

حلول امتحان البجروت 372

صيف 2025، الموعد ب

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسية التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نُجيب عن أربعة من الأسئلة الستة، عن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال 27 درجة، والمجموع 100 درجة على الأكثر. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربيّ الرسميّ لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . سلطة الجزر وسلطة الملفوف

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 2 - 10

1. يُحضّرون في مصنع يُنتج السلّطات نوعين من السلّطات: سلطة جَزَر وسلطة ملفوف .
عملية الإنتاج مكوّنة من مرحلتين أساسيتين: تقطيع وخلط، ولهذا الغرض يستعملون في المصنع آلة تقطيع وآلة خلط .
الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لتحضير 1 كيلوغرام من كل واحدة من السلّطتين .

زمن الخلط (لـ 1 كيلوغرام)	زمن التقطيع (لـ 1 كيلوغرام)	
دقيقتان	6 دقائق	سلطة جزر
4 دقائق	3 دقائق	سلطة ملفوف

في دورة إنتاج واحدة، يمكن تشغيل آلة التقطيع 42 دقيقة على الأكثر، وآلة الخلط 35 دقيقة على الأكثر .
نرمز بـ x إلى عدد كيلوغرامات سلطة الجزر وبـ y إلى عدد كيلوغرامات سلطة الملفوف، التي يُحضّرونها في المصنع في دورة إنتاج واحدة .

أ. اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

ب. ارسموا المجال الممكن الذي يَنُتج من هيئة الاضطرابات .

رَبِح المصنع من بَيْع كيلوغرام واحد من سلطة الجزر هو 26 شيكلاً، ورَبِحُه من بَيْع كيلوغرام واحد من سلطة الملفوف هو 30 شيكلاً .

ج. اكتبوا دالة الهدف .

د. كم كيلوغراماً من كل نوع سلطة يجب أن يُنتجوا في المصنع في دورة إنتاج واحدة كي يكون الربح أكبر ما يمكن؟

البند أ

يُحضّرون في مصنع يُنتج السلّطات نوعين من السلّطات: سلطة جَزَر وسلطة ملفوف .
عملية الإنتاج مكوّنة من مرحلتين أساسيتين: تقطيع وخلط، ولهذا الغرض يستعملون في المصنع آلة تقطيع وآلة خلط .
الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لتحضير 1 كيلوغرام من كل واحدة من السلّطتين .
في دورة إنتاج واحدة، يمكن تشغيل آلة التقطيع 42 دقيقة على الأكثر، وآلة الخلط 35 دقيقة على الأكثر .
نرمز بـ x إلى عدد كيلوغرامات سلطة الجزر وبـ y إلى عدد كيلوغرامات سلطة الملفوف، التي يُحضّرونها في المصنع في دورة إنتاج واحدة .
اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

1 . جدول المعطيات

السلطة	العدد	التقطيع (دقيقة)	الخلط (دقيقة)
جزر	x	$6x$	$2x$
ملفوف	y	$3y$	$4y$
المجموع والحد		$6x + 3y \leq 42$	$2x + 4y \leq 35$

2 . هيئة الاضطرابات

«على الأكثر» $\Leftarrow$ الإشارة $\leq$.

$$6x + 3y \leq 42$$

$$2x + 4y \leq 35$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

3 . فحص

لا إنتاج: $0 \leq 42$ و $0 \leq 35$ صحيحان ✓

الجواب النهائي

$$y \geq 0, \quad x \geq 0, \quad 2x + 4y \leq 35, \quad 6x + 3y \leq 42$$

البند ب

ارسموا المجال الممكن الذي ينتج من هيئة الاضطرابات.

1 . التقاطعات مع المحورين

مع محور y	مع محور x	المستقيم
$(0, 14)$	$(7, 0)$	$6x + 3y = 42$
$(0, 8.75)$	$(17.5, 0)$	$2x + 4y = 35$

على المحورين نأخذ أصغر نقطة تقاطع: $A(0, 8.75)$ و $B(7, 0)$.

نقطة $O(0, 0)$ تحقق الاضطرابين؛ نلون الجهة التي فيها الأصل في الربع الأول فقط.

2. الرأس المشترك بالتعويض

من المعادلة الأولى $y = 14 - 2x$.

$$2x + 4(14 - 2x) = 35$$

$$2x + 56 - 8x = 35$$

$$-6x = -21$$

$$x = \frac{-21}{-6} = 3.5$$

$$y = 14 - 2 \cdot 3.5 = 7$$

إذن $C(3.5, 7)$.

3. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 6x + 3y = 42 \\ 2x + 4y = 35 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 42 & 3 \\ 35 & 4 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} 6 & 42 \\ 2 & 35 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 6 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 24 - 6 = 18$$

$$D_x = 42 \cdot 4 - 35 \cdot 3 = 168 - 105 = 63$$

$$D_y = 6 \cdot 35 - 2 \cdot 42 = 210 - 84 = 126$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{63}{18} = 3.5$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{126}{18} = 7$$

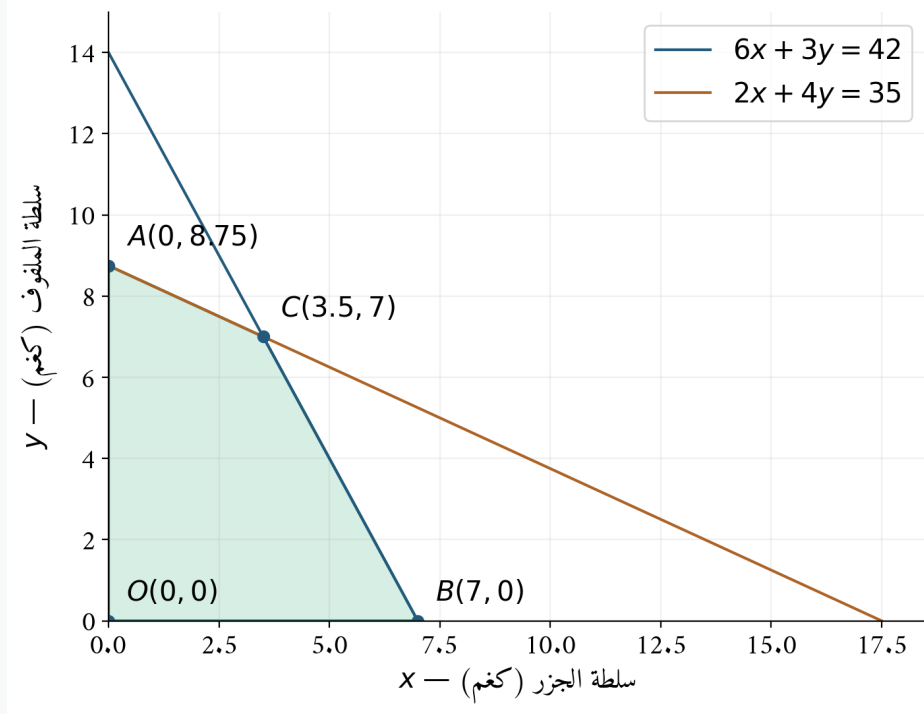
تحقق: $2 \cdot 3.5 + 4 \cdot 7 = 35$ ، $6 \cdot 3.5 + 3 \cdot 7 = 42$ ✓

