

حلول امتحان البجروت 372

صيف 2026، الموعد أ . النسخة أ

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسية التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نُجيب عن أربعة من الأسئلة الستة، عن سؤال واحد على الأقل من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال 27 درجة، والمجموع 100 درجة على الأكثر. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربي الرسمي لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . وجبات المطعم وتغيير الربح

التخطيط الخطّي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 4 - 10 ، 12

1. في مطعم معيّن، يحضّرون في كلّ يوم وجبات من نوعين - وجبة نباتيّة ووجبة لحوم .
نرمز بـ x إلى عدد الوجبات النباتيّة وبـ y إلى عدد وجبات اللحوم، التي يحضّرونها في المطعم
في يوم واحد .

أمامكم هيئة اضطرابات تحضير الوجبات في هذا المطعم في يوم واحد :

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + 5y \leq 100$$

$$x + 2y \leq 58$$

أ. ارسموا المجال الممكن الذي ينتج من هيئة الاضطرابات المعطاة .

ربح المطعم من بيع وجبة نباتيّة واحدة هو 25 شيكلاً، والربح من بيع وجبة لحوم واحدة هو 55 شيكلاً .

ب. (1) اكتبوا دالة الهدف لربح المطعم من بيع الوجبات .

(2) كم وجبة من كلّ نوع يجب بيعها في المطعم في يوم واحد كي يكون الربح أكبر ما يمكن؟

قرّر مدير المطعم أن يُغيّر سعريّ الوجبات .

في أعقاب ذلك، الربح من بيع وجبة نباتيّة واحدة قلّ بـ 10%، والربح من بيع وجبة لحوم واحدة ازداد بـ 20% .

ج. (1) جدوا الربح من بيع وجبة نباتيّة واحدة والربح من بيع وجبة لحوم واحدة، بعد تغيير سعريّ نوعي الوجبات .

(2) جدوا بكم يزداد أكبر ربح ممكن للمطعم في يوم واحد، بعد تغيير سعريّ نوعي الوجبات .

البند أ

في مطعم معيّن، يحضّرون في كلّ يوم وجبات من نوعين - وجبة نباتيّة ووجبة لحوم .
نرمز بـ x إلى عدد الوجبات النباتيّة وبـ y إلى عدد وجبات اللحوم، التي يحضّرونها في المطعم في يوم واحد .
أمامكم هيئة اضطرابات تحضير الوجبات في هذا المطعم في يوم واحد :

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + 5y \leq 100$$

$$x + 2y \leq 58$$

ارسموا المجال الممكن الذي ينتج من هيئة الاضطرابات المعطاة .

1 . نقطتا تقاطع كل مستقيم

مع محور $y: x = 0$	مع محور $x: y = 0$	المستقيم
(0, 20)	(100, 0)	$x + 5y = 100$
(0, 29)	(58, 0)	$x + 2y = 58$

2 . الجهة والرؤوس على المحورين

نقطة الفحص $O(0, 0)$ تحقق $0 \leq 100$ و $0 \leq 58$ ؛ نلون الجهة التي فيها نقطة الأصل، في الربع الأول فقط. على كل محور نأخذ أصغر نقطة تقاطع: $A(0, 20)$ و $B(58, 0)$.

3 . الرأس المشترك بالموازنة

نطرح المعادلة الثانية من الأولى.

$$(x + 5y) - (x + 2y) = 100 - 58$$

$$3y = 42$$

$$y = 14$$

$$x = 58 - 2 \cdot 14 = 30$$

إذن $C(30, 14)$.

4 . حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} x + 5y = 100 \\ x + 2y = 58 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 100 & 5 \\ 58 & 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 1 & 58 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 5 = 2 - 5 = -3$$

$$D_x = 100 \cdot 2 - 58 \cdot 5 = 200 - 290 = -90$$

$$D_y = 1 \cdot 58 - 1 \cdot 100 = 58 - 100 = -42$$

نقسم كلّ مربع جانبيّ على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-90}{-3} = 30$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-42}{-3} = 14$$

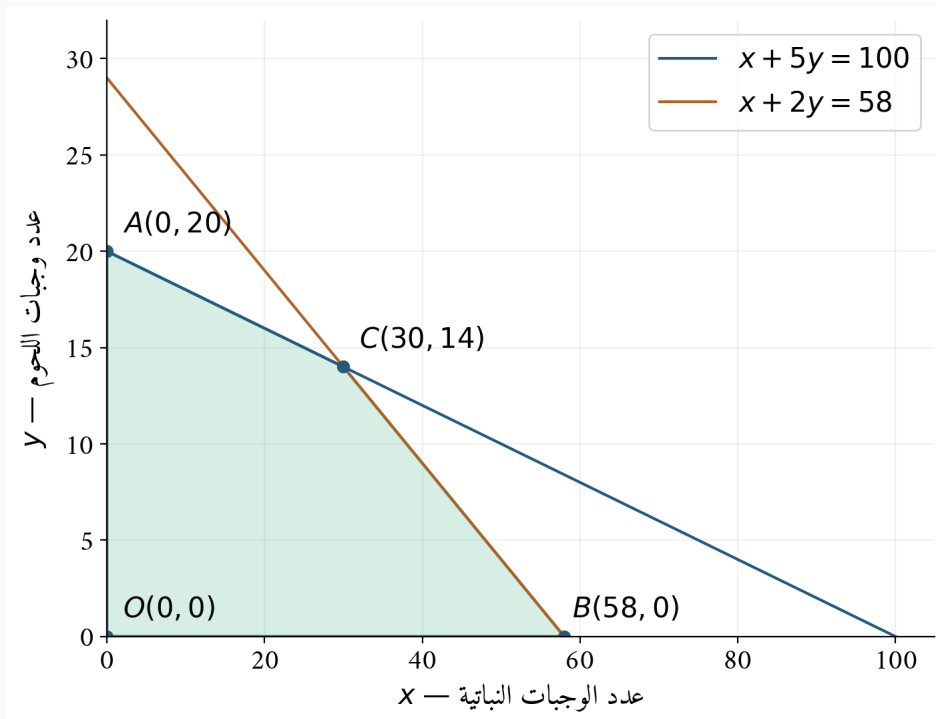
تحقق: $\checkmark 1 \cdot 30 + 2 \cdot 14 = 58$ ، $\checkmark 1 \cdot 30 + 5 \cdot 14 = 100$

افتحوا هذه الهئية في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

5 . فخص والرسم

$\checkmark 30 + 2 \cdot 14 = 58$ و $\checkmark 30 + 5 \cdot 14 = 100$



الجواب النهائي

المجال داخل الشكل الرباعي $OACB$ ؛ رؤوسه $O(0,0)$ ، $A(0,20)$ ، $C(30,14)$ ، $B(58,0)$.

البند (1)

ربح المطعم من بيع وجبة نباتية واحدة هو 25 شيكلاً، والربح من بيع وجبة لحوم واحدة هو 55 شيكلاً.
(1) اكتبوا دالة الهدف لربح المطعم من بيع الوجبات.

1 . جدول الربح

هيئة الاضطرابات معطاة؛ نرتب الربح فقط في جدول.

الربح (شكل)	العدد	نوع الوجبة
$25x$	x	نباتية
$55y$	y	لحوم
$P = 25x + 55y$		المجموع

2 . دالة الهدف

$$P = 25x + 55y$$

نبحث عن أكبر ربح.

فحص: وجبة واحدة من كل نوع تعطي $25 + 55 = 80$ شيكلاً ✓

الجواب النهائي

$P = 25x + 55y$ ؛ الربح بالشيكال.

