 . هيئة الاضطرارات

«على الأكثر» $\Leftarrow$ الإشارة $\leq$ ؛ لا يوجد عدد سالب من الكعكات.

$$4x + 4y \leq 48$$

$$20x + 60y \leq 360$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

3 . فحص

إذا لم نحضر كعكات، نحصل على $0 \leq 48$ و $0 \leq 360$ ، وهذا صحيح ✓

الجواب النهائي

$$4x + 4y \leq 48, \quad 20x + 60y \leq 360, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

البند ب

أمامكم رسم للجال الممكن الناتج من هيئة اضطرارات المسألة.
جدوا إحداثيات النقاط A و B و C .

1 . التقاطعات مع المحورين

مع محور y : نضع $x = 0$	مع محور x : نضع $y = 0$	المستقيم
$(0, 12)$	$(12, 0)$	$4x + 4y = 48$
$(0, 6)$	$(18, 0)$	$20x + 60y = 360$

على كل محور نأخذ أصغر نقطة تقاطع، كي يتحقق الاضطراران: $A(0, 6)$ و $B(12, 0)$.

نقطة الفحص $O(0,0)$ تتحقق الاضطرارين؛ المجال في الجهة التي فيها نقطة الأصل وفي الربع الأول فقط.

2. الرأس C بالتعويض

نقسم المعادلة الأولى على 4: $x + y = 12$ ، إذن $y = 12 - x$.

$$20x + 60(12 - x) = 360$$

$$20x + 720 - 60x = 360$$

$$-40x = -360$$

$$x = 9$$

$$y = 12 - 9 = 3$$

إذن $C(9,3)$.

3. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 4x + 4y = 48 \\ 20x + 60y = 360 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 48 & 4 \\ \hline 360 & 60 \\ \hline \end{array} \quad D = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 4 \\ \hline 20 & 60 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 48 \\ \hline 20 & 360 \\ \hline \end{array}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 4 \cdot 60 - 20 \cdot 4 = 240 - 80 = 160$$

$$D_x = 48 \cdot 60 - 360 \cdot 4 = 2,880 - 1,440 = 1,440$$

$$D_y = 4 \cdot 360 - 20 \cdot 48 = 1,440 - 960 = 480$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{1,440}{160} = 9$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{480}{160} = 3$$

تحقق: $4 \cdot 9 + 4 \cdot 3 = 48$ ، $20 \cdot 9 + 60 \cdot 3 = 360$ ✓

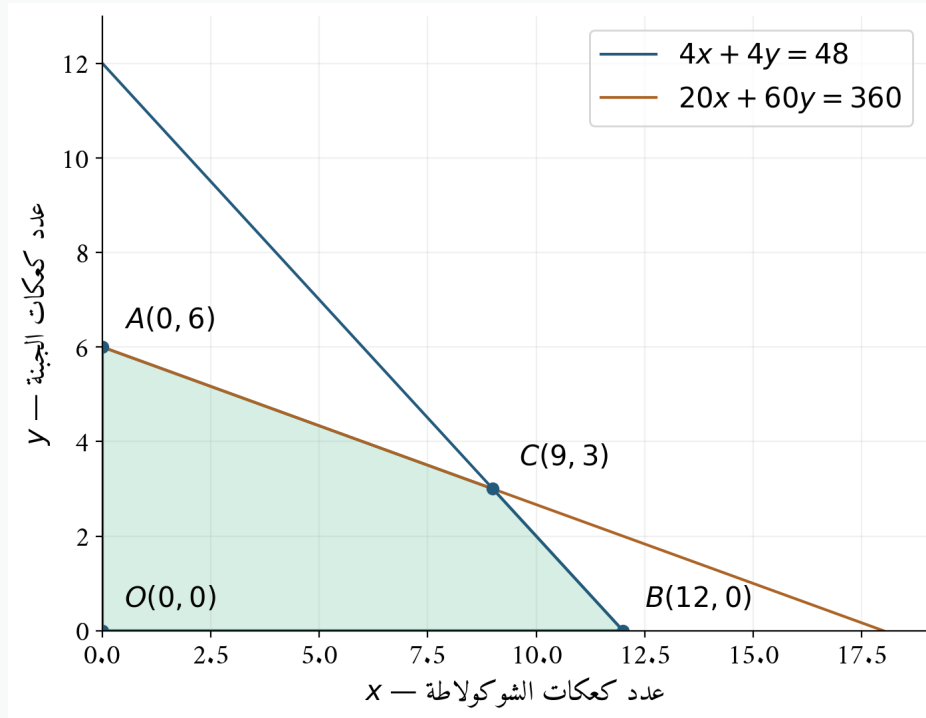
افتحوا هذه الهبة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص والرسم

$$\checkmark 4 \cdot 9 + 4 \cdot 3 = 36 + 12 = 48$$

$$\checkmark 20 \cdot 9 + 60 \cdot 3 = 180 + 180 = 360$$



الجواب النهائي

$C(9,3)$ ، $B(12,0)$ ، $A(0,6)$

البند ج (1)

(1) اكتبوا دالة الهدف لربح المخبز من بيع الكعكات.

1 . من جدول المعطيات

ربح كعكات الشوكولاتة $47x$ وربح كعكات الجبنة $60y$ ؛ مجموعهما هو دالة الهدف.

$$P = 47x + 60y$$

نبحث عن أكبر ربح في دورة إنتاج.

2 . فحص

كعكة واحدة من كل نوع تعطي $107 = 60 + 47$ شواكل ✓

الجواب النهائي

$P = 47x + 60y$ ؛ الربح بالشيكِل.

البند ج (2)

(2) جدوا كم كعكة شوكولاتة وكم كعكة جبنة يجب تحضيرها في دورة إنتاج لجني أكبر ربح ممكن.

1 . جدول الرؤوس

الرأس	النقطة	التعويض في P	الربح (شيكِل)
O	$(0, 0)$	$47 \cdot 0 + 60 \cdot 0$	0
A	$(0, 6)$	$47 \cdot 0 + 60 \cdot 6$	360
B	$(12, 0)$	$47 \cdot 12 + 60 \cdot 0$	564
C	$(9, 3)$	$47 \cdot 9 + 60 \cdot 3$	603

2 . الاستنتاج والفحص

أكبر ربح هو 603 عند $C(9, 3)$ ؛ نحضر 9 كعكات شوكولاتة و3 كعكات جبنة.
فحص: 48 دقيقة خلط و360 دقيقة خبز، فيتحقق الحدان ✓

الجواب النهائي

9 كعكات شوكولاتة و3 كعكات جبنة؛ الربح الأقصى 603 شواكل.