افتحوا هذه الهئية في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص والرسم

$$\checkmark 2 \cdot 3.5 + 4 \cdot 7 = 35 \text{ و } \checkmark 6 \cdot 3.5 + 3 \cdot 7 = 42$$



الجواب النهائي

الجدول المملوء في الربع الأول؛ رؤوسه $O(0,0)$ ، $A(0,8.75)$ ، $C(3.5,7)$ ، $B(7,0)$.

البند ج

ربح المصنع من بيع كيلوغرام واحد من سلطة الجزر هو 26 شيكلاً، وربحه من بيع كيلوغرام واحد من سلطة الملفوف هو 30 شيكلاً. اكتبوا دالة الهدف.

1 . الجدول مع الربح

السلطة	العدد	التقطيع (دقيقة)	الخلط (دقيقة)	الربح (شيكال)
جزر	x	$6x$	$2x$	$26x$
ملفوف	y	$3y$	$4y$	$30y$
المجموع والحد		$6x + 3y \leq 42$	$2x + 4y \leq 35$	$P = 26x + 30y$

2 . دالة الهدف

$$P = 26x + 30y$$

نبحث عن أكبر ربح.

فحص: كيلوغرام من كل سلعة يعطي $56 = 26 + 30$ شيكلاً ✓

الجواب النهائي

$P = 26x + 30y$ ؛ الربح بالشيكال.

البند د

كم كيلوغراماً من كل نوع سلعة يجب أن ينتجوا في المصنع في دورة إنتاج واحدة كي يكون الربح أكبر ما يمكن؟

1 . جدول الرؤوس

الرأس	النقطة	التعويض في P	الربح (شيكال)
O	$(0, 0)$	$26 \cdot 0 + 30 \cdot 0$	0
A	$(0, 8.75)$	$26 \cdot 0 + 30 \cdot 8.75$	262.5
B	$(7, 0)$	$26 \cdot 7 + 30 \cdot 0$	182
C	$(3.5, 7)$	$26 \cdot 3.5 + 30 \cdot 7$	301

2 . الاستنتاج والفحص

أكبر ربح 301 شيكل عند $C(3.5, 7)$: نتج 3.5 كغم جزر و 7 كغم ملفوف.

فحص: خطة الإنتاج تستعمل 42 دقيقة تقطيع و 35 دقيقة خلط؛ كلا الحدين متحقق ✓

الجواب النهائي

3.5 كغم سلعة جزر و 7 كغم سلعة ملفوف؛ الربح الأقصى 301 شيكل.

السؤال 2 . المثلث القائم والمنتصف

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 2، 3، 6 - 10

2. معطى المثلث القائم الزاوية ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).

الرأسان A و C يقعان على المحور y ، كما هو موصوف في الرسم.

معادلة الضلع AB هي $y = -\frac{4}{5}x + 24$.

أ. جدوا إحداثيات الرأس A .

معطى أن: $C(0, -17)$.

ب. (1) جدوا معادلة الضلع BC .

(2) جدوا إحداثيات الرأس B .

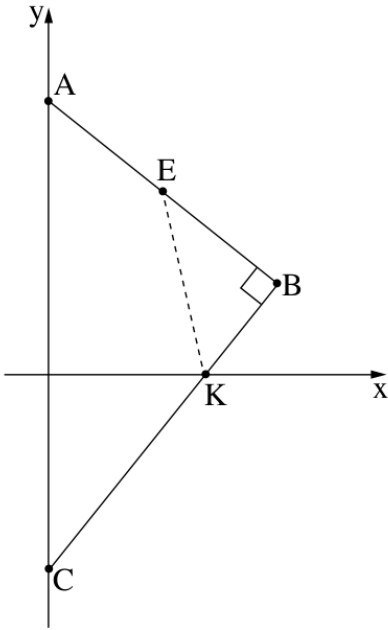
النقطة E هي منتصف الضلع AB .

ج. جدوا إحداثيات النقطة E .

النقطة K هي نقطة تقاطع الضلع BC مع المحور x .

د. (1) جدوا إحداثيات النقطة K .

(2) جدوا مساحة المثلث EBK .



البند أ

معطى المثلث القائم الزاوية ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).

الرأسان A و C يقعان على المحور y ، كما هو موصوف في الرسم.

معادلة الضلع AB هي $y = -\frac{4}{5}x + 24$.

جدوا إحداثيات الرأس A .

1 . التعويض

الرأس A على محور y ؛ إذن $x = 0$.

$$y = -\frac{4}{5} \cdot 0 + 24 = 24$$

2 . فحص

النقطة $A(0, 24)$ على المستقيم وعلى محور y ✓

الجواب النهائي

$A(0, 24)$

البند ب (1)

معطى أن: $C(0, -17)$.
(1) جدوا معادلة الضلع BC .

1. الميل

$m_{AB} = -\frac{4}{5}$ ؛ نقلب ونغيّر إشارة.

$$m_{BC} = \frac{5}{4}$$

2. ميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-17) = \frac{5}{4}(x - 0)$$

$$y = \frac{5}{4}x - 17$$

3. فحص

$$\checkmark \quad -\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = -1 \text{ وحاصل ضرب الميلين} \quad \checkmark \quad \frac{5}{4} \cdot 0 - 17 = -17$$

الجواب النهائي

$$y = \frac{5}{4}x - 17$$

البند ب (2)

(2) جدوا إحداثيات الرأس B .

1. الحلّ بالموازنة

$$-\frac{4}{5}x + 24 = \frac{5}{4}x - 17$$

$$41 = \left(\frac{5}{4} + \frac{4}{5}\right)x$$

$$41 = \frac{41}{20}x$$

$$x = 20$$

$$y = \frac{5}{4} \cdot 20 - 17 = 8$$

إذن $B(20, 8)$.

2. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 0.8x + y = 24 \\ 1.25x - y = 17 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 24 & 1 \\ 17 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 \\ 1.25 & -1 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} 0.8 & 24 \\ 1.25 & 17 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 0.8 \cdot (-1) - 1.25 \cdot 1 = -0.8 - 1.25 = -2.05$$

$$D_x = 24 \cdot (-1) - 17 \cdot 1 = -24 - 17 = -41$$

$$D_y = 0.8 \cdot 17 - 1.25 \cdot 24 = 13.6 - 30 = -16.4$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-41}{-2.05} = 20$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-16.4}{-2.05} = 8$$

تحقق: $\checkmark 1.25 \cdot 20 + (-1) \cdot 8 = 17$ ، $\checkmark 0.8 \cdot 20 + 1 \cdot 8 = 24$

افتحوا هذه الهئية في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➤

mathbagrut.com/tools/box-method/

3. فحص في AB

$$-\frac{4}{5} \cdot 20 + 24 = -16 + 24 = 8$$

نحصل على الإحداثي نفسه $\checkmark$

الجواب النهائي

$B(20, 8)$

البند ج

النقطة E هي منتصف الضلع AB .
جدوا إحداثيات النقطة E .

1 . قانون المنتصف والتعويض

$$E\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$
$$E\left(\frac{0 + 20}{2}, \frac{24 + 8}{2}\right) = E(10, 16)$$

2 . فحص

فرق الإحداثيين من كل طرف إلى المنتصف هو 10 أفقيًا و 8 عموديًا ✓

الجواب النهائي

$$.E(10, 16)$$

البند د (1)

النقطة K هي نقطة تقاطع الضلع BC مع المحور x .
(1) جدوا إحداثيات النقطة K .

1 . التعويض والحساب

$$0 = \frac{5}{4}x - 17$$
$$\frac{5}{4}x = 17$$
$$x = \frac{17 \cdot 4}{5} = 13.6$$

2 . فحص

$$\frac{5}{4} \cdot 13.6 - 17 = 17 - 17 = 0 \quad \checkmark \text{ إذن } K(13.6, 0)$$

الجواب النهائي

$$.K(13.6, 0)$$

البند د (2)

(2) جدوا مساحة المثلث EBK .

1 . الزاوية والقانون

EB يقع على AB ، و BK على BC ؛ لذلك $EB \perp BK$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2 . ضلعا الزاوية القائمة

$$EB = \sqrt{(20 - 10)^2 + (8 - 16)^2}$$

$$EB = \sqrt{100 + 64} = 2\sqrt{41}$$

$$BK = \sqrt{(20 - 13.6)^2 + (8 - 0)^2}$$

$$BK = \sqrt{40.96 + 64} = 1.6\sqrt{41}$$

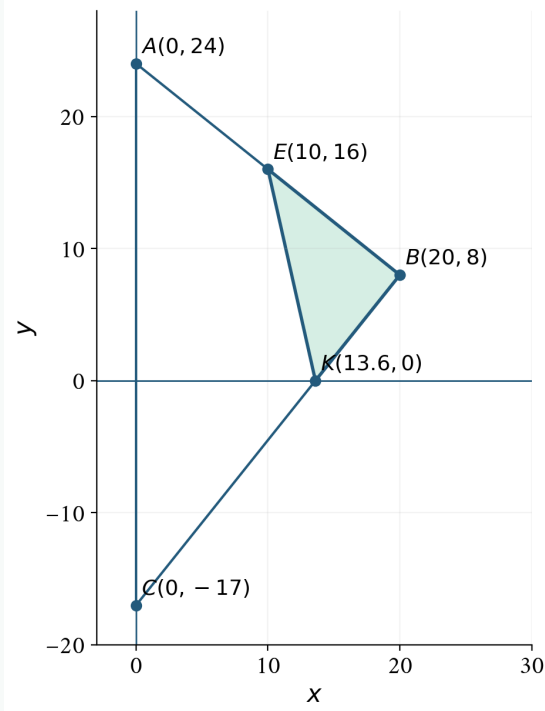
3 . المساحة

نُبتي الأطوال دقيقة حتىّ حساب المساحة؛ مساحة المثلث القائم تساوي حاصل ضرب ضلعي القائمة $\div 2$.

$$S = \frac{EB \cdot BK}{2}$$

$$S = \frac{2\sqrt{41} \cdot 1.6\sqrt{41}}{2}$$

$$S = 1.6 \cdot 41 = 65.6$$



المثلث EBK قائم عند B ؛ استعمل الضلعان EB و BK في المساحة.

4 . فحص

$$\checkmark \frac{\sqrt{164 \cdot 104.96}}{2} = 65.6 \text{ فإن } BK^2 = 104.96 \text{ و } EB^2 = 164 \text{ بما أن } EB^2 = 164 \text{ و } BK^2 = 104.96$$

الجواب النهائي

65.6 وحدة مربعة.

السؤال 3 . مسابقة القفز العالي

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 9، 4، 6، 7، 11

3. أُجريت في مدرسة معيّنة مسابقة في القفز العالي . النتائج التي حَقَّقَهَا المشاركون في المسابقة توزَّعت طبيعياً، والانحراف المعياري كان 0.2 .

النتائج التي حَقَّقَهَا 16% من المشاركين كانت أقل من 1.2 متر .

أ. (1) جدوا معدل النتائج في المسابقة .

(2) في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي . أكملوا النتائج في المسابقة في المستطيلات

الفارغة التي في الرسم البياني .

ب. جدوا النسبة المئوية للمشاركين في المسابقة، الذين كانت نتيجتهم أعلى من 1.5 متر .

نتائج 62 مشاركاً كانت أعلى من 1.5 متر .