البند (2)

(2) كم وجبة من كل نوع يجب بيعها في المطعم في يوم واحد كي يكون الربح أكبر ما يمكن؟

1 . جدول الرؤوس

الرأس	النقطة	التعويض في P	الربح (شكل)
O	$(0, 0)$	$25 \cdot 0 + 55 \cdot 0$	0
A	$(0, 20)$	$25 \cdot 0 + 55 \cdot 20$	1,100
B	$(58, 0)$	$25 \cdot 58 + 55 \cdot 0$	1,450
C	$(30, 14)$	$25 \cdot 30 + 55 \cdot 14$	1,520

2 . الاستنتاج والفحص

أكبر ربح 1,520 شيكلاً عند $C(30, 14)$ ؛ نبيع 30 وجبة نباتية و14 وجبة لحوم.
فحص: النقطة تحقق الاضطرارين بالمساواة، والعددان غير سالبين ✓

الجواب النهائي

30 وجبة نباتية و14 وجبة لحوم؛ الربح الأقصى 1,520 شيكلاً.

البند ج (1)

قرّر مدير المطعم أن يُغيّر سعريّ نوعي الوجبات.
في أعقاب ذلك، الربح من بيع وجبة نباتية واحدة قلّ بـ 10%، والربح من بيع وجبة لحوم واحدة ازداد بـ 20%.
(1) جدوا الربح من بيع وجبة نباتية واحدة والربح من بيع وجبة لحوم واحدة، بعد تغيير سعريّ نوعي الوجبات.

1 . الوجبة النباتية

عامل النقصان $0.9 = 1 - 0.10$.

$$25 \cdot 0.9 = 22.5$$

الربح الجديد 22.5 شيكل.

2 . وجبة اللحوم

عامل الزيادة $1.2 = 1 + 0.20$.

$$55 \cdot 1.2 = 66$$

الربح الجديد 66 شيكلاً.

3 . فحص

$$25 - 22.5 = 2.5, \text{ و } \frac{2.5}{25} \cdot 100 = 10 \text{ , } \checkmark$$

$$66 - 55 = 11, \text{ و } \frac{11}{55} \cdot 100 = 20 \text{ , } \checkmark$$

الجواب النهائي

نباتية: 22.5 شيكل؛ لحوم: 66 شيكلاً.

البند ج (2)

(2) جدوا بكم يزداد أكبر ربح ممكن للمطعم في يوم واحد، بعد تغيير سعري نوعي الوجبات.

1 . الجدول والدالة الجديدة

نوع الوجبة	العدد	الربح الجديد (شيكل)
نباتية	x	$22.5x$
لحوم	y	$66y$
المجموع		$P = 22.5x + 66y$

الاضطرابات لم تتغير، لذلك المجال الممكن ورؤوسه كما هي.

2 . جدول الرؤوس

الرأس	النقطة	التعويض في P	الربح (شيكل)
O	$(0, 0)$	$22.5 \cdot 0 + 66 \cdot 0$	0
A	$(0, 20)$	$22.5 \cdot 0 + 66 \cdot 20$	1,320
B	$(58, 0)$	$22.5 \cdot 58 + 66 \cdot 0$	1,305
C	$(30, 14)$	$22.5 \cdot 30 + 66 \cdot 14$	1,599

3 . الزيادة والفحص

$$1,599 - 1,520 = 79$$

أكبر ربح يزداد بـ 79 شيكلاً.

فحص: فرق ربح الوجبات $79 = 154 - 75 = 14 \cdot 11 + 30 \cdot (-2.5)$ ✓

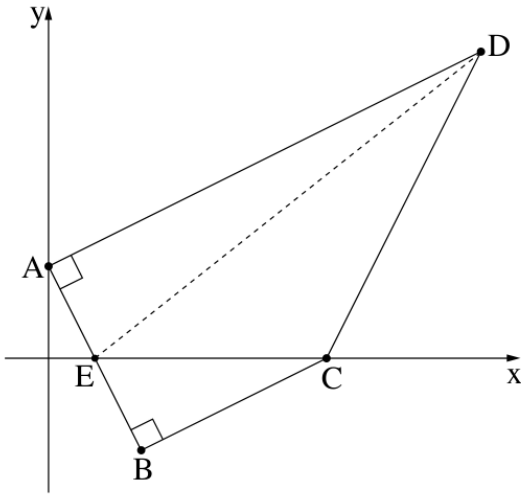
الجواب النهائي

يزداد بـ 79 شيكلاً (من 1,520 إلى 1,599 شيكلاً).

السؤال 2 . شبه المنحرف القائم

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 3، 4، 6 - 10

2. $ABCD$ هو شبه منحرف قائم الزاوية ($AD \parallel BC$ ، $\angle ABC = 90^\circ$).



النقطة E هي منتصف الضلع AB (انظروا الرسم).

معطى أن: $A(0, 6)$ ، $E(3, 0)$.

أ. جدوا إحداثيات الرأس B .

ب. (1) جدوا ميل الضلع AB .

(2) جدوا معادلة الضلع BC .

الرأس C يقع على المحور x .

ج. جدوا إحداثيات الرأس C .

أمامكم أربع معادلات I-IV .

I. $y = 0.5x + 3$ II. $y = 0.5x + 6$ III. $y = 2x - 36$ IV. $y = 2x - 30$

واحدة من المعادلات تلائم المستقيم AD ، وواحدة من المعادلات تلائم المستقيم CD .

د. حدّدوا أيّة معادلة تلائم المستقيم AD ، وأيّة معادلة تلائم المستقيم CD . علّلوا تحديديكم .

هـ. (1) جدوا إحداثيات الرأس D .

(2) جدوا مساحة المثلث ECD .

البند أ

$ABCD$ هو شبه منحرف قائم الزاوية ($AD \parallel BC$ ، $\angle ABC = 90^\circ$).

النقطة E هي منتصف الضلع AB (انظروا الرسم).

معطى أن: $A(0, 6)$ ، $E(3, 0)$.

جدوا إحداثيات الرأس B .

1 . المعطيات والقانون

المنتصف هو معدّل إحداثيات الطرفين.

$$x_B = 2x_E - x_A$$

$$y_B = 2y_E - y_A$$

2 . التعويض

$$x_B = 2 \cdot 3 - 0 = 6$$

$$y_B = 2 \cdot 0 - 6 = -6$$

إذن $B(6, -6)$.

3 . فحص

$$E\left(\frac{0+6}{2}, \frac{6+(-6)}{2}\right) = E(3, 0)$$

نصل على المنتصف المعطى ✓

الجواب النهائي

$B(6, -6)$

البند ب (1)

(1) جدوا ميل الضلع AB .

1 . القانون

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

2 . التعويض والحساب

$$m_{AB} = \frac{-6 - 6}{6 - 0} = -\frac{12}{6} = -2$$

3 . فحص

من A إلى B يزداد x بست وحدات وينخفض y باثنتي عشرة؛ لكل وحدة واحدة ينخفض بمقدار 2 ✓

الجواب النهائي

$m_{AB} = -2$

البند ب (2)

(2) جدوا معادلة الضلع BC .

1 . الميل

الضلعان AB و BC متعامدان.

$$m_{BC} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

2 . ميل ونقطة

نستعمل $B(6, -6)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = \frac{1}{2}(x - 6)$$

$$y + 6 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 9$$

3 . فحص

$$\checkmark \quad (-2) \cdot \frac{1}{2} = -1 \quad \text{و} \quad \checkmark \quad \frac{1}{2} \cdot 6 - 9 = -6$$

الجواب النهائي

$$y = \frac{1}{2}x - 9$$

البند ج

الرأس C يقع على المحور x .