البند د

خلال إحدى دورات الإنتاج حدث انقطاع للكهرباء، لذلك تقلّصت أزمّة تشغيل آلة الخلط والفرن.
في دورة الإنتاج هذه، حضروا في المخبز 9 كعكات شوكولاتة وكعكتي جبنة.
جدوا بكم قل ربح المخبز في دورة الإنتاج التي حدث خلالها انقطاع للكهرباء بالمقارنة مع أكبر ربح ممكن في دورة إنتاج عادية.

1 . ربح دورة الانقطاع

نضع $x = 9$ و $y = 2$ في دالة الهدف.

$$P = 47 \cdot 9 + 60 \cdot 2 = 423 + 120 = 543$$

2 . الفرق

$$603 - 543 = 60$$

قلّ الربح بـ 60 شيكلاً.

3 . فحص

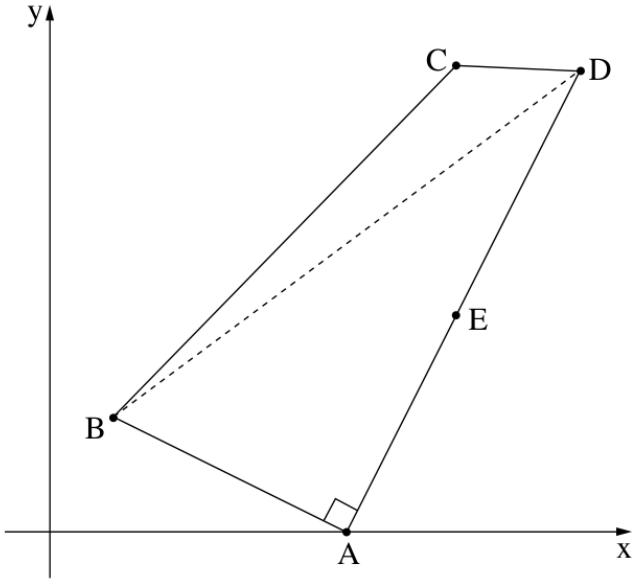
نقصت كعكة جبنة واحدة فقط، وربحها 60 شيكلاً؛ الفرق نفسه ✓

الجواب النهائي

قلّ بـ 60 شيكلاً (603 مقابل 543 شيكلاً).

السؤال 2 . الشكل الرباعي والقطر

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 2، 3، 6 - 10



2. معطى الشكل الرباعي ABCD .

الرأس A يقع على المحور x ،

والضلع CD يوازي المحور x ،

والضلع AB يعامد الضلع AD ، كما هو موصوف

في الرسم .

معادلة الضلع AB هي $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

أ. (1) جدوا إحداثيات الرأس A .

(2) جدوا معادلة الضلع AD .

معادلة القطر BD هي $y = 0.75x + 2.5$.

ب. جدوا إحداثيات الرأس D .

طول الضلع CD هو 4 .

ج. جدوا إحداثيات الرأس C .

النقطة E هي منتصف الضلع AD .

د. احسبوا محيط المثلث CDE .

البند أ (1)

معطى الشكل الرباعي ABCD .

الرأس A يقع على المحور x ، والضلع CD يوازي المحور x ، والضلع AB يعامد الضلع AD ، كما هو موصوف في الرسم .

معادلة الضلع AB هي $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

(1) جدوا إحداثيات الرأس A .

1 . المعطيات

الرأس A على محور x ، لذلك $y_A = 0$.

2 . التعويض والحساب

$$0 = -\frac{1}{2}x + 5$$

$$\frac{1}{2}x = 5$$

$$x = 10$$

إذن $A(10, 0)$.

3. فحص

$$-\frac{1}{2} \cdot 10 + 5 = -5 + 5 = 0$$

النقطة على المستقيم وعلى المحور ✓

الجواب النهائي

$A(10, 0)$

البند أ (2)

(2) جدوا معادلة الضلع AD .

1. الميل

الميل $m_{AB} = -\frac{1}{2}$ ؛ الضلعان متعامدان، لذلك حاصل ضرب الميلين يساوي -1 .

$$m_{AD} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2$$

2. ميل ونقطة

نستعمل الميل 2 والنقطة $A(10, 0)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 2(x - 10)$$

$$y = 2x - 20$$

3. فحص

$$\checkmark \quad -\frac{1}{2} \cdot 2 = -1 \quad \text{و} \quad \checkmark \quad 2 \cdot 10 - 20 = 0$$

الجواب النهائي

$y = 2x - 20$

البند ب

معادلة القطر BD هي $y = 0.75x + 2.5$.
جدوا إحداثيات الرأس D .

1. المعطيات

الرأس D على AD وعلى BD معاً، لذلك نساوي بين التعبيرين.

2. الحلّ بالموازنة

$$2x - 20 = 0.75x + 2.5$$

$$2x - 0.75x = 2.5 + 20$$

$$1.25x = 22.5$$

$$x = \frac{22.5}{1.25} = 18$$

$$y = 2 \cdot 18 - 20 = 16$$

إذن $D(18, 16)$.

3. حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 2x - y = 20 \\ 0.75x - y = -2.5 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 20 & -1 \\ \hline -2.5 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$D = \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & -1 \\ \hline 0.75 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 20 \\ \hline 0.75 & -2.5 \\ \hline \end{array}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 2 \cdot (-1) - 0.75 \cdot (-1) = -2 - (-0.75) = -1.25$$

$$D_x = 20 \cdot (-1) - (-2.5) \cdot (-1) = -20 - 2.5 = -22.5$$

$$D_y = 2 \cdot (-2.5) - 0.75 \cdot 20 = -5 - 15 = -20$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-22.5}{-1.25} = 18$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-20}{-1.25} = 16$$

تحقق: $0.75 \cdot 18 + (-1) \cdot 16 = -2.5$ ، $2 \cdot 18 + (-1) \cdot 16 = 20$ ✓

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص في القطر

$$0.75 \cdot 18 + 2.5 = 13.5 + 2.5 = 16$$

نحصل على الإحداثي نفسه ✓

الجواب النهائي

$D(18, 16)$

البند ج

طول الضلع CD هو 4.
جدوا إحداثيات الرأس C .

1. الإحداثي y

الضلع CD يوازي محور x ، إذن $y_C = y_D = 16$.

2. الإحداثي x

حسب الرسم C على يسار D ، وطول CD يساوي 4.

$$x_C = 18 - 4 = 14$$

إذن $C(14, 16)$.

3. فحص

$18 - 14 = 4$ وإحداثي y متساويان ✓

الجواب النهائي

$C(14, 16)$ (يسار D بأربع وحدات).

البند د

النقطة E هي منتصف الضلع AD .
احسبوا محيط المثلث CDE .

1. منتصف AD

المنتصف هو معدل إحداثيات الطرفين.

$$E\left(\frac{10 + 18}{2}, \frac{0 + 16}{2}\right) = E(14, 8)$$

2. أطوال الأضلاع

المعطى $CD = 4$. القطعة CE موازية لمحور y ، لذلك:

$$CE = 16 - 8 = 8$$

نستعمل قانون البعد لطول DE .