ج. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما هو العدد الكلي للمشاركين في المسابقة؟

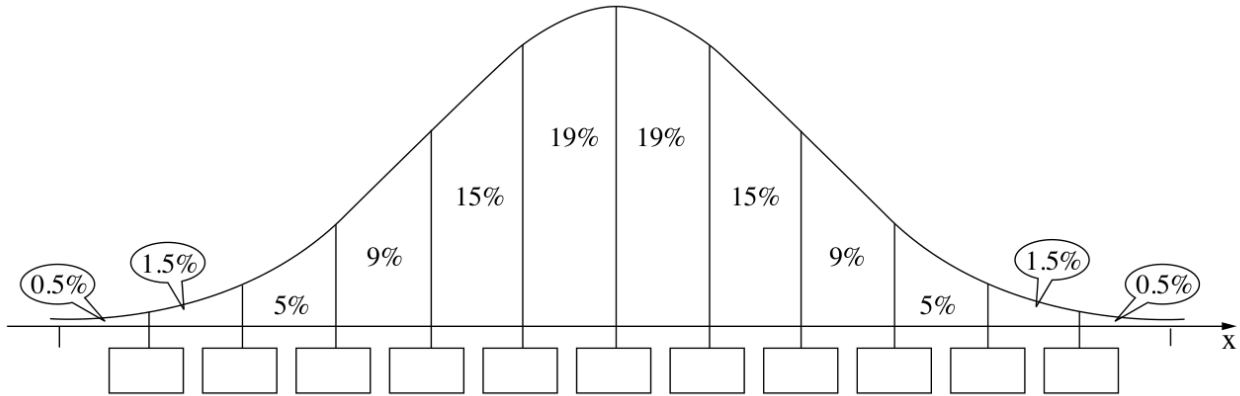
2% من المشاركين، هؤلاء الذين حَقَّقُوا أعلى النتائج في المسابقة، حازوا على ميدالية .

نتيجة رامي في المسابقة كانت 1.73 متر .

د. هل حاز رامي على ميدالية؟ علِّلوا إجابتكم .

شارك أكرم في المسابقة، والعلامة المعيارية لنتيجته كانت 2.4 .

هـ. مَنْ حَقَّقَ نتيجة أعلى في المسابقة، رامي أم أكرم؟ علِّلوا إجابتكم .



البند أ (1)

أُجريت في مدرسة معيّنة مسابقة في القفز العالي. النتائج التي حَقَّقَهَا المشاركون في المسابقة توزَّعت طبيعياً، والانحراف المعياري كان 0.2 .

النتائج التي حَقَّقَهَا 16% من المشاركين كانت أقل من 1.2 متر .

(1) جدوا معدل النتائج في المسابقة .

1 . القفزة ومكان القيمة

$S = 0.2$ متر؛ القفزة نصفه.

$$\frac{0.2}{2} = 0.1$$

«أقل» $\Leftarrow$ نعدّ من اليسار: $0.5 + 1.5 + 5 + 9 = 16$.

إذن 1.2 يقع قفرتين يسار المعدّل.

2 . المعدّل

$$\bar{x} = 1.2 + 2 \cdot 0.1 = 1.4$$

3 . فحص

$1.2 = 1.4 - 2 \cdot 0.1$ ✓؛ والنسبة على يساره 16% ✓

الجواب النهائي

1.4 متر.

البند أ (2)

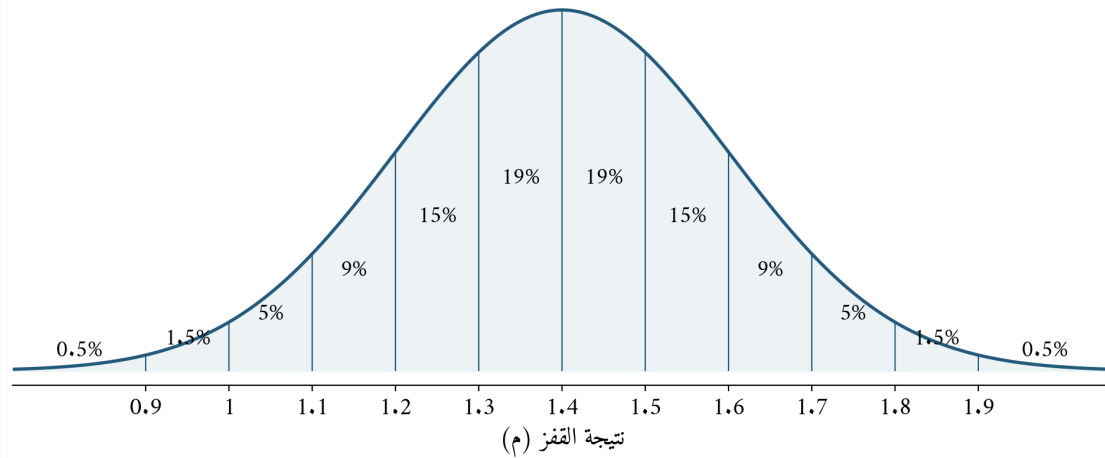
(2) في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي. أكملوا النتائج في المسابقة في المستطيلات الفارغة التي في الرسم البياني.

1 . المحور

القفزات	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
النتيجة (م)	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9

2 . الرسم والفحص

المعدل 1.4 متر – القفزة 0.1 متر – الانحراف المعياري 0.2 متر



نتائج القفز؛ المعدل 1.4 متر والقفزة 0.1 متر.

✓ فحص: $1.4 + 5 \cdot 0.1 = 1.9$ و $1.4 - 5 \cdot 0.1 = 0.9$

الجواب النهائي

من اليسار: 0.9، 1، 1.1، 1.2، 1.3، 1.4، 1.5، 1.6، 1.7، 1.8، 1.9 متر.

البند ب

جدوا النسبة المئوية للمشاركين في المسابقة، الذين كانت نتيجتهم أعلى من 1.5 متر.

1 . مكان الحد

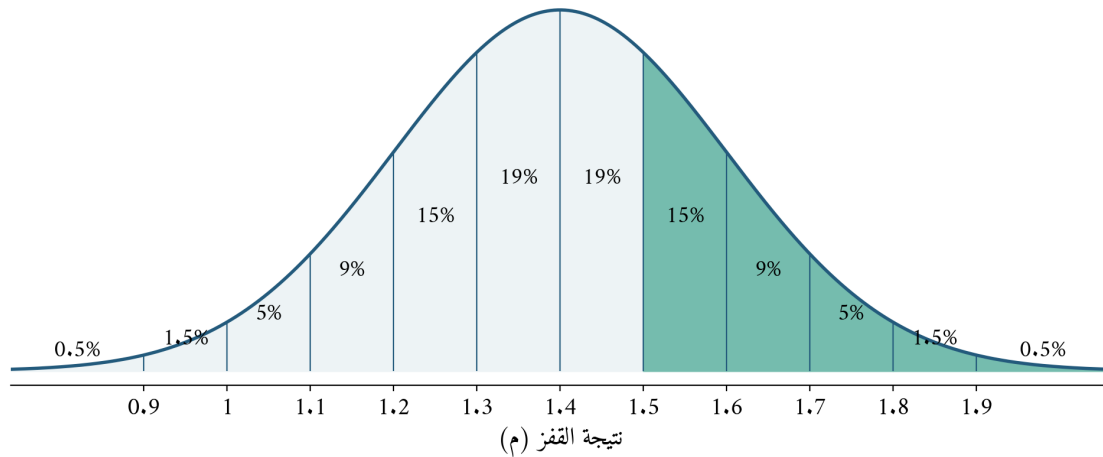
1.5 يقع قفزة واحدة يمين المعدل 1.4.