جدوا إحداثيات الرأس C .

1 . التعويض

على محور x نعوض $y = 0$.

$$0 = \frac{1}{2}x - 9$$

$$\frac{1}{2}x = 9$$

$$x = 18$$

2 . فحص

$$\frac{1}{2} \cdot 18 - 9 = 0 \quad \checkmark \text{؛ إذن } C(18, 0).$$

الجواب النهائي

$C(18, 0)$

البند د

أمامكم أربع معادلات، I-IV.

$$I : y = 0.5x + 3 , II : y = 0.5x + 6 , III : y = 2x - 36 , IV : y = 2x - 30$$

واحدة من المعادلات تلائم المستقيم AD ، وواحدة من المعادلات تلائم المستقيم CD .

حدّدوا أيّة معادلة تلائم المستقيم AD ، وأيّة معادلة تلائم المستقيم CD . علّوا تحديديكم.

1 . المستقيم AD

$$AD \parallel BC \text{، إذن الميل } \frac{1}{2} . \text{ نختار من المعادلتين الأولى والثانية ما يمرّ في } A(0, 6).$$

عند $x = 0$ ، المعادلة الثانية تعطي $y = 6$ ؛ الأولى تعطي 3. إذن AD تلائمه II.

2 . المستقيم CD

نختبر $C(18, 0)$ في المعادلتين الباقيتين.

$$2 \cdot 18 - 36 = 0 \quad \checkmark \text{؛ أمّا } 2 \cdot 18 - 30 = 6 \neq 0$$

إذن CD تلائمه III.

الجواب النهائي

AD : المعادلة II؛ CD : المعادلة III (تمرّان في A و C على الترتيب).

البند هـ (1)

(1) جدوا إحداثيات الرأس D .

1 . الحلّ بالموازنة

$$0.5x + 6 = 2x - 36$$

$$42 = 1.5x$$

$$x = \frac{42}{1.5} = 28$$

$$y = 0.5 \cdot 28 + 6 = 20$$

إذن $D(28, 20)$.

2. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 0.5x - y = -6 \\ 2x - y = 36 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} -6 & -1 \\ 36 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} 0.5 & -6 \\ 2 & 36 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 0.5 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) = -0.5 - (-2) = 1.5$$

$$D_x = (-6) \cdot (-1) - 36 \cdot (-1) = 6 - (-36) = 42$$

$$D_y = 0.5 \cdot 36 - 2 \cdot (-6) = 18 - (-12) = 30$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{42}{1.5} = 28$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{30}{1.5} = 20$$

تحقق: $0.5 \cdot 28 + (-1) \cdot 20 = -6$ ، $2 \cdot 28 + (-1) \cdot 20 = 36$ ✓

افتحوا هذه الهبة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

3 . فحص في CD

$$2 \cdot 28 - 36 = 56 - 36 = 20$$

نحصل على الإحداثي نفسه ✓

الجواب النهائي

$D(28, 20)$

البند هـ (2)

(2) جدوا مساحة المثلث ECD .

1 . القاعدة والارتفاع

$E(3, 0)$ و $C(18, 0)$ على محور x .

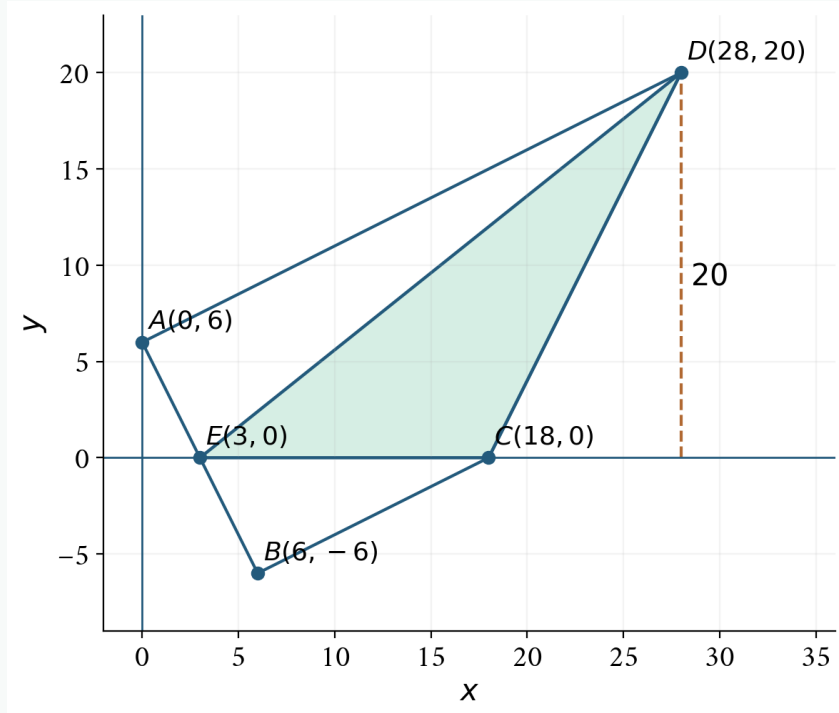
$$EC = 18 - 3 = 15$$

الارتفاع من $D(28, 20)$ إلى محور x يساوي 20 وحدة طول.

2 . المساحة

مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$.

$$S = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150$$



المثلث ECD ؛ القاعدة $EC = 15$ والارتفاع من D يساوي 20.

3 . فخص

المثلث يساوي نصف مساحة مستطيل قاعدته 15 وارتفاعه 20 : $\frac{300}{2} = 150$ ✓

الجواب النهائي
150 وحدة مربعة.

السؤال 3 . فواتير الكهرباء

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 9: تعيين القيم على المحور (3): الانحراف وقيمة مع نسبتها؛ تمهيد 5، 6، 11

3. فواتير كهرباء الشقق في أحد الأحياء في شهر معين تتوزع طبيعيًا،

والانحراف المعياري هو 160 شيكلًا.

فاتورة كهرباء 16% من الشقق في الحي كانت أقل من 400 شيكل في هذا الشهر.

أ. جدوا معدل فواتير الكهرباء.

ب. في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي.

أكملوا في المستطيلات الفارغة التي في الرسم البياني، القيم الملائمة لفواتير كهرباء الشقق في الحي.

فاتورة كهرباء 1,232 من الشقق في الحي كانت أكبر من 400 شيكل وأقل من 800 شيكل.

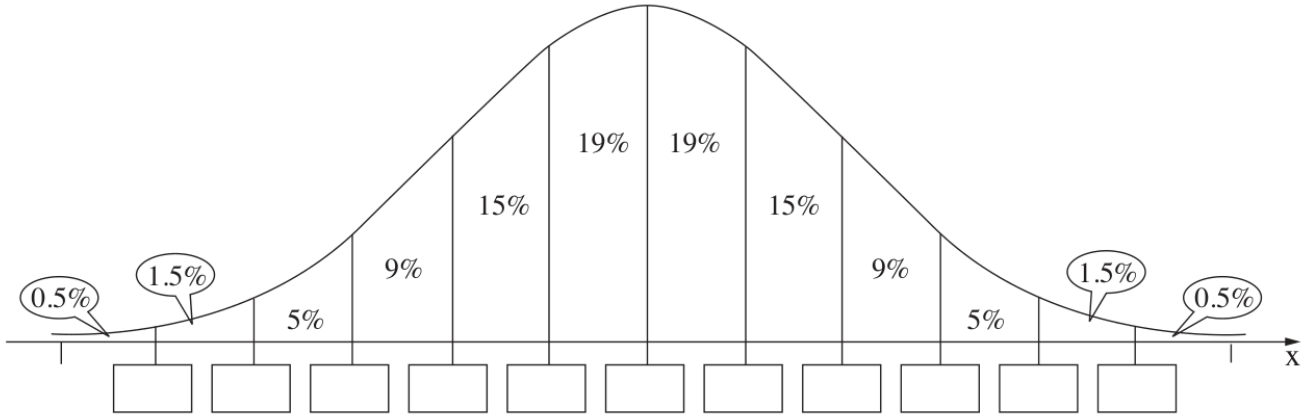
ج. (1) جدوا النسبة المئوية للشقق في الحي، التي فاتورة الكهرباء الخاصة بها هي أكبر من 400 شيكل وأقل من 800 شيكل.