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

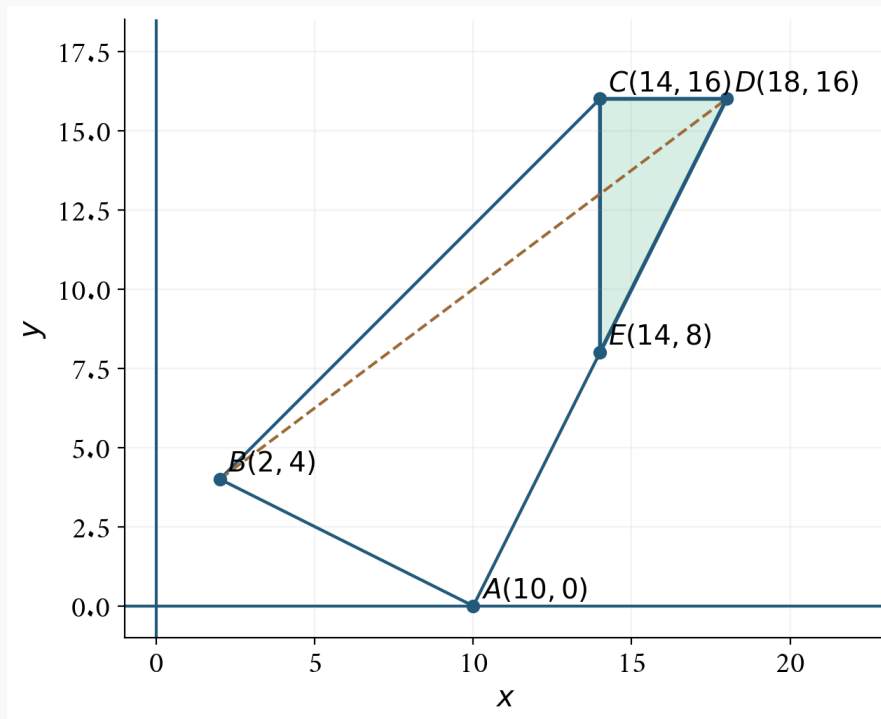
$$DE = \sqrt{(18 - 14)^2 + (16 - 8)^2}$$

$$DE = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5} \approx 8.94$$

3. المحيط

$$4 + 8 + 4\sqrt{5} = 12 + 4\sqrt{5} \approx 20.94$$

محيط المثلث حوالي 20.94 وحدة طول.



المثلث CDE : القاعدة $CD = 4$ ، والضلع العمودي $CE = 8$.

4. فحص

لأن E منتصف AD ، نجد $AD = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5}$ ، ونصفه $DE = 4\sqrt{5}$ ✓

الجواب النهائي

$12 + 4\sqrt{5} \approx 20.94$ وحدة طول.

السؤال 3 . مسافات عاملي التوصيل

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 8: تعيين القيم على المحور (2): المعدل وقيمة مع نسبتها؛ تمهيد 5، 6، 11

3. فحصت شركة إرساليات المسافة التي سافرها كل واحد من عاملي التوصيل الذين يعملون فيها في شهر معين .

وُجد أنّ المسافات التي سافرها عاملو التوصيل تتوزع طبيعياً، والمعدل هو 1,470 كم .

7% من عاملي التوصيل سافروا مسافة تقل عن 810 كم في هذا الشهر .

أ. (1) جدوا الانحراف المعياري للمسافات التي سافرها عاملو التوصيل في هذا الشهر .

(2) في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي . أكملوا، في المستطيلات الفارغة التي

في الرسم البياني، المسافات التي سافرها عاملو التوصيل في هذا الشهر .

ب. ما هي النسبة المئوية لعاملي التوصيل الذين سافروا في هذا الشهر مسافة أكبر من المعدل وأقل

من 1,910 كم؟

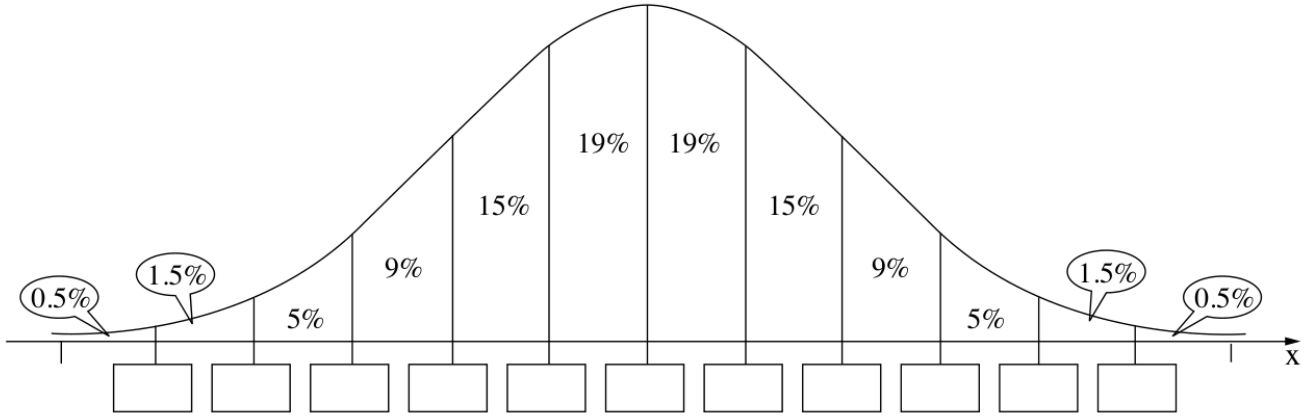
وُجد أنّ 170 عامل توصيل سافروا في هذا الشهر مسافة أكبر من المعدل وأقل من 1,910 كم .

ج. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما العدد الكلي لعاملي التوصيل في الشركة؟

عاملو التوصيل الذين كانت العلامة المعيارية للمسافة التي سافروها أعلى من 2.6 ، حصلوا على علاوة في الأجر .

داني، عامل توصيل في الشركة، سافر 2,482 كم في هذا الشهر .

د. هل حصل داني على علاوة في الأجر في هذا الشهر؟ علّلوا إجابتكم .



البند أ (1)

فحصت شركة إرساليات المسافة التي سافرها كل واحد من عاملي التوصيل الذين يعملون فيها في شهر معين .

وُجد أنّ المسافات التي سافرها عاملو التوصيل تتوزع طبيعياً، والمعدل هو 1,470 كم .

7% من عاملي التوصيل سافروا مسافة تقل عن 810 كم في هذا الشهر .

(1) جدوا الانحراف المعياري للمسافات التي سافرها عاملو التوصيل في هذا الشهر .