2 . النسبة

$$0.5 + 1.5 + 5 + 9 + 15 = 31$$

النسبة 31%.

المعدل 1.4 متر – القفزة 0.1 متر – الانحراف المعياري 0.2 متر



الأقسام بين 1.5 متر؛ مجموعها 31%.

3 . فخص

بين المعدل و1.5 توجد 19%؛ إذن $50 - 19 = 31$ ✓

الجواب النهائي

31% من المشاركين.

البند ج

نتائج 62 مشاركًا كانت أعلى من 1.5 متر.
حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما هو العدد الكلي للمشاركين في المسابقة؟

1 . القانون والمعطيات

62 مشاركًا يشكلون 31%؛ العدد الكلي = العدد ÷ النسبة $\times 100$.

2 . التعويض

$$\frac{62}{31} \cdot 100 = 2 \cdot 100 = 200$$

3 . فحص

$$\checkmark \frac{31 \cdot 200}{100} = 62$$

الجواب النهائي

200 مشارك.

البند د

2% من المشاركين، هؤلاء الذين حَقَّقوا أعلى النتائج في المسابقة، حازوا على ميدالية. نتيجة رامي في المسابقة كانت 1.73 متر. هل حاز رامي على ميدالية؟ علِّلوا إجابتكم.

1 . حدّ الميدالية

من الطرف الأيمن $2 = 1.5 + 0.5$ ؛ الحدّ على بُعد أربع قفزات يمين المعدّل.

$$1.4 + 4 \cdot 0.1 = 1.8$$

2 . القرار والفحص

لا؛ نتيجة رامي 1.73 متر أقلّ من حدّ الميدالية 1.8 متر.

$$\checkmark 1.73 < 1.8$$

الجواب النهائي

لا؛ نتيجته 1.73 متر أقلّ من حدّ الميدالية 1.8 متر.

البند هـ

شارك أكرم في المسابقة، والعلامة المعيارية لنتيجته كانت 2.4. مَنْ حَقَّقَ نتيجة أعلى في المسابقة، رامي أم أكرم؟ علِّلوا إجابتكم.

1 . القانون والتعويض

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

$$x = 1.4 + 2.4 \cdot 0.2 = 1.88$$

2 . المقارنة والفحص

أكرم حَقَّق 1.88 متر، و $1.88 > 1.73$ ؛ إذن نتيجته أعلى.

$$\frac{1.88 - 1.4}{0.2} = 2.4$$

نحصل على العلامة المعطاة ✓

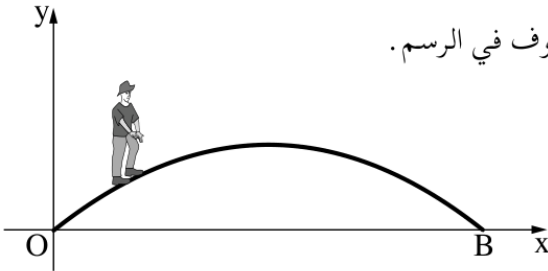
الجواب النهائي

أكرم؛ نتيجته 1.88 متر مقابل 1.73 متر لرامي.

السؤال 4 . الجسر فوق النهر

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 4 - 6 ، 8 - 10

4. بنواً فوق نهر جسراً شكله قطع مكافئ معادلته $y = -0.1x^2 + 0.8x$.



يبدأ الجسر في النقطة O وينتهي في النقطة B ، كما هو موصوف في الرسم .

المحور x يُمثل البُعد الأفقي (بالمتر) عن النقطة O ،

والمحور y يُمثل الارتفاع (بالمتر) فوق سطح الماء .

أ. جدوا إحداثيات النقطتين O و B .

ب. جدوا أكبر ارتفاع ممكن للجسر .

سار يوسف على الجسر . بدأ يوسف في النقطة O وأنهى في النقطة B .

ج. (1) جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x ، سار يوسف على الجسر في توجّه نزول .

(2) عندما سار على الجسر في توجّه نزول ، مرّ يوسف في النقطة التي ارتفاعها فوق

سطح الماء هو 1.2 متر . جدوا الإحداثي x لهذه النقطة .

البند أ

بنواً فوق نهر جسراً شكله قطع مكافئ معادلته $y = -0.1x^2 + 0.8x$.

يبدأ الجسر في النقطة O وينتهي في النقطة B ، كما هو موصوف في الرسم .

المحور x يُمثل البُعد الأفقي (بالمتر) عن النقطة O ، والمحور y يُمثل الارتفاع (بالمتر) فوق سطح الماء .

جدوا إحداثيات النقطتين O و B .

1 . المعادلة والمعاملات

$$-0.1x^2 + 0.8x = 0$$

المعاملات كما هي: $a = -0.1$ ، $b = 0.8$ ، $c = 0$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = 0.8^2 = 0.64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.8 \pm 0.8}{-0.2}$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 8$$

3 . فحص

✓ $y(8) = -6.4 + 6.4 = 0$ و $y(0) = 0$
إذن $O(0,0)$ و $B(8,0)$.

الجواب النهائي

$O(0,0)$ ، $B(8,0)$

البند ب

جدوا أكبر ارتفاع ممكن للجسر.