(2) حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم شقة توجد في الحي؟

الشقق التي فاتورة الكهرباء الخاصة بها هي أكبر من 900 شيكل في الشهر، تتلقى إشعارًا من شركة الكهرباء.

العلامة المعيارية لفاتورة كهرباء إحدى الشقق في الحي في هذا الشهر كانت 2.3 .

د. هل تلقت هذه الشقة إشعارًا من شركة الكهرباء؟ عللوا إجابتكم.



البند أ

فواتير كهرباء الشقق في أحد الأحياء في شهر معين تتوزع طبيعيًا، والانحراف المعياري هو 160 شيكلًا.

فاتورة كهرباء 16% من الشقق في الحي كانت أقل من 400 شيكل في هذا الشهر.

جدوا معدل فواتير الكهرباء.

1 . القفزة ومكان القيمة

$S = 160$ ؛ القفزة تساوي نصف الانحراف المعياري.

$$\frac{160}{2} = 80$$

«أقل» $\Leftarrow$ نبدأ العدّ من اليسار.

$$0.5 + 1.5 + 5 + 9 = 16$$

إذن 400 يقع على بُعد قفرتين يسار المعدّل.

2 . المعدّل

$$\bar{x} = 400 + 2 \cdot 80 = 560$$

معدّل الفواتير 560 شيكلاً.

3 . فحص

$$400 = 560 - 2 \cdot 80, \text{ والنسبة يساره } 16\% \checkmark$$

الجواب النهائي

560 شيكلاً.

البند ب

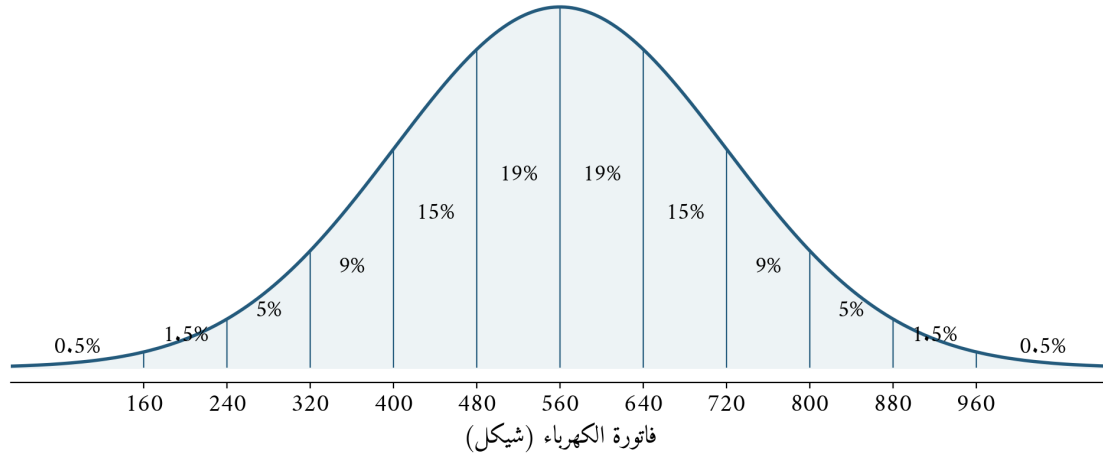
في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي. أكلوا في المستطيلات الفارغة التي في الرسم البياني، القيم الملائمة لفواتير كهرباء الشُّق في الحي.

1 . قيم المحور

القفزات	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
الفاتورة (شيكّل)	160	240	320	400	480	560	640	720	800	880	960

2 . الرسم والفحص

المعدل 560 شيكل – القفزة 80 شيكلاً – الانحراف المعياري 160 شيكلاً



منحنى الفواتير؛ المعدل 560 والقفزة 80 شيكلاً.

فحص: $560 + 5 \cdot 80 = 960$ و $560 - 5 \cdot 80 = 160$ ✓

الجواب النهائي

من اليسار: 160، 240، 320، 400، 480، 560، 640، 720، 800، 880، 960 شيكل.

البند ج (1)

فاتورة كهرباء 1,232 من الشُّق في الحيّ كانت أكبر من 400 شيكل وأقلّ من 800 شيكل.
(1) جدوا النسبة المئوية للشُّق في الحيّ، التي فاتورة الكهرباء الخاصة بها هي أكبر من 400 شيكل وأقلّ من 800 شيكل.

1 . موضع الحدّين

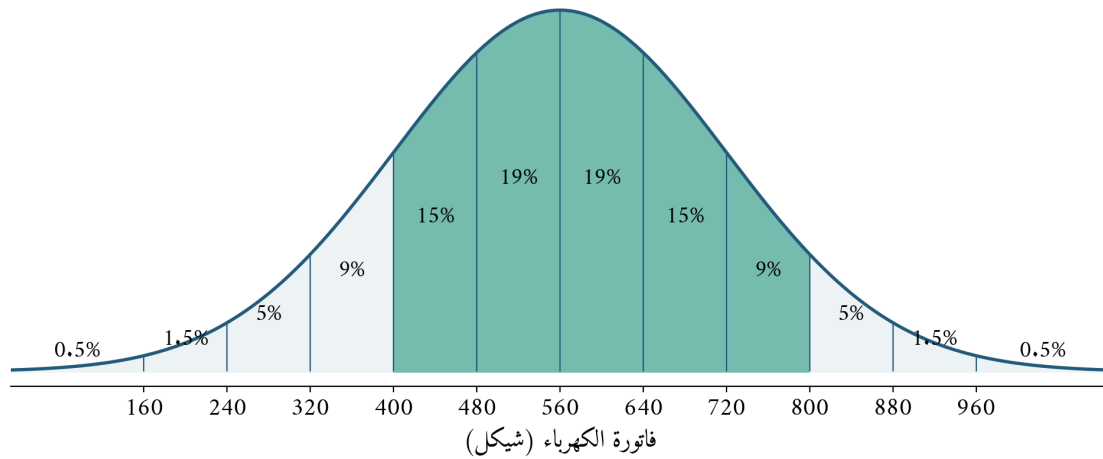
400 على بُعد قفزتين يساراً؛ 800 على بُعد ثلاث قفزات يميناً: $560 + 3 \cdot 80 = 800$.

2 . جمع الأقسام

$$15 + 19 + 19 + 15 + 9 = 77$$

النسبة 77%.

المعدل 560 شيكل – القفزة 80 شيكل – الانحراف المعياري 160 شيكل



الأقسام بين 400 و800 شيكل مجموعها 77%.

3 . فخص

خارج المجال 16% يساراً و7% يميناً: $100 - 16 - 7 = 77$ ✓

الجواب النهائي

77% من الشقق.

البند ج (2)

(2) حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم شقة توجد في الحي؟

1 . المعطيات والقانون

1,232 شقة تمثل 77%؛ العدد الكلي = العدد ÷ النسبة $\times 100$.