1 . المعطيات ومكان 810

المعدّل $\bar{x} = 1,470$ كم. «تقلّ عن» $\Leftarrow$ نعدّ من اليسار.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

إذن 810 على بُعد 3 قفزات يسار المعدّل.

2 . القفزة والانحراف

القفزة = الفرق بين المعدّل والقيمة ÷ عدد القفزات.

$$\frac{1,470 - 810}{3} = \frac{660}{3} = 220$$

الانحراف المعياريّ يساوي قفزتين.

$$S = 2 \cdot 220 = 440$$

3 . فحص

$1,470 - 3 \cdot 220 = 810$ ، ونسبة القيم يسار الحدّ هي 7% ✓

الجواب النهائيّ

440 كم (القفزة 220 كم).

البند أ (2)

(2) في آخر السؤال معروض الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ. أكملوا، في المستطيلات الفارغة التي في الرسم البيانيّ، المسافات التي سافرها عاملو التوصيل في هذا الشهر.

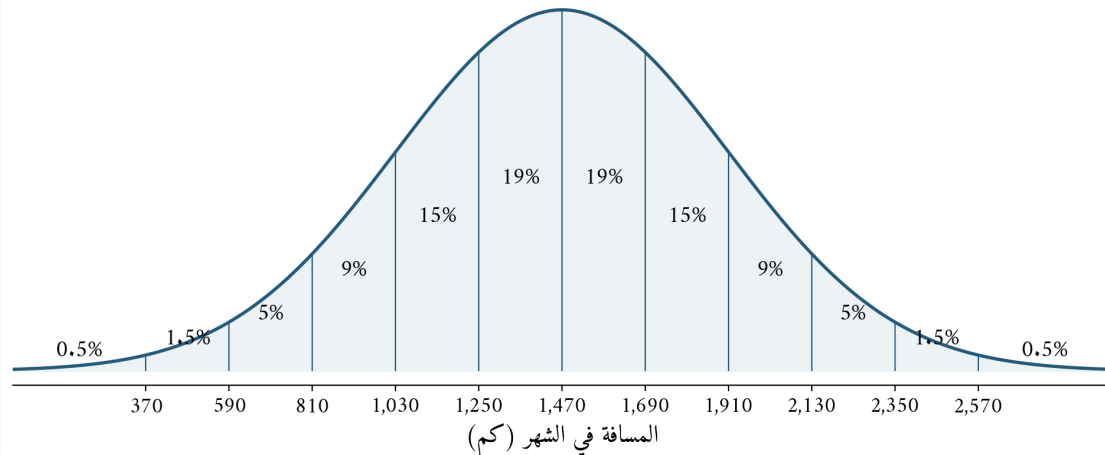
1 . قيم المحور

القفزة 220 كم، والمعدّل 1,470 كم.

القفزات	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
المسافة (كم)	370	590	810	1,030	1,250	1,470	1,690	1,910	2,130	2,350	2,570

2. الرسم والفحص

المعدل 1,470 كم – القفزة 220 كم – الانحراف المعياري 440 كم



المعدل 1,470 كم والقفزة 220 كم؛ قيم المحور من اليسار إلى اليمين.

فحص الطرفين: $\checkmark 1,470 - 5 \cdot 220 = 370$ و $\checkmark 1,470 + 5 \cdot 220 = 2,570$

الجواب النهائي

من اليسار: 370، 590، 810، 1,030، 1,250، 1,470، 1,690، 1,910، 2,130، 2,350، 2,570 كم.

البند ب

ما هي النسبة المئوية لعاملي التوصيل الذين سافروا في هذا الشهر مسافة أكبر من المعدل وأقل من 1,910 كم؟

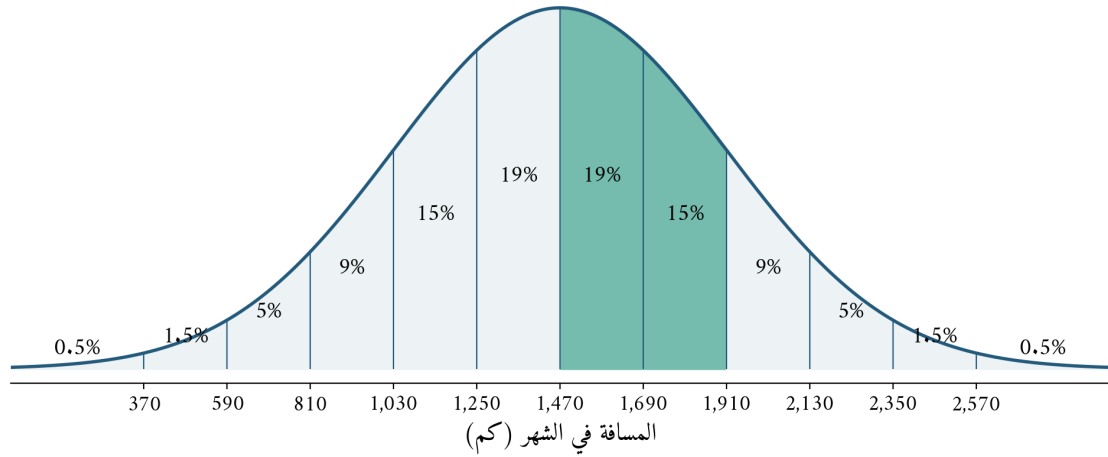
1. تحديد الحد

القيمة 1,910 على بُعد قفرتين يميناً، لأن $1,470 + 2 \cdot 220 = 1,910$.

2. جمع الأقسام

$$19\% + 15\% = 34\%$$

المعدل 1,470 كم – القفزة 220 كم – الانحراف المعياري 440 كم



الأقسام بين المعدل 1,470 كم و1,910 كم، مجموعها 34%.

3 . فحص

يمين المعدل 50%؛ بعد 1,910 توجد 16%، إذن $50 - 16 = 34$ ✓

الجواب النهائي

34% من عاملي التوصيل.

البند ج

وَجِدْ أَنَّ 170 عامل توصيل سافروا في هذا الشهر مسافة أكبر من المعدل وأقل من 1,910 كم. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما العدد الكليّ لعاملي التوصيل في الشركة؟

1 . المعطيات والقانون

170 عاملاً يشكّلون 34% من عاملي التوصيل.

العدد الكليّ = العدد ÷ النسبة $\times 100$.

2 . التعويض والحساب

$$\frac{170}{34} \cdot 100 = 5 \cdot 100 = 500$$

في الشركة 500 عامل توصيل.

3 . فحص

$$\frac{34 \cdot 500}{100} = 170$$

نحصل على العدد المعطى ✓

الجواب النهائي

500 عامل توصيل.

البند د

عاملو التوصيل الذين كانت العلامة المعيارية للمسافة التي سافروها أعلى من 2.6، حصلوا على علاوة في الأجر. داني، عامل توصيل في الشركة، سافر 2,482 كم في هذا الشهر. هل حصل داني على علاوة في الأجر في هذا الشهر؟ عللوا إجابتكم.