1 . الرأس

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-0.8}{2 \cdot (-0.1)} = 4$$

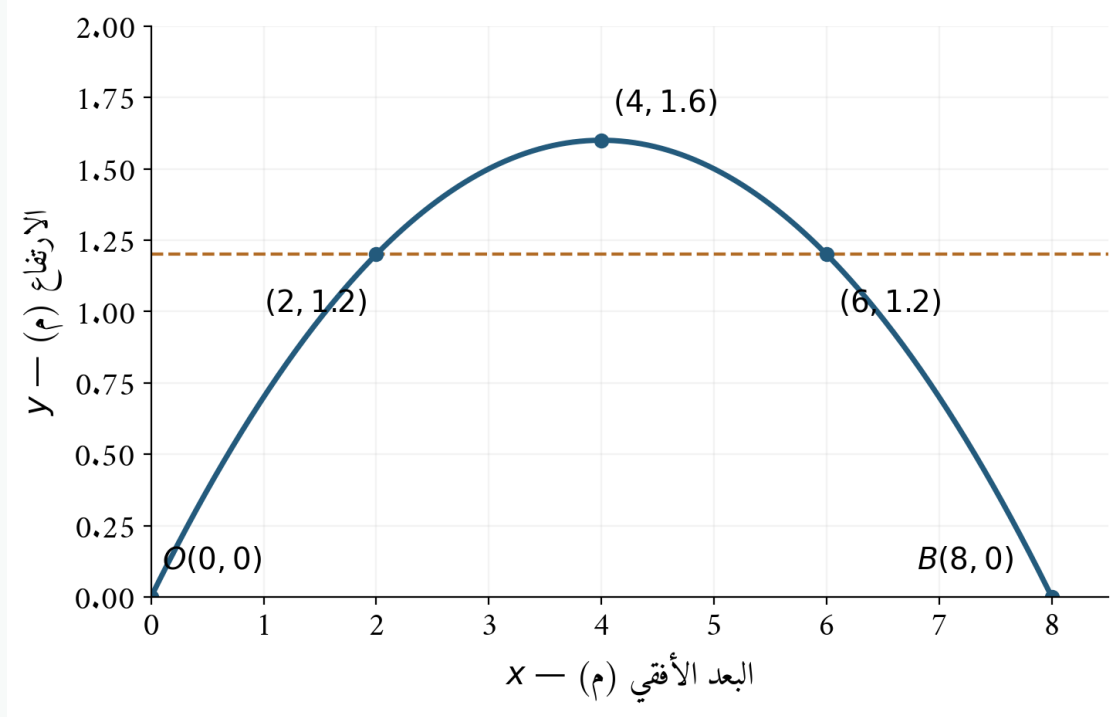
2 . الارتفاع

$$y = -0.1 \cdot 4^2 + 0.8 \cdot 4 = -1.6 + 3.2 = 1.6$$

لأن $a < 0$ ، فإن الرأس نقطة نهاية عظمى.

3 . فحص ورسم

$$\checkmark \frac{0+8}{2} = 4 \text{ الرأس في منتصف الجسر:}$$



الجسر من $O(0, 0)$ إلى $B(8, 0)$ ؛ الرأس $(4, 1.6)$ وموضع الارتفاع 1.2 متر.

الجواب النهائي

1.6 متر فوق سطح الماء.

البند ج (1)

سار يوسف على الجسر. بدأ يوسف في النقطة O وأنهى في النقطة B .
(1) جدوا بالنسبة لأية قيم x ، سار يوسف على الجسر في توجه نزول.

1 . الرأس وحدود المسار

الرأس عند $x = 4$ والنهاية عند $x = 8$ ؛ بعد الرأس ينخفض الارتفاع.

2 . الاستنتاج والفحص

إذن $4 < x < 8$.

فحص: $y(4) = 1.6$ ، $y(6) = 1.2$ ، $y(8) = 0$ ؛ الارتفاع ينخفض ✓

الجواب النهائي

$4 < x < 8$.

البند ج (2)

(2) عندما سار على الجسر في توجّه نزول، مرّ يوسف في النقطة التي ارتفاعها فوق سطح الماء هو 1.2 متر. جدوا الإحداثي x لهذه النقطة.

1 . المعادلة والمعاملات

$$-0.1x^2 + 0.8x = 1.2$$

$$-0.1x^2 + 0.8x - 1.2 = 0$$

إذن $a = -0.1$ ، $b = 0.8$ ، $c = -1.2$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = 0.8^2 - 4 \cdot (-0.1) \cdot (-1.2)$$

$$b^2 - 4ac = 0.64 - 0.48 = 0.16$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.8 \pm 0.4}{-0.2}$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 6$$

3 . الاختيار والفحص

نختار $x = 6$ لأنّه بعد الرأس 4؛ الحلّ $x = 2$ في توجّه تصاعد.

$$✓ \quad -0.1 \cdot 6^2 + 0.8 \cdot 6 = -3.6 + 4.8 = 1.2$$

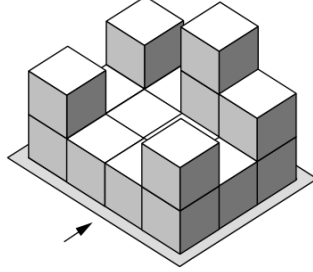
الجواب النهائي

$x = 6$ أمتار (في توجّه نزول).

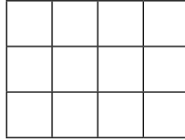
السؤال 5 . أكبر إضافة دون تغيير النظرة

الرؤية الفراغية – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 5 - 7، 9

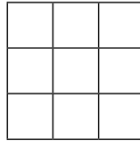
5. الرسم الذي أمامكم يعرض مبنىً مبنيًا من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر.



أ. أكملوا النظرة من الأمام للمبنى في القالب الذي أمامكم.



ب. أكملوا النظرة من اليمين للمبنى في القالب الذي أمامكم.



أضافوا إلى المبنى أكبر عدد ممكن من المكعبات، بحيث لم تتغير النظرة من اليمين.

جـ. (1) كم مكعبًا أضافوا إلى المبنى؟

(2) ارسموا مخطط أعداد للمبنى بعد إضافة المكعبات.

(3) أية نظرة (باستثناء النظرة من اليمين) لم تتغير بعد إضافة المكعبات -

النظرة من اليسار أم النظرة من الأمام أم النظرة من الخلف؟

البند أ

الرسم الذي أمامكم يعرض مبنىً مبنيًا من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يشير إلى اتجاه النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر. أكملوا النظرة من الأمام للمبنى في القالب الذي أمامكم.

1 . مخطط مساعد للعدّ

صفوفه من الأمام إلى الخلف، ومن اليسار: 2, 1, 1, 2 ثم 1, 1, 1, 2 ثم 2, 1, 3, 2.

المبنى الأصلي

2	1	3	2
1	1	1	1
2	1	1	2

↑
الأمام

مخطط أعداد مساعد للمبنى الأصلي؛ الصفّ السفليّ أماميّ.

2 . النظرة والفحص

أكبر عدد في الأعمدة، من اليسار: 2, 1, 3, 2.

النظرة من الأمام

النظرة من الأمام: 2، 1، 3، 2 من اليسار.

نلون المربعات من الأسفل حسب كل ارتفاع ✓

الجواب النهائي

النظرة من الأمام

النظرة من الأمام للمبنى.