2 . التعويض

$$\frac{1,232}{77} \cdot 100 = 16 \cdot 100 = 1,600$$

في الحي 1,600 شقة.

3 . فحص

$$\frac{77 \cdot 1,600}{100} = 1,232$$

العدد المعطى نفسه ✓

الجواب النهائي

1,600 شقة.

البند د

الشَّقَق التي فاتورة الكهرباء الخاصة بها هي أكبر من 900 شيكل في الشهر، تتلقى إشعاراً من شركة الكهرباء. العلامة المعيارية لفاتورة كهرباء إحدى الشَّقَق في الحي في هذا الشهر كانت 2.3. هل تلقت هذه الشقة إشعاراً من شركة الكهرباء؟ عللوا إجابتكم.

1 . القانون والمعطيات

$$z = 2.3 , S = 160 , \bar{x} = 560$$

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

2 . التعويض

$$x = 560 + 2.3 \cdot 160 = 560 + 368 = 928$$

نعم؛ الفاتورة 928 شيكلاً وهي أكبر من 900 شيكل.

3 . فحص

$$\frac{928 - 560}{160} = \frac{368}{160} = 2.3$$

نحصل على العلامة المعطاة ✓

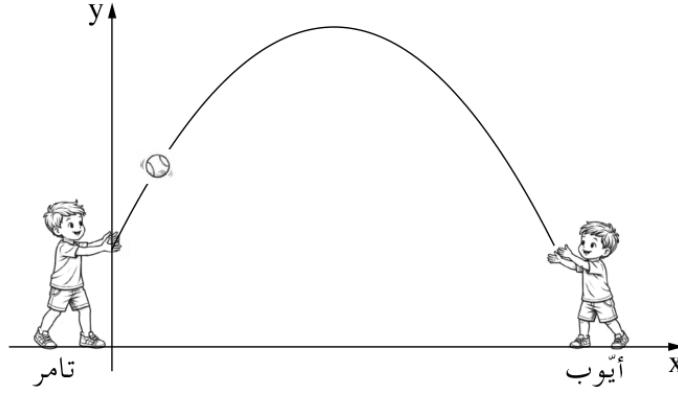
الجواب النهائي

نعم؛ فاتورتها 928 شيكلاً، وهي أكبر من 900 شيكل.

السؤال 4 . مسار الكرة بين تامر وأيوب

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 4 - 6 ، 8 ، 10

4. لعب تامر وأيوب لعبة تمريرات كرة صغيرة. لعب تامر وأيوب في ملعب أرضه مستوية. في إحدى التمريرات، رمى تامر الكرة لأيوّب. تحرّكت الكرة بشكل قطع مكافئ معادلته $y = -0.4x^2 + 2x + 1.1$ ، كما هو موصوف في الرسم. المحور x يُمثّل البُعد الأفقيّ (بالأمتار) للكرة من نقطة الرّمي. المحور y يُمثّل ارتفاع الكرة (بالأمتار) فوق سطح الأرض.



- أ. جدوا أكبر ارتفاع ممكن وصلت إليه الكرة.
ب. جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x ، كانت الكرة في توجّه صعود.
ج. التّقطَ أيّوب الكرة في النقطة التي فيها الإحداثيّ x هو 5.2 متر.
د. جدوا في أيّ ارتفاع فوق سطح الأرض كانت الكرة عندما التّقطَها أيّوب.
هـ. لو لم يلتقط أيّوب الكرة ولم يلمسها، ماذا سيكون الإحداثيّ x للنقطة التي كانت الكرة ستصيب فيها الأرض؟

البند أ

- لعب تامر وأيوب لعبة تمريرات كرة صغيرة. لعب تامر وأيوب في ملعب أرضه مستوية. في إحدى التمريرات، رمى تامر الكرة لأيوّب. تحرّكت الكرة بشكل قطع مكافئ معادلته $y = -0.4x^2 + 2x + 1.1$ ، كما هو موصوف في الرسم. المحور x يُمثّل البُعد الأفقيّ (بالأمتار) للكرة من نقطة الرّمي. المحور y يُمثّل ارتفاع الكرة (بالأمتار) فوق سطح الأرض. جدوا أكبر ارتفاع ممكن وصلت إليه الكرة.

1 . المعاملات والرأس

$a = -0.4$ ، $b = 2$ ، $c = 1.1$ ؛ لأنّ $a < 0$ ، للرأس نقطة نهاية عظمى.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-2}{2 \cdot (-0.4)} = 2.5$$

2. الارتفاع

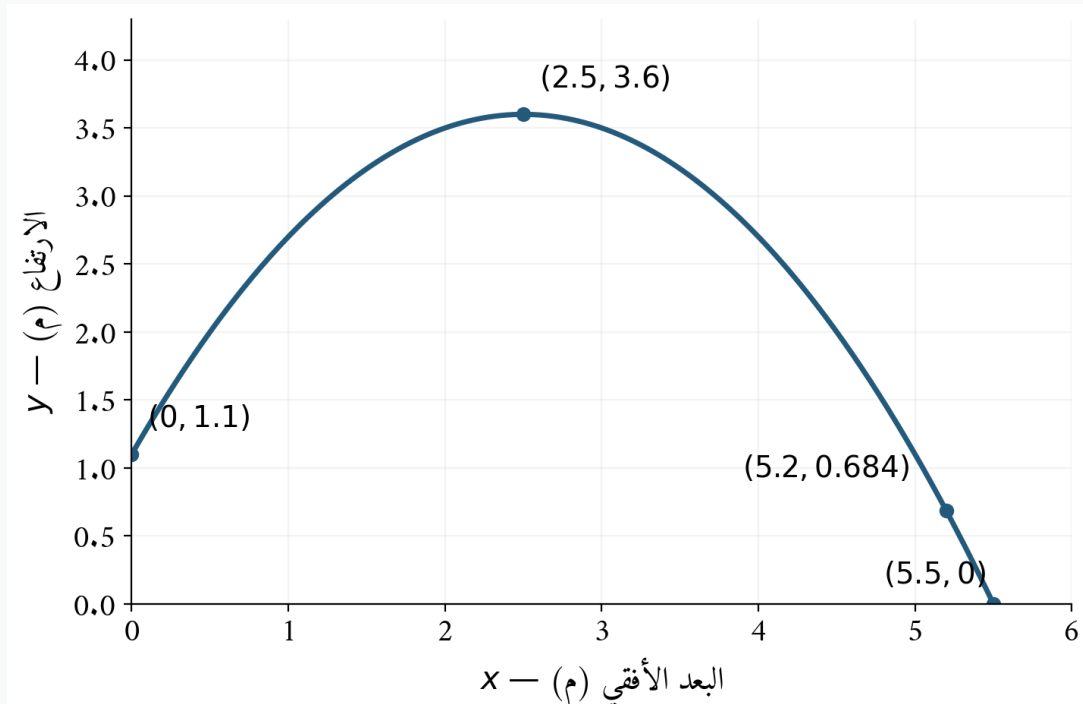
$$y = -0.4 \cdot 2.5^2 + 2 \cdot 2.5 + 1.1$$

$$y = -2.5 + 5 + 1.1 = 3.6$$

أكبر ارتفاع 3.6 متر.

3. فحص التماثل

✓ $y(2) = 3.5 = y(3)$ وهما أقل من 3.6



مسار الكرة؛ الرأس (2.5, 3.6)، والالتقاط عند $x = 5.2$ ، ووصول الأرض عند $x = 5.5$.

الجواب النهائي

3.6 متر فوق سطح الأرض.

البند ب

جدوا بالنسبة لأيّة قيمٍ لـ x ، كانت الكرة في توجّه صعود.