1 . القانون والمعطيات

$$S = 440 , \bar{x} = 1,470 , x = 2,482$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

2 . التعويض والحساب

$$z = \frac{2,482 - 1,470}{440}$$

$$z = \frac{1,012}{440} = 2.3$$

لا يحصل داني على العلاوة؛ $2.3 < 2.6$.

3 . فحص بحد المسافة

$$1,470 + 2.6 \cdot 440 = 2,614$$

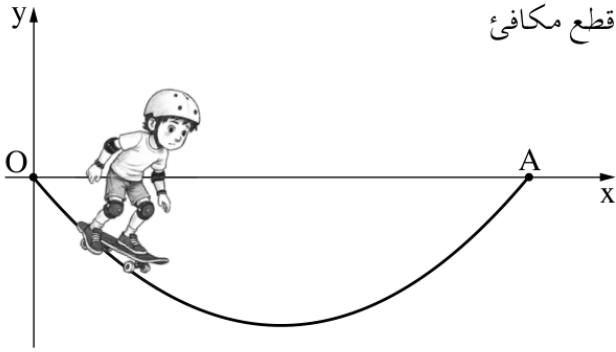
يجب أن تكون المسافة أكبر من 2,614 كم، ومسافة داني أقل منها ✓

الجواب النهائي

لا؛ علامته المعيارية 2.3، وهي أقل من 2.6.

السؤال 4 . مسار لوح التزلج

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 4 - 6 ، 8 - 10



4. يتزلج نعيم على لوح تزلج (سكيتبورد) في مسار شكله قطع مكافئ

$$y = 0.4x^2 - 1.2x$$

معادلته هي

يبدأ المسار في نقطة أصل المحاور O

وينتهي في النقطة A التي تقع على المحور x ،

كما هو موصوف في الرسم .

المحور x موضوع على سطح الأرض ،

ويمثل البعد الأفقي (بالمتر) عن النقطة O ،

والمحور y يمثل ارتفاع المسار (بالمتر) بالنسبة لسطح الأرض .

أ. جدوا طول القطعة OA .

ب. جدوا إحداثيات النقطة الأكثر انخفاضاً في المسار .

ج. جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x ، تزلج نعيم في توجه نزول .

د. جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x ، مر نعيم في المسار في النقاط التي إحداثيها الـ y هو - 0.5 .

البند أ

يتزلج نعيم على لوح تزلج (سكيتبورد) في مسار شكله قطع مكافئ معادلته هي $y = 0.4x^2 - 1.2x$.

يبدأ المسار في نقطة أصل المحاور O وينتهي في النقطة A التي تقع على المحور x ، كما هو موصوف في الرسم .

المحور x موضوع على سطح الأرض ، ويمثل البعد الأفقي (بالمتر) عن النقطة O ، والمحور y يمثل ارتفاع المسار (بالمتر) بالنسبة لسطح الأرض .

جدوا طول القطعة OA .

1 . المعادلة والمعاملات

على محور x نعوض $y = 0$.

$$0.4x^2 - 1.2x = 0$$

المعاملات كما هي: $a = 0.4$ ، $b = -1.2$ ، $c = 0$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = (-1.2)^2 - 4 \cdot 0.4 \cdot 0 = 1.44$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1.2 \pm 1.2}{0.8}$$

$$x_1 = \frac{1.2 - 1.2}{0.8} = 0$$

$$x_2 = \frac{1.2 + 1.2}{0.8} = 3$$

3 . الطول والفحص

النقطتان $O(0,0)$ و $A(3,0)$ ، لذلك $OA = 3 - 0 = 3$ أمتار.

$$\checkmark 0.4 \cdot 3^2 - 1.2 \cdot 3 = 3.6 - 3.6 = 0$$

الجواب النهائي

3 أمتار.

البند ب

جدوا إحداثيات النقطة الأكثر انخفاضاً في المسار.

1 . الإحداثي x للرأس

$a = 0.4$ ، $b = -1.2$ ؛ نعوض المعاملات كما هي.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1.2)}{2 \cdot 0.4} = \frac{1.2}{0.8} = 1.5$$

2 . الإحداثي y

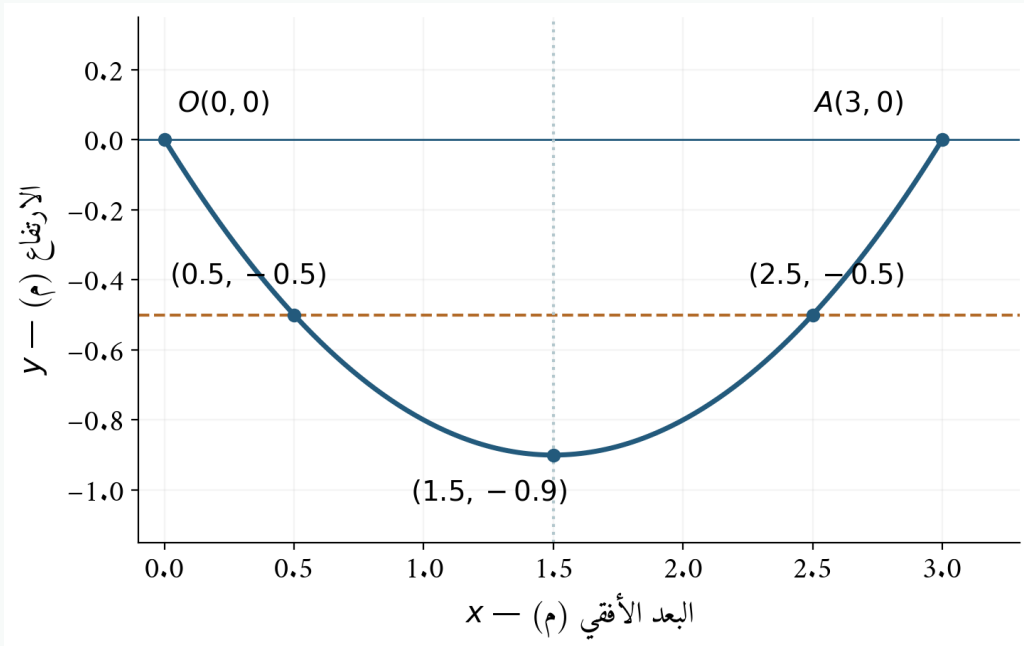
$$y = 0.4 \cdot 1.5^2 - 1.2 \cdot 1.5$$

$$y = 0.9 - 1.8 = -0.9$$

لأن $a > 0$ ، فإن الرأس نقطة نهاية صغرى.

3 . فحس التماثل

معدّل إحداثيّ نقطتي التقاطع هو $\frac{0+3}{2} = 1.5$ ، وهو إحداثيّ الرأس ✓



المسار من $O(0, 0)$ إلى $A(3, 0)$ ، والرأس $(1.5, -0.9)$.