البند ب

أكملوا النظرة من اليمين للمبنى في القالب الذي أمامكم.

1 . الارتفاعات

أكبر ارتفاع في الصفّ الأماميّ 2؛ الأوسط 1؛ الخلفيّ 3.
من اليسار في النظرة من اليمين: 2, 1, 3.

2 . الرسم والفحص

النظرة من اليمين

النظرة من اليمين: 2، 1، 3 من اليسار.

أعلى عمود يقابل الصفّ الخلفيّ وارتفاعه 3 ✓

الجواب النهائيّ

النظرة من اليمين

النظرة من اليمين للبنى.

البند ج (1)

أضافوا إلى المبنى أكبر عدد ممكن من المكعبات، بحيث لم تتغير النظرة من اليمين.
(1) كم مكعباً أضافوا إلى المبنى؟

1 . الحدود

النظرة من اليمين ثابتة؛ لذلك لا يتجاوز الارتفاع 2 في الصفّ الأمامي، و1 في الأوسط، و3 في الخلفي.
القاعدة ثلاثة صفوف، في كلّ منها أربعة مربّعات.

2 . العدد الأصليّ والجديد

بالصفوف الأصلية: $6 + 4 + 8 = 18$ مكعباً.

بالطابق الأصلية: $12 + 5 + 1 = 18$ ✓.

بعد رفع كلّ صفّ إلى حدّه:

$$4 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 3 = 8 + 4 + 12 = 24$$

$$24 - 18 = 6$$

3 . فحص

لا يمكن إضافة مزيد؛ كلّ مربع صار بأقصى ارتفاع يسمح به صفّه دون تغيير النظرة من اليمين ✓

الجواب النهائيّ

6 مكعبات.

البند ج (2)

(2) ارسنوا مخطط أعداد للمبنى بعد إضافة المكعبات.

1 . المخطط الجديد

من الخلف إلى الأمام: 3, 3, 3, 3 ثمّ 1, 1, 1, 1 ثمّ 2, 2, 2, 2.

بعد أكبر إضافة

3	3	3	3
1	1	1	1
2	2	2	2

↑
الأمام

مخطط الأعداد بعد الإضافة؛ الخلف في الأعلى والأمام في الأسفل.

2 . فحص

المجموع $12 + 4 + 8 = 24$ ، والفرق عن 18 يساوي 6 ✓.

أكبر ارتفاع في الصفوف من الأمام بقي 2, 1, 3 ✓

الجواب النهائي

بعد أكبر إضافة

3	3	3	3
1	1	1	1
2	2	2	2

↑
الأمام

المخطط بعد إضافة 6 مكعبات.

البند ج (3)

(3) آية نظرة (باستثناء النظرة من اليمين) لم تتغير بعد إضافة المكعبات - النظرة من اليسار أم النظرة من الأمام أم النظرة من الخلف؟

1 . اليسار

النظرة من اليسار صورة مرآة لليمين؛ قبل الإضافة وبعدها ارتفاعاتها 2, 1, 3.

2 . فحص الأمام والخلف

من الأمام تغيّرت الارتفاعات من 2, 1, 3, 2 إلى 3, 3, 3, 3.

من الخلف تغيّرت من 2, 3, 1, 2 إلى 3, 3, 3, 3.

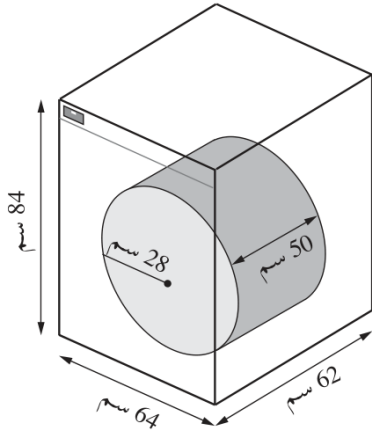
إذن النظرة التي لم تتغير هي من اليسار ✓

الجواب النهائي

النظرة من اليسار؛ ارتفاعاتها بقيت 2, 1, 3.

السؤال 6 . الغسّالة وحوض الغسيل

الأجسام في الفراغ — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 1، 2، 4، 10



6. اشترى حاتم غسّالة شكلها صندوق .
ارتفاع الغسّالة هو 84 سم، وطولاً ضلعي القاعدة هما 62 سم و 64 سم (انظروا الرسم) .
أ. جدوا مساحة غلاف الغسّالة .
يوجد في الغسّالة قطعة تُسمّى "حوض الغسيل" وشكلها أسطوانة .
يُدخلون في هذه القطعة الملابس المعدّة للغسيل .
ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسّالة هو 50 سم،
ونصف قطر قاعدة الأسطوانة هو 28 سم (انظروا الرسم) .
ب. جدوا حجم حوض الغسيل .

الجدول الذي أمامكم يصف العلاقة بين حجم حوض الغسيل والوزن الأقصى للملابس (بالكيلوغرامات) التي يمكن غسلها في الغسّالة في تشغيل واحد .

الوزن الأقصى للملابس التي يمكن غسلها في تشغيل واحد (كيلوغرامات)	حجم حوض الغسيل (سم ³)
5	حتى 60,000
7	من 60,000 حتى 100,000
9	من 100,000 حتى 130,000

ج. حدّدوا ما هو الوزن الأقصى للملابس التي يمكن غسلها في تشغيل واحد في الغسّالة التي اشتراها حاتم .

وديع أيضاً اشترى غسّالة . ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسّالة التي اشتراها وديع أصغر بـ 12 سم من ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسّالة التي اشتراها حاتم . نصف قطر قاعدة حوض غسيل الغسّالتين متساو .

د. ما هو الوزن الأقصى للملابس التي يمكن غسلها في تشغيل واحد في الغسّالة التي اشتراها وديع؟ علّلوا إجابتكم .

البند أ

اشترى حاتم غسّالة شكلها صندوق .
ارتفاع الغسّالة هو 84 سم، وطولاً ضلعي القاعدة هما 62 سم و 64 سم (انظروا الرسم) .
جدوا مساحة غلاف الغسّالة .

1 . المعطيات والقانون

$$h = 84 \text{ سم} , b = 64 , a = 62$$

$$S = 2(a + b) \cdot h$$

2 . التعويض

$$S = 2(62 + 64) \cdot 84$$

$$S = 252 \cdot 84 = 21,168$$

مساحة الغلاف 21,168 سم².