1 . المعطيات والاستنتاج

الرأس عند $x = 2.5$ ، والكرة تبدأ عند $x = 0$.
لذلك تكون في توجّه صعود عندما $0 < x < 2.5$.

2 . فحص

$y(0) = 1.1$ ، $y(1) = 2.7$ ، $y(2) = 3.5$ ؛ الارتفاع يرتفع حتى الرأس ✓

الجواب النهائي

$$0 < x < 2.5$$

البند ج

نَقَطَ أيّوب الكرة في النقطة التي فيها الإحداثي x هو 5.2 متر.
جدوا في أي ارتفاع فوق سطح الأرض كانت الكرة عندما التَقَطَهَا أيّوب.

1 . المعطيات والتعويض

$x = 5.2$ ؛ نعوض دون تغيير معاملات الدالة.

$$y = -0.4 \cdot 5.2^2 + 2 \cdot 5.2 + 1.1$$

$$y = -10.816 + 10.4 + 1.1 = 0.684$$

2 . التقريب والفحص

ارتفاع الالتقاط 0.684 متر بالضبط، أي حوالي 0.68 متر إلى منزلتين.
فحص: الارتفاع موجب وأقلّ من ارتفاع الرأس 3.6 متر، كما يلائم الالتقاط بعد الرأس ✓

الإجابة الرسمية تترك القيمة الدقيقة 0.684 م؛ نُظهرها مع تقريبها إلى 0.68 م، والفحص العدديّ يقبل القيمتين.

الجواب النهائي

0.684 متر، أي حوالي 0.68 متر.

البند د

لو لم يلتقط أيّوب الكرة ولم يلمسها، ماذا سيكون الإحداثي x للنقطة التي كانت الكرة ستصيب فيها الأرض؟

1 . المعادلة والمعاملات

$$-0.4x^2 + 2x + 1.1 = 0$$

إذن $a = -0.4$ ، $b = 2$ ، $c = 1.1$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-0.4) \cdot 1.1$$

$$b^2 - 4ac = 4 + 1.76 = 5.76$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2.4}{-0.8}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2.4}{-0.8} = -0.5$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2.4}{-0.8} = 5.5$$

3 . الاختيار والفحص

نرفض $x = -0.5$ لأنه قبل نقطة الرمي وخارج المسار ذي المعنى؛ نختار $x = 5.5$.

$$-0.4 \cdot 5.5^2 + 2 \cdot 5.5 + 1.1$$

$$-12.1 + 11 + 1.1 = 0$$

الكرة تصل إلى الأرض بعد 5.5 أمتار أفقياً من نقطة الرمي ✓

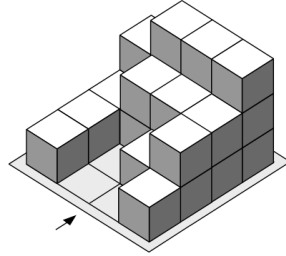
الجواب النهائي

$x = 5.5$ أمتار؛ نرفض الحلّ السالب.

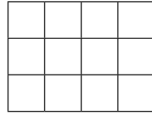
السؤال 5 . مبنى المكعبات والإضافة والإزالة

الرؤية الفراغية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 4 - 7، 9

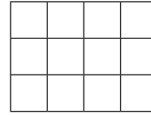
5. يعرض الرسم الذي أمامكم مبنىً مبنياً من مكعبات متطابقة . السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام .
كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر .



- أ. أكملوا في القالبين اللذين أمامكم النظرة من اليمين والنظرة من الأمام للمبنى .



النظرة من الأمام



النظرة من اليمين

- ب. ارسموا مخطط أعداد للمبنى .

- أضافوا إلى المبنى مكعباً واحداً بحيث كانت النظرة من الأمام مطابقة للنظرة من الخلف .
ج. ارسموا مخطط أعداد للمبنى بعد إضافة المكعب .

أزالوا من المبنى المكعب الذي أضافوه .

بعد ذلك، أزالوا من المبنى عدة مكعبات إضافية .

أمامكم مخطط الأعداد الجديد للمبنى بعد إزالة جميع المكعبات .

2	3	3	2
1	2	1	1
1		1	2
1			1

- د. (1) كم مكعباً إضافياً أزالوا من المبنى ؟

- (2) أية نظرة تغيرت بعد إزالة المكعبات — النظرة من اليمين أم النظرة من الأمام أم النظرة من اليسار أم النظرة من الأعلى ؟

البند أ

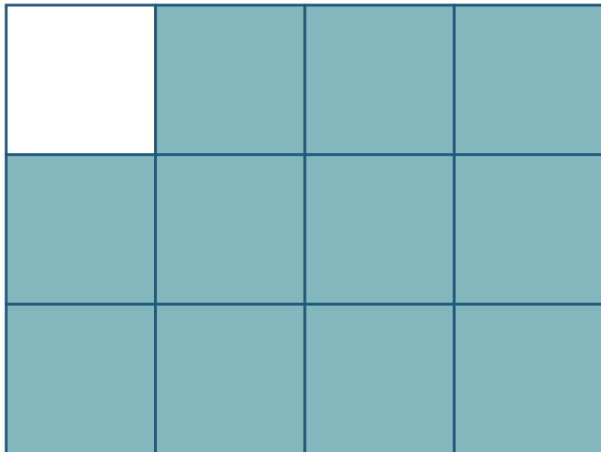
- يعرض الرسم الذي أمامكم مبنىً مبنياً من مكعبات متطابقة . السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام .
كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر .
أكملوا في القالبين اللذين أمامكم النظرة من اليمين والنظرة من الأمام للمبنى .

1 . نقرأ ارتفاعات المبنى

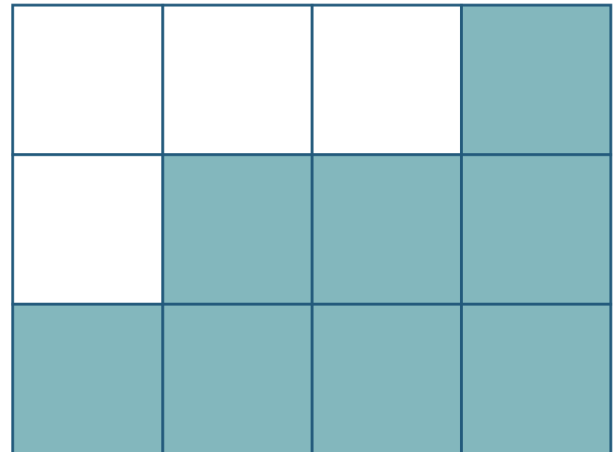
من الأمام، من اليسار إلى اليمين: 2, 3, 3, 3.
من اليمين، من اليسار إلى اليمين، أي من الصف الأمامي إلى الخلفي: 1, 2, 2, 3.

2 . النظرتان

من الأمام



من اليمين



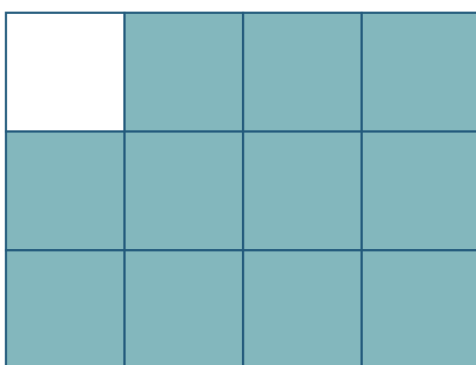
النظرة من الأمام والنظرة من اليمين، نلون المربعات من الأسفل.