الجواب النهائي

$(1.5, -0.9)$ ؛ نقطة نهاية صغرى، على عمق 0.9 م تحت سطح الأرض.

البند ج

جدوا بالنسبة لآية قيم x ، تزلج نعيم في توجه نزول.

1. المعطيات

المسار يبدأ عند $x = 0$ وينتهي عند $x = 3$ ؛ الرأس عند $x = 1.5$.

2. مجال النزول

قبل الرأس ينخفض المسار، لذلك $0 < x < 1.5$.

فحص: عند $x = 0$ الارتفاع صفر، وعند $x = 0.5$ الارتفاع -0.5 ، وعند الرأس -0.9 ؛ الارتفاع ينخفض ✓

الجواب النهائي

$$0 < x < 1.5$$

البند د

جدوا بالنسبة لآية قيم x ، مرّ نعيم في المسار في النقاط التي إحداثيها y هو -0.5 .

1. المعادلة والمعاملات

$$0.4x^2 - 1.2x = -0.5$$

$$0.4x^2 - 1.2x + 0.5 = 0$$

إذن $a = 0.4$ ، $b = -1.2$ ، $c = 0.5$.

2. المميز

$$b^2 - 4ac = (-1.2)^2 - 4 \cdot 0.4 \cdot 0.5$$

$$b^2 - 4ac = 1.44 - 0.8 = 0.64$$

3. قانون الحل

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1.2 \pm 0.8}{0.8}$$

$$x_1 = \frac{1.2 - 0.8}{0.8} = 0.5$$

$$x_2 = \frac{1.2 + 0.8}{0.8} = 2.5$$

4 . الاستنتاج والفحص

الموضعان داخل المسار: عند $x = 0.5$ في توجّه نزول، وعند $x = 2.5$ في توجّه تصاعد.

$$\checkmark 0.4 \cdot 0.5^2 - 1.2 \cdot 0.5 = 0.1 - 0.6 = -0.5$$

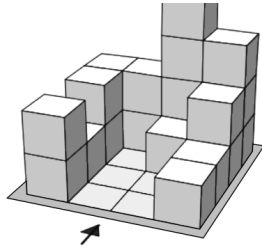
$$\checkmark 0.4 \cdot 2.5^2 - 1.2 \cdot 2.5 = 2.5 - 3 = -0.5$$

الجواب النهائيّ

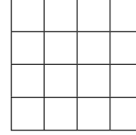
$x = 0.5$ و $x = 2.5$ أمتار من نقطة البداية.

السؤال 5 . مبنى المكعبات ونظراته

الرؤية الفراغية – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 4 - 7، 9

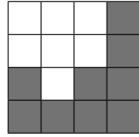


5. الرسم الذي أمامكم يعرض مبنىً مبنياً من مكعبات متطابقة .
 السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام .
 كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر .
 أ . أكملوا مخطط الأعداد للمبنى في القالب الذي أمامكم .

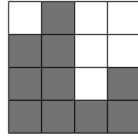


أمامكم أربعة مخططات، IV-I .

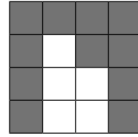
واحد منها يصف النظرة من الأمام للمبنى ، واحد – النظرة من اليمين ، واحد – النظرة من الأعلى ، واحد لا يصف أية نظرة للمبنى .



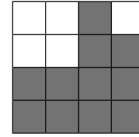
IV



III



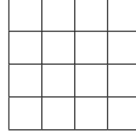
II



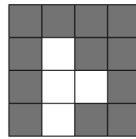
I

ب . اكتبوا أي مخطط يصف كل نظرة .

ج . أكملوا النظرة من اليسار للمبنى في القالب الذي أمامكم .



أضفوا إلى المبنى 5 مكعبات، بحيث لم تتغير النظرة من الأمام، والنظرة من الأعلى تبدو كما هو موصوف في المخطط الذي أمامكم .



د . ارسموا مخطط أعداد ممكنًا للمبنى بعد إضافة المكعبات .

البند أ

الرسم الذي أمامكم يعرض مبنىً مبنياً من مكعبات متطابقة .
 السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام .
 كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر .
 أكملوا مخطط الأعداد للمبنى في القالب الذي أمامكم .

1 . نقرأ صفوف المبني

من اليسار إلى اليمين: الصفّ الأمامي 1, 0, 0, 2؛ الصفّ الثاني 1, 0, 0, 2.
الصفّ الثالث 2, 1, 0, 2؛ الصفّ الخلفي 3, 4, 2, 2.

2 . مخطط الأعداد

مخطط الأعداد

2	2	4	3
2	0	1	2
1	0	0	1
2	0	0	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد للمبنى؛ السهم أسفل الصفّ الأمامي.

3 . فحص بالعدّ

بالصفوف: $3 + 2 + 5 + 11 = 21$ مكعباً.

بالطوابق: 11 مكعباً في الأول، و7 في الثاني، و2 في الثالث، و1 في الرابع.

$$11 + 7 + 2 + 1 = 21$$

العدّ بالطريقتين متساوٍ ✓

الجواب النهائي

مخطط الأعداد

2	2	4	3
2	0	1	2
1	0	0	1
2	0	0	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد للبنى.

البند ب

أمامكم أربعة مخططات، IV-I.

واحد منها يصف النظرة من الأمام للبنى، وواحد - النظرة من اليمين، وواحد - النظرة من الأعلى، وواحد لا يصف أية نظرة للبنى. اكتبوا أيّ مخطط يصف كلّ نظرة.

1 . النظرة من الأمام

أكبر ارتفاع في أعمدة مخطط الأعداد، من اليسار، هو 2, 2, 4, 3؛ وهذا هو المخطط I.

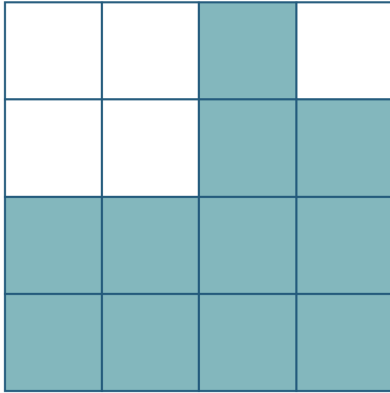
2 . النظرة من اليمين

أكبر ارتفاع في كلّ صفّ من الأمام إلى الخلف هو 2, 1, 2, 4؛ وهذا هو المخطط IV. نضع الصفّ الأمامي على اليسار في النظرة من اليمين.