3 . فحص

$$\checkmark \quad 2 \cdot 62 \cdot 84 + 2 \cdot 64 \cdot 84 = 21,168 \text{ :نجمع مساحات الأوجه الأربعة}$$

الجواب النهائي

$$21,168 \text{ سم}^2$$

البند ب

يوجد في الغسالة قطعة تُسمى "حوض الغسيل" وشكلها أسطوانة.
يُدخلون في هذه القطعة الملابس المعدة للغسيل.
ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسالة هو 50 سم، ونصف قطر قاعدة الأسطوانة هو 28 سم (انظروا الرسم).
جدوا حجم حوض الغسيل.

1 . القانون والمعطيات

$$r = 28 \text{ سم} , h = 50 \text{ سم}$$

$$V = \pi r^2 h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = \pi \cdot 28^2 \cdot 50$$

$$V = 39,200\pi \approx 123,150.43$$

3 . فحص

$$\checkmark \quad 28^2 \cdot 50 = 784 \cdot 50 = 39,200 \text{ المعامل}$$

الرسمي يقرب الحجم إلى منزلة واحدة: 123,150.4 سم³؛ نكتب منزلتين وفق الدليل. الفرق في التقريب فقط.

الجواب النهائي

$$123,150.43 \approx 39,200\pi \text{ سم}^3$$

البند ج

الجدول الذي أمامكم يصف العلاقة بين حجم حوض الغسيل والوزن الأقصى للملابس (بالكيلوغرامات) التي يمكن غسلها في الغسالة في تشغيل واحد. حدّدوا ما هو الوزن الأقصى للملابس التي يمكن غسلها في تشغيل واحد في الغسالة التي اشتراها حاتم.

1 . جدول الأحمال

الوزن الأقصى (كغم)	حجم حوض الغسيل (سم ³)
5	حتى 60,000
7	من 60,000 حتى 100,000
9	من 100,000 حتى 130,000

2 . المقارنة والنتيجة

$$100,000 < 123,150.43 < 130,000$$

الحجم في المجال الثالث؛ الوزن الأقصى 9 كغم.
فحص: نقارن الحجم بالوحدة نفسها، سم³، مع حدي المجال ✓

الجواب النهائي

9 كغم في تشغيل واحد.

البند د

وديع أيضاً اشترى غسّالة. ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسّالة التي اشتراها وديع أصغر بـ 12 سم من ارتفاع أسطوانة حوض غسيل الغسّالة التي اشتراها حاتم. نصف قطر قاعدة حوض غسيل الغسّالتين متساو. ما هو الوزن الأقصى للملابس التي يمكن غسلها في تشغيل واحد في الغسّالة التي اشتراها وديع؟ علّوا إجابتكم.

1 . الارتفاع والحجم

$$h = 50 - 12 = 38$$

$$V = \pi \cdot 28^2 \cdot 38$$

$$V = 29,792\pi \approx 93,594.33$$

2 . المقارنة

الحجم بين 60,000 و 100,000 سم³؛ لذلك الوزن الأقصى 7 كغم.

3 . فحص النسبة

نصف القطر ثابت؛ الحجم يتناسب مع الارتفاع.

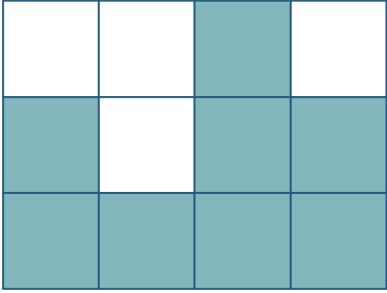
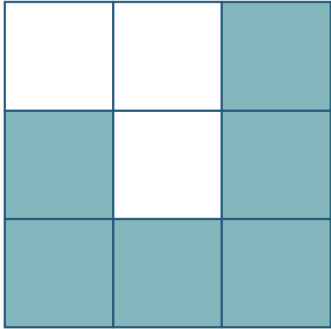
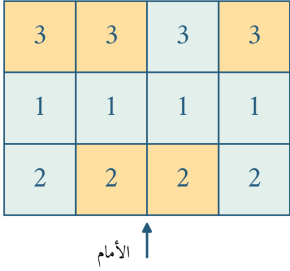
$$\checkmark 39,200\pi \cdot \frac{38}{50} = 29,792\pi$$

الجواب النهائي

7 كغم؛ حجم الحوض حوالي 93,594.33 سم³، في المجال الثاني.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	$y \geq 0$ ، $x \geq 0$ ، $2x + 4y \leq 35$ ، $6x + 3y \leq 42$
	ب	المجال الملوّن في الربع الأوّل؛ رؤوسه $O(0,0)$ ، $A(0,8.75)$ ، $C(3.5,7)$ ، $B(7,0)$.
	ج	$P = 26x + 30y$ ؛ الربح بالشيكّل.
	د	3.5 كغم سلطة جزر و 7 كغم سلطة ملفوف؛ الربح الأقصى 301 شيكل.
2	أ	$A(0,24)$
	ب (1)	$y = \frac{5}{4}x - 17$
	ب (2)	$B(20,8)$
	ج	$E(10,16)$
	د (1)	$K(13.6,0)$
	د (2)	65.6 وحدة مربّعة.
3	أ (1)	1.4 متر.
	أ (2)	من اليسار: 0.9، 1، 1.1، 1.2، 1.3، 1.4، 1.5، 1.6، 1.7، 1.8، 1.9 متر.
	ب	31% من المشاركين.
	ج	200 مشارك.
	د	لا؛ نتيّجته 1.73 متر أقلّ من حدّ الميدالية 1.8 متر.
	هـ	أكرم؛ نتيّجته 1.88 متر مقابل 1.73 متر لرامي.
	أ	$B(8,0)$ ، $O(0,0)$
4	ب	1.6 متر فوق سطح الماء.
	ج (1)	$4 < x < 8$
	ج (2)	$x = 6$ أمّطار (في توجّه نزول).
	أ	
5	أ	

النظرة من الأمام  النظرة من الأمام للبنى.		
النظرة من اليمين  النظرة من اليمين للبنى.	ب	
	ج (1)	6 مكعبات.
بعد أكبر إضافة  الخطّط بعد إضافة 6 مكعبات.	ج (2)	
	ج (3)	النظرة من اليسار؛ ارتفاعاتها بقيت 2, 1, 3.
	أ	21,168 سم ² .
	ب	$123,150.43 \approx 39,200\pi$ سم ³ .
	ج	9 كغم في تشغيل واحد.
	د	7 كغم؛ حجم الحوض حوالي 93,594.33 سم ³ ، في المجال الثاني.