3 . فحص

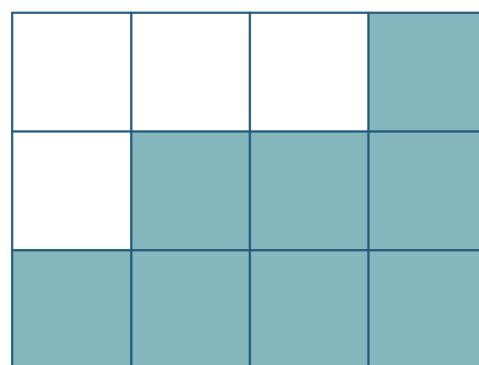
أعلى ارتفاع في المبنى 3، ويظهر في النظرتين؛ صف الأمام ارتفاعه 1 في النظرة من اليمين ✓

الجواب النهائي

من الأمام



من اليمين



من الأمام: 2, 3, 3, 3؛ من اليمين: 1, 2, 2, 3.

البند ب

ارسموا مخطط أعداد للبنى.

1 . الصفوف من الأمام إلى الخلف

من اليسار: الصفّ الأماميّ 1, 0, 0, 1؛ الثاني 2, 1, 0, 1.

الصفّ الثالث 2, 2, 2, 1؛ الخلفيّ 3, 3, 3, 2.

2 . المخطط

مخطط الأعداد

2	3	3	3
1	2	2	2
1	0	1	2
1	0	0	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد؛ السهم أسفل الصفّ الأماميّ.

3 . فحص بالعدّ

بالصفوف: $2 + 4 + 7 + 11 = 24$ مكعباً.

بالطوابق: 13 في الأول، و8 في الثاني، و3 في الثالث: $13 + 8 + 3 = 24$ ✓

الجواب النهائيّ

مخطط الأعداد

2	3	3	3
1	2	2	2
1	0	1	2
1	0	0	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد للمبنى (24 مكعباً).

البند ج

أضافوا إلى المبنى مكعباً واحداً بحيث كانت النظرة من الأمام مطابقة للنظرة من الخلف.
ارسموا مخطط أعداد للمبنى بعد إضافة المكعب.

1 . تحديد الإضافة

من الأمام الارتفاعات 2, 3, 3, 3؛ لتتطابق مع صورتها من الخلف نرفع الارتفاع الأيسر إلى 3.
نضيف المكعب فوق العمود الأيسر في الصفّ الخلفي؛ فيصير الصفّ الخلفي 3, 3, 3, 3.

بعد إضافة مكعب

3	3	3	3
1	2	2	2
1	0	1	2
1	0	0	1

↑
الأمام

مخطّط الأعداد بعد إضافة مكعب إلى المربع الخلفي الأيسر.

من الأمام ومن الخلف الارتفاعات 3, 3, 3, 3؛ العدد الجديد $24 + 1 = 25$ ✓

الجواب النهائي

بعد إضافة مكعب

3	3	3	3
1	2	2	2
1	0	1	2
1	0	0	1

↑
الأمام

المخطّط بعد إضافة مكعب واحد.

البند د (1)

أزالوا من المبنى المكعب الذي أضافوه.
بعد ذلك، أزالوا من المبنى عدة مكعبات إضافية.

أمامكم مخطط الأعداد الجديد للمبنى بعد إزالة جميع المكعبات.
(1) كم مكعباً إضافياً أزالوا من المبنى؟

1 . المخطط الجديد

بعد إزالة المكعبات

2	3	3	2
1	2	1	1
1	0	1	2
1	0	0	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد المعطى بعد الإزالة؛ المربعات الفارغة كتبت فيها أصفاراً للتوضيح.

2 . العد والفرق

بالصفوف من الأمام: $21 = 10 + 5 + 4 + 2$ مكعباً.

بعد إزالة المكعب المضاف عاد المبنى إلى 24 مكعباً؛ الإزالة الإضافية:

$$24 - 21 = 3$$

3 . فحص

نقص مكعب من المربع الخلفي الأيمن، ومكعبان من الصف الذي أمامه: $3 = 2 + 1$ ✓

الجواب النهائي

3 مكعبات إضافية.

البند (2)

(2) أية نظرة تغيرت بعد إزالة المكعبات - النظرة من اليمين أم النظرة من الأمام أم النظرة من اليسار أم النظرة من الأعلى؟

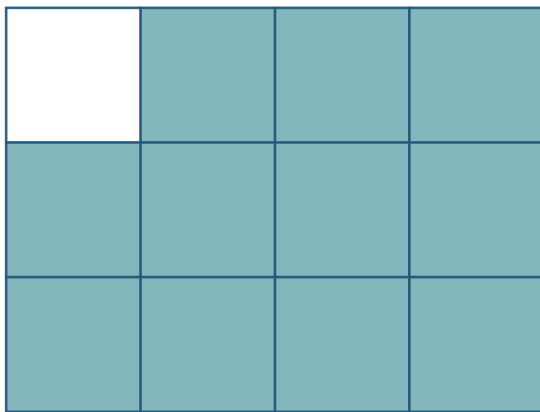
1 . من الأمام

كانت الارتفاعات 2, 3, 3, 3 وصارت 2, 3, 3, 2؛ تغيّر الارتفاع الأيمن من 3 إلى 2.

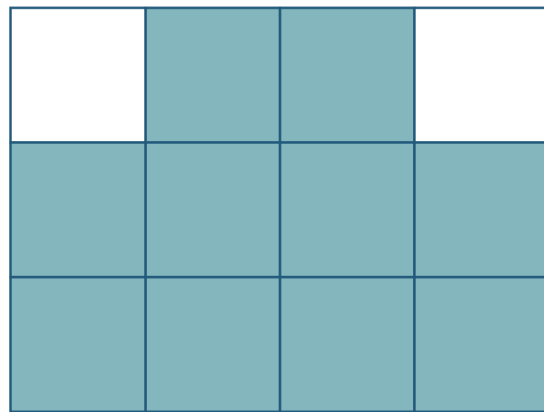
2 . بقية النظرات والفحص

من اليمين بقيت الارتفاعات 1, 2, 2, 3، ومن اليسار بقيت 3, 2, 2, 1.
 المربّعات المشغولة من الأعلى بقيت نفسها؛ لم يتحوّل أيّ مربّع مشغول إلى فارغ ✓

من الأمام قبل الإزالة



من الأمام بعد الإزالة



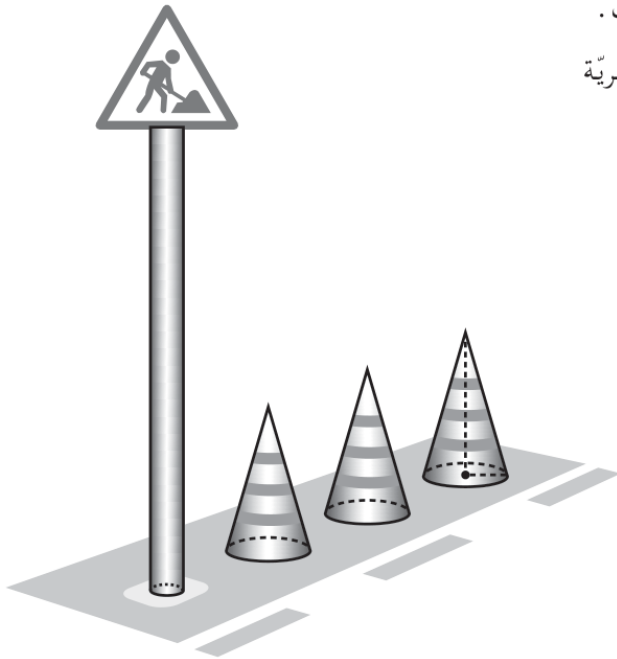
النظرة من الأمام قبل الإزالة وبعدها؛ الارتفاع الأيمن ينخفض.