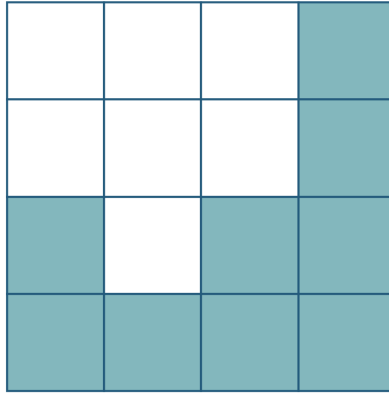
3 . النظرة من الأعلى

نلون كل مربع فيه عدد أكبر من صفر؛ فتطابق النظرة المخطط II.

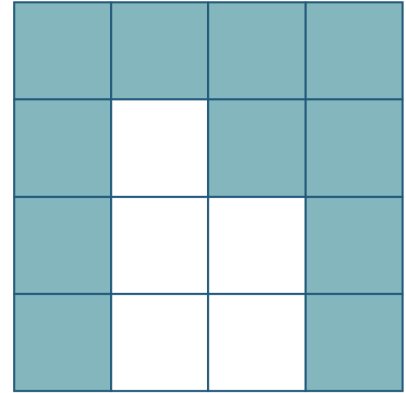
I - من الأمام



IV - من اليمين



II - من الأعلى



النظرات المستخرجة من مخطط الأعداد: الأمام واليمين والأعلى.

4 . فحص المخطط الباقي

المخطط III لا يطابق الأمام ولا اليمين ولا الأعلى؛ ولا الخلف الذي ارتفاعاته 3, 4, 2, 2 ولا اليسار الذي ارتفاعاته 4, 2, 1, 2 ✓

الجواب النهائي

I: من الأمام؛ II: من الأعلى؛ IV: من اليمين؛ III: لا يصف أية نظرة.

البند ج

أكملوا النظرة من اليسار للبنى في القلب الذي أمامكم.

1 . الارتفاعات

من اليمين، من اليسار إلى اليمين: 2, 1, 2, 4.

نعكس الترتيب: من اليسار تصبح الارتفاعات 4, 2, 1, 2.

النظرة من اليسار

النظرة من اليسار: من اليسار إلى اليمين 4، 2، 1، 2.

نلون المربعات من الأسفل؛ أعلى عمود يقابل الصف الخلفي وارتفاعه 4 ✓

الجواب النهائي

النظرة من اليسار

النظرة من اليسار للمبنى.

البند د

أضافوا إلى المبنى 5 مكعبات، بحيث لم تتغير النظرة من الأمام، والنظرة من الأعلى تبدو كما هو موصوف في المخطط الذي أمامكم. ارسمو مخطط أعداد ممكناً للمبنى بعد إضافة المكعبات.

1. المربع الجديد والحدود

في النظرة الجديدة من الأعلى صار المربع الثالث من اليسار في الصف الأمامي مشغولاً. حدود الارتفاع من الأمام تبقى 3, 2, 4, 2. لذلك يمكن رفع هذا المربع من صفر إلى 4.

2. إحدى الإمكانات

نضع 4 مكعبات في المربع الجديد، ونضيف مكعباً إلى المربع الأيمن في الصف الأمامي فيصير ارتفاعه 2. الصف الأمامي الجديد 2, 0, 4, 2، وبقية الصفوف بلا تغيير.

بعد إضافة 5 مكعبات

2	2	4	3
2	0	1	2
1	0	0	1
2	0	4	2

↑
الأمام

مخطط أعداد ممكن بعد إضافة خمسة مكعبات؛ المربعان الملونان تغييراً.

3 . ففص

- المجموع الجديد $26 = 11 + 5 + 2 + 8$ ؛ أضفنا $5 = 26 - 21$ مكعبات ✓.
- أكبر ارتفاع في كل عمود بقي 3, 4, 2, 2، فالنظرة من الأمام لم تتغير ✓.
- المربعات المشغولة من الأعلى تطابق المخطط الجديد ✓.

الجواب النهائي

بعد إضافة 5 مكعبات

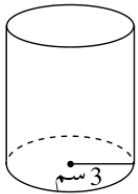
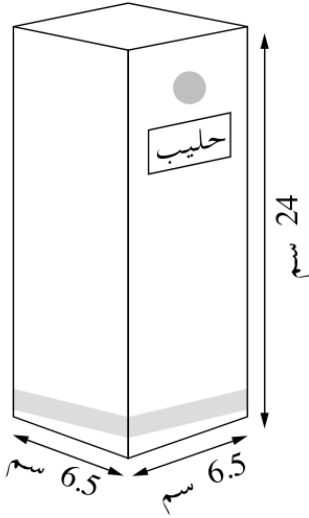
2	2	4	3
2	0	1	2
1	0	0	1
2	0	4	2

↑
الأمام

إحدى الإمكانيات بعد إضافة 5 مكعبات.

السؤال 6 . الحليب وكؤوس الشرب

الأجسام في الفراغ – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 1، 2، 4، 9



6. اشترى داني يوم الأحد كرتونة حليب شكلها صندوق قاعدته مربع. ارتفاع الكرتونة هو 24 سم، وطول ضلع قاعدتها هو 6.5 سم (انظروا الرسم).
أ. جدوا حجم كرتونة الحليب.

لدى داني 7 كؤوس شرب متطابقة شكلها أسطوانة. نصف قطر قاعدة كل كأس هو 3 سم، ومساحة غلافها هو 48π سم².

ب. (1) جدوا ارتفاع الكأس.

(2) جدوا حجم الكأس.

قرّر داني أن يسقي أصدقاءه من الحليب الذي اشتراه.

أراد داني أن يصبّ في كل واحدة من 7 الكؤوس حليباً حجمه

يساوي 85% من حجم الكأس.

ج. هل تكفي كمّية الحليب التي في الكرتونة لملء 85% من حجم 7 الكؤوس؟
علّلوا إجابتكم.

يوم الإثنين، اشترى داني كرتونة حليب أكبر من التي اشتراها يوم الأحد.

هذه الكرتونة أيضاً شكلها صندوق قاعدته مربع، وارتفاعها 24 سم.

معطى أنّ حجم هذه الكرتونة هو 1,500 سم³.

د. جدوا طول ضلع قاعدة كرتونة الحليب التي اشتراها داني يوم الإثنين.

البند أ

اشترى داني يوم الأحد كرتونة حليب شكلها صندوق قاعدته مربع.

ارتفاع الكرتونة هو 24 سم، وطول ضلع قاعدتها هو 6.5 سم (انظروا الرسم).

جدوا حجم كرتونة الحليب.

1 . المعطيات والقانون

طول ضلع القاعدة $a = 6.5$ سم، والارتفاع $h = 24$ سم.

$$V = a^2 \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = 6.5^2 \cdot 24$$

$$V = 42.25 \cdot 24 = 1,014$$

حجم الكرتونة 1,014 سم³.