الجواب النهائي

النظرة من الأمام فقط؛ الارتفاع الأيمن ينخفض من 3 إلى 2.

السؤال 6 . المخاريط وعمود الإشارة

الأجسام في الفراغ — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 4 ، 7: المخروط والخطّ الراسم؛ تمهيد 10



6. في أعقاب أعمال في الشارع، أغلقت البلدية أحد المسالك .

من أجل الحفاظ على الأمان، وضع العمال إشارة مرور تحذيرية

وثلاثة مخاريط مرورية متطابقة (انظروا الرسم) .

معطى أنّ طول نصف قطر قاعدة كلّ واحد من المخاريط

هو 21 سم، وارتفاع كلّ واحد منها هو 72 سم .

أ . جدوا طول الخطّ الراسم لكلّ واحد من المخاريط .

ب . جدوا المساحة الكلية لغلاف ثلاثة المخاريط .

عمود إشارة المرور التحذيرية شكله أسطوانة .

معطى أنّ ارتفاع العمود هو 3 أضعاف ارتفاع المخروط،

وأنّ حجمه هو $3,456\pi$ سم³ .

جـ . جدوا طول نصف قطر قاعدة العمود .

د . هل مساحة غلاف العمود هي أكبر أم أصغر من المساحة الكلية لغلاف

ثلاثة المخاريط؟ علّلوا إجابتكم .

البند أ

في أعقاب أعمال في الشارع، أغلقت البلدية أحد المسالك .

من أجل الحفاظ على الأمان، وضع العمال إشارة مرور تحذيرية وثلاثة مخاريط مرورية متطابقة (انظروا الرسم) .

معطى أنّ طول نصف قطر قاعدة كلّ واحد من المخاريط هو 21 سم، وارتفاع كلّ واحد منها هو 72 سم .

جدوا طول الخطّ الراسم لكلّ واحد من المخاريط .

1 . المعطيات والقانون

$r = 21$ سم، $h = 72$ سم؛ الخطّ الراسم l هو الوتر .

$$l^2 = r^2 + h^2$$

2 . التعويض والحساب

$$l^2 = 21^2 + 72^2 = 441 + 5,184 = 5,625$$

$$l = \sqrt{5,625} = 75$$

طول الخطّ الراسم 75 سم .

3 . فحص

$$\checkmark 75^2 = 5,625 = 21^2 + 72^2$$

الجواب النهائي

75 سم.

البند ب

جدوا المساحة الكلية لغلaf ثلاثة المخاريط.

1 . القانون والمعطيات

مساحة غلاف مخروط واحد هي πrl ؛ $r = 21$ و $l = 75$.

2 . مخروط واحد وثلاثة مخاريط

$$S = \pi \cdot 21 \cdot 75 = 1,575\pi$$

$$3 \cdot 1,575\pi = 4,725\pi$$

$$4,725\pi \approx 14,844.03$$

المساحة الكلية لأغلفة المخاريط حوالي 14,844.03 سم².

3 . فحص

$$\checkmark \frac{4,725}{3} = 1,575 \text{ نحصل على معامل مخروط واحد: } 1,575$$

الجواب النهائي

$$4,725\pi \approx 14,844.03 \text{ سم}^2$$

البند ج

عمود إشارة المرور التحذيرية شكله أسطوانة.

معطى أنّ ارتفاع العمود هو 3 أضعاف ارتفاع المخروط، وأنّ حجمه هو $3,456\pi$ سم³.

جدوا طول نصف قطر قاعدة العمود.

1 . الارتفاع والقانون

$$h = 3 \cdot 72 = 216$$

$$V = \pi r^2 h$$

2 . التعويض والحساب

$$3,456\pi = \pi r^2 \cdot 216$$

$$r^2 = \frac{3,456}{216} = 16$$

$$r = \sqrt{16} = 4$$

نصف القطر 4 سم.

3 . فحص

$$\pi \cdot 4^2 \cdot 216 = 3,456\pi$$

نحصل على الحجم المعطى ✓

الجواب النهائي

4 سم.

البند د

هل مساحة غلاف العمود هي أكبر أم أصغر من المساحة الكلية لغلاف ثلاثة المخاريط؟ علّوا إجابتكم.

1 . غلاف العمود

$$S = 2\pi r h$$

$$S = 2\pi \cdot 4 \cdot 216 = 1,728\pi$$

$$S \approx 5,428.67$$

2 . المقارنة والفحص

لأن $4,725 < 1,728$ ، فإن مساحة غلاف العمود أصغر.

✓ فرق المساحتين: $4,725\pi - 1,728\pi = 2,997\pi > 0$

الجواب النهائي

أصغر؛ $1,728\pi < 4,725\pi$ سم².

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	المجال داخل الشكل الرباعي $OACB$ ؛ رؤوسه $O(0,0)$ ، $A(0,20)$ ، $C(30,14)$ ، $B(58,0)$.
	ب (1)	$P = 25x + 55y$ ؛ الربح بالشيكل.
	ب (2)	30 وجبة نباتية و 14 وجبة لحوم؛ الربح الأقصى 1,520 شيكلاً.
	ج (1)	نباتية: 22.5 شيكل؛ لحوم: 66 شيكلاً.
	ج (2)	يزداد بـ 79 شيكلاً (من 1,520 إلى 1,599 شيكلاً).
2	أ	$B(6, -6)$.
	ب (1)	$m_{AB} = -2$.
	ب (2)	$y = \frac{1}{2}x - 9$.
	ج	$C(18, 0)$.
	د	AD : المعادلة II؛ CD : المعادلة III (تمرّان في A و C على الترتيب).
	هـ (1)	$D(28, 20)$.
	هـ (2)	150 وحدة مربعة.
3	أ	560 شيكلاً.
	ب	من اليسار: 160، 240، 320، 400، 480، 560، 640، 720، 800، 880، 960 شيكل.
	ج (1)	77% من الشقق.
	ج (2)	1,600 شقة.
	د	نعم؛ فاتورتها 928 شيكلاً، وهي أكبر من 900 شيكل.

4	أ	3.6 متر فوق سطح الأرض.																								
	ب	$0 < x < 2.5$.																								
	ج	0.684 متر، أي حوالي 0.68 متر.																								
	د	$x = 5.5$ أمتار؛ نرفض الحلّ السالب.																								
5	أ	من الأمام <table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> من اليمين <table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> من الأمام: 2, 3, 3, 3؛ من اليمين: 1, 2, 2, 3.																								
	ب	مخطط الأعداد <table><tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> ↑ الأمام مخطط الأعداد للبنى (24 مكعباً).	2	3	3	3	1	2	2	2	1	0	1	2	1	0	0	1								
2	3	3	3																							
1	2	2	2																							
1	0	1	2																							
1	0	0	1																							
	ج	بعد إضافة مكعب <table><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> ↑ الأمام المخطط بعد إضافة مكعب واحد.	3	3	3	3	1	2	2	2	1	0	1	2	1	0	0	1								
3	3	3	3																							
1	2	2	2																							
1	0	1	2																							
1	0	0	1																							
	د (1)	3 مكعبات إضافية.																								

	د (2)	النظرة من الأمام فقط؛ الارتفاع الأيمن ينخفض من 3 إلى 2.
6	أ	75 سم.
	ب	$4,725\pi \approx 14,844.03$ سم ² .
	ج	4 سم.
	د	أصغر؛ $4,725\pi < 1,728\pi$ سم ² .