3 . فحص

$$\frac{1,014}{24} = 42.25 = 6.5^2$$

نعود إلى مساحة القاعدة ✓

الجواب النهائي

1,014 سم³

البند ب (1)

لدى داني 7 كؤوس شُرْب متطابقة شكلها أسطوانة.
نصف قطر قاعدة كل كأس 3 سم، ومساحة غلافها هو 48π سم².
(1) جدوا ارتفاع الكأس.

1 . المعطيات والقانون

نصف القطر $r = 3$ سم؛ مساحة الغلاف تساوي محيط القاعدة $\times$ الارتفاع.

$$2\pi rh = 48\pi$$

2 . التعويض والحساب

$$2\pi \cdot 3 \cdot h = 48\pi$$

$$6\pi h = 48\pi$$

$$h = \frac{48\pi}{6\pi} = 8$$

3 . فحص

$$2\pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi$$

نحصل على مساحة الغلاف المعطاة ✓

الجواب النهائي

8 سم.

البند ب (2)

(2) جدوا حجم الكأس.

1 . القانون والمعطيات

$r = 3$ سم، $h = 8$ سم.

$$V = \pi r^2 h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 8$$

$$V = 72\pi \approx 226.19$$

حجم الكأس حوالي 226.19 سم³.

3 . فحص

مساحة القاعدة 9π سم²؛ $\frac{72\pi}{9\pi} = 8$ سم، وهو الارتفاع ✓

الإجابة الرسمية 226.2 سم³ مقربة إلى منزلة واحدة؛ نكتب منزلتين حسب الدليل، والقيمتان متفقتان في التقريب.

الجواب النهائي

$$226.19 \approx 72\pi \text{ سم}^3 (226.2 \text{ سم}^3 \text{ إلى منزلة واحدة}).$$

البند ج

قرّر داني أن يسقي أصدقاءه من الحليب الذي اشتراه.
أراد داني أن يصب في كلّ واحدة من الكؤوس الـ 7 حليباً حجمه يساوي 85% من حجم الكأس.
هل تكفي كمية الحليب التي في الكرتونة لملء 85% من حجم الـ 7 كؤوس؟
علّلوا إجابتكم.

1 . حليب كأس واحدة

نستعمل حجم الكأس المقرّب من البند السابق.

$$0.85 \cdot 226.19 \approx 192.26$$

نحتاج إلى حوالي 192.26 سم³ من الحليب للكأس الواحدة.

2 . الحليب لسبع كؤوس

$$7 \cdot 192.26 = 1,345.82$$

في الكرتونة 1,014 سم³ فقط، و $1,014 < 1,345.82$ ؛ لذلك لا تكفي.

3 . فحص النقص

$$1,345.82 - 1,014 = 331.82$$

ينقص حوالي 331.82 سم³، وهو مقدار موجب ✓

الجواب النهائي

لا؛ نحتاج إلى حوالي 1,345.82 سم³، وفي الكرتونة 1,014 سم³ فقط.

البند د

في يوم الإثنين، اشترى داني كرتونة حليب أكبر من التي اشتراها يوم الأحد.
هذه الكرتونة أيضاً شكلها صندوق قاعدته مربع، وارتفاعها 24 سم.
معطى أنّ حجم هذه الكرتونة هو 1,500 سم³.
جدوا طول ضلع قاعدة كرتونة الحليب التي اشتراها داني يوم الإثنين.

1 . المعطيات والقانون

الحجم 1,500 سم³، والارتفاع 24 سم؛ نرسم لطول ضلع القاعدة بـ a .

$$V = a^2 \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$1,500 = 24a^2$$

$$a^2 = \frac{1,500}{24} = 62.5$$

$$a = \sqrt{62.5} \approx 7.91$$

نختار الطول الموجب؛ طول الضلع حوالي 7.91 سم.

3 . فحص

$$(\sqrt{62.5})^2 \cdot 24 = 62.5 \cdot 24 = 1,500$$

نحصل على الحجم المعطى ✓

الإجابة الرسمية 7.9 سم مقربة إلى منزلة واحدة؛ 7.91 سم إلى منزلتين توافقه عند التقريب.

الجواب النهائي

حوالي 7.91 سم (7.9 سم إلى منزلة واحدة).

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	$y \geq 0$ ، $x \geq 0$ ، $20x + 60y \leq 360$ ، $4x + 4y \leq 48$
	ب	$C(9, 3)$ ، $B(12, 0)$ ، $A(0, 6)$
	ج (1)	$P = 47x + 60y$ ؛ الربح بالشيكال.
	ج (2)	9 كعكات شوكلاتة و 3 كعكات جبنة؛ الربح الأقصى 603 شواكل.
	د	قلّ 60 شيكلاً (603 مقابل 543 شيكلاً).
2	أ (1)	$A(10, 0)$
	أ (2)	$y = 2x - 20$
	ب	$D(18, 16)$
	ج	$C(14, 16)$ (يسار D بأربع وحدات).
	د	$12 + 4\sqrt{5} \approx 20.94$ وحدة طول.
3	أ (1)	440 كم (القفزة 220 كم).
	أ (2)	من اليسار: 370، 590، 810، 1,030، 1,250، 1,470، 1,690، 1,910، 2,130، 2,350، 2,570 كم.
	ب	34% من عاملي التوصيل.
	ج	500 عامل توصيل.
	د	لا؛ علامته المعيارية 2.3، وهي أقلّ من 2.6.
4	أ	3 أمتار.
	ب	$(1.5, -0.9)$ ؛ نقطة نهاية صغرى، على عمق 0.9 م تحت سطح الأرض.
	ج	$0 < x < 1.5$
	د	$x = 0.5$ و $x = 2.5$ أمتار من نقطة البداية.
	أ	
5	أ	

		مخطط الأعداد <table border="1"> <tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> ↑ الأمام مخطط الأعداد للمبنى.	2	2	4	3	2	0	1	2	1	0	0	1	2	0	0	1	
2	2	4	3																
2	0	1	2																
1	0	0	1																
2	0	0	1																
ب	I: من الأمام؛ II: من الأعلى؛ IV: من اليمين؛ III: لا يصف أية نظرة.																		
ج	النظرة من اليسار <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> النظرة من اليسار للمبنى.																		
د	بعد إضافة 5 مكعبات <table border="1"> <tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>2</td></tr> </table> ↑ الأمام إحدى الإمكانات بعد إضافة 5 مكعبات.	2	2	4	3	2	0	1	2	1	0	0	1	2	0	4	2		
2	2	4	3																
2	0	1	2																
1	0	0	1																
2	0	4	2																
6	أ	1,014 سم ³ .																	
	ب (1)	8 سم.																	
	ب (2)	$226.19 \approx 72\pi$ سم ³ (226.2 سم ³ إلى منزلة واحدة).																	

ج	لا؛ نحتاج إلى حوالي 1,345.82 سم ³ ، وفي الكرتونة 1,014 سم ³ فقط.
د	حوالي 7.91 سم (7.9 سم إلى منزلة واحدة).