

حلول امتحان البجروت 372

صيف 2025، الموعد أ

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نُجيب عن أربعة من الأسئلة الستة، عن سؤال واحد على الأقل من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال 27 درجة، والمجموع 100 درجة على الأكثر. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربي الرسمي لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . رُزْم هدايا للأعياد

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 2 - 10 ، 12

1. في دكان حلويات يبيعون رُزْم هدايا للأعياد . في كلّ رزمة يوجد نوعان من المنتجات : ألواح شوكولاتة ووجبات خفيفة .

وَزَن لوح واحد من الشوكولاتة هو 150 غراماً، وَوَزَن وجبة خفيفة واحدة هو 50 غراماً .
في كلّ رزمة يوجد على الأكثر 20 منتجاً، وَوَزَن رزمة واحدة هو على الأكثر 1,500 غرام .
نرمز بـ x إلى عدد ألواح الشوكولاتة في الرزمة وبـ y إلى عدد الوجبات الخفيفة في الرزمة .
أ . اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

أمامكم رسم للمجال الممكن الناتج من هيئة اضطرابات المسألة .

ب . جدوا إحداثيات النقاط A و B و C التي في الرسم .

الرّبح من لوح واحد من الشوكولاتة هو 4 شواكل ،

والرّبح من وجبة خفيفة واحدة هو 3 شواكل .

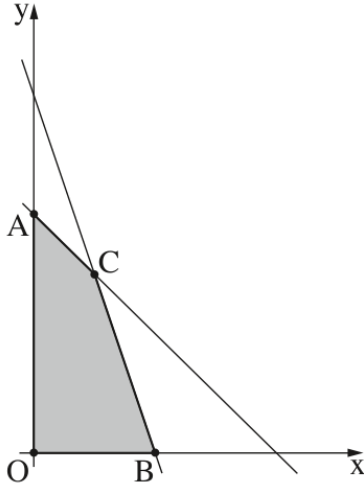
ج . اكتبوا دالة الهدف .

د . (1) كم لوح شوكولاتة وكم وجبة خفيفة يجب أن يكون

في رزمة واحدة من أجل جني أكبر ربح ممكن ؟

(2) ما هو أكبر ربح ممكن من رزمة واحدة ؟

هـ . هل يمكن أن يكون في رزمة واحدة 9 ألواح شوكولاتة و 4 وجبات خفيفة ؟ علّلوا إجابتكم .



البند أ

في دكان حلويات يبيعون رُزْم هدايا للأعياد . في كلّ رزمة يوجد نوعان من المنتجات : ألواح شوكولاتة ووجبات خفيفة .
وَزَن لوح واحد من الشوكولاتة هو 150 غراماً، وَوَزَن وجبة خفيفة واحدة هو 50 غراماً .
في كلّ رزمة يوجد على الأكثر 20 منتجاً، وَوَزَن رزمة واحدة هو على الأكثر 1,500 غرام .
نرمز بـ x إلى عدد ألواح الشوكولاتة في الرزمة وبـ y إلى عدد الوجبات الخفيفة في الرزمة .
اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

1 . جدول المعطيات

المنتج	العدد	عدد المنتجات	الوزن (غرام)
ألواح شوكولاتة	x	$1 \cdot x = x$	$150x$
وجبات خفيفة	y	$1 \cdot y = y$	$50y$
المجموع والحد		$x + y \leq 20$	$150x + 50y \leq 1,500$

2 . هيئة الاضطرابات

«على الأكثر» تعني $\leq$ ، والأعداد غير سالبة.

$$x + y \leq 20$$

$$150x + 50y \leq 1,500$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

في القصة x و y عددان صحيحان؛ لا نضع جزءاً من منتج.

3 . فحص

الرمزة الخالية تحقق الحدين: $0 \leq 20$ و $0 \leq 1,500$ ✓

الجواب النهائي

$x + y \leq 20$ ، $150x + 50y \leq 1,500$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$ ؛ عددان صحيحان.

البند ب

أمامكم رسم للمجال الممكن الناتج من هيئة اضطرابات المسألة.
جدوا إحداثيات النقاط A و B و C التي في الرسم.

1 . الرأسان على المحورين

على محور y : نعوض $x = 0$ ؛ الحد الأول يعطي $y = 20$ والثاني $y = 30$ ، فنأخذ الأصغر.

$$A(0, 20)$$

على محور x : نعوض $y = 0$ ؛ الحد الأول يعطي $x = 20$ والثاني $x = 10$ ، فنأخذ الأصغر.

$$B(10, 0)$$

2. تقاطع المستقيمين بالتعويض

من $x + y = 20$ نحصل على $y = 20 - x$.

$$150x + 50(20 - x) = 1,500$$

$$150x + 1,000 - 50x = 1,500$$

$$100x = 500$$

$$x = 5$$

$$y = 20 - 5 = 15$$

إذن $C(5, 15)$.

3. حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 150x + 50y = 1,500 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 1 \\ \hline 1,500 & 50 \\ \hline \end{array}$$

$$D = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline 150 & 50 \\ \hline \end{array}$$

$$D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 20 \\ \hline 150 & 1,500 \\ \hline \end{array}$$

في كلّ مرّبع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 1 \cdot 50 - 150 \cdot 1 = 50 - 150 = -100$$

$$D_x = 20 \cdot 50 - 1,500 \cdot 1 = 1,000 - 1,500 = -500$$

$$D_y = 1 \cdot 1,500 - 150 \cdot 20 = 1,500 - 3,000 = -1,500$$

نقسم كلّ مرّبع جانبيّ على المرّبع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-500}{-100} = 5$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-1,500}{-100} = 15$$

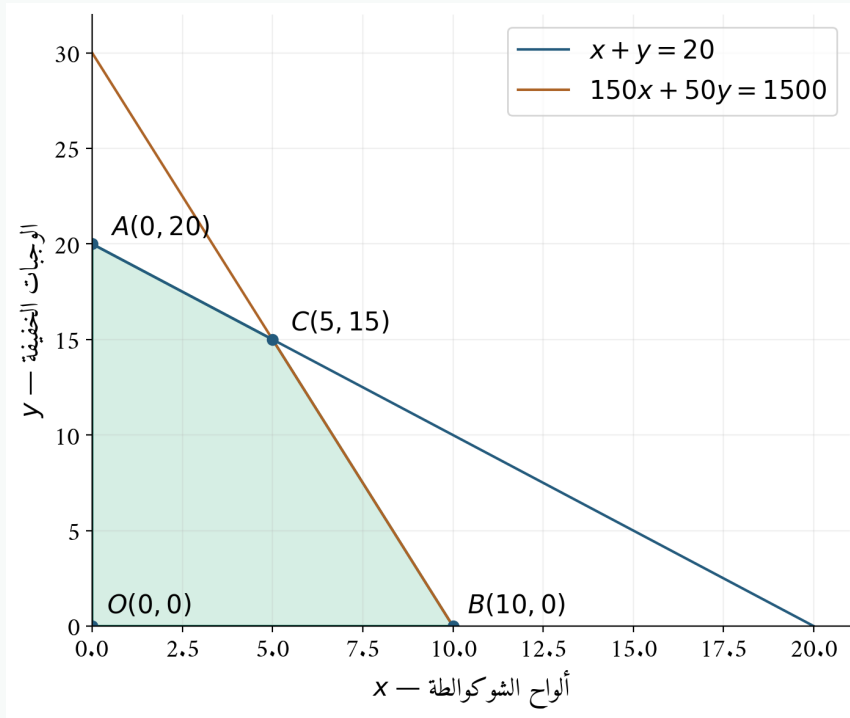
تحقّق: $1 \cdot 5 + 1 \cdot 15 = 20$ ، $150 \cdot 5 + 50 \cdot 15 = 1,500$ ✓

افتحوا هذه الهبة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص والرسم

✓ $150 \cdot 5 + 50 \cdot 15 = 1,500$ و $5 + 15 = 20$



المجال الممكن ورؤوسه $O(0,0)$ و $A(0,20)$ و $C(5,15)$ و $B(10,0)$.

الجواب النهائي

$C(5,15)$ ، $B(10,0)$ ، $A(0,20)$

البند ج

الربح من لوح واحد من الشوكولاتة هو 4 شواكل، والربح من وجبة خفيفة واحدة هو 3 شواكل. اكتبوا دالة الهدف.

1 . الجدول مع الربح

المنتج	العدد	عدد المنتجات	الوزن (غرام)	الربح (شيكال)
شوكولاتة	x	x	$150x$	$4x$
وجبات خفيفة	y	y	$50y$	$3y$
المجموع والحد		$x + y \leq 20$	$150x + 50y \leq 1,500$	$P = 4x + 3y$

2 . دالة الهدف

$$P = 4x + 3y$$

نبحث عن أكبر ربح من الرزمة.

فحص: لوح واحد ووجبة واحدة يعطيان $4 + 3 = 7$ شواكل ✓

الجواب النهائي

$P = 4x + 3y$ ؛ الربح بالشيكول.

البند د (1)

(1) كم لوح شوكوالطة وكم وجبة خفيفة يجب أن يكون في رزمة واحدة من أجل جني أكبر ربح ممكن؟

1 . جدول الرؤوس

الربح (شيكول)	التعويض في P	النقطة	الرأس
0	$4 \cdot 0 + 3 \cdot 0$	(0, 0)	O
60	$4 \cdot 0 + 3 \cdot 20$	(0, 20)	A
40	$4 \cdot 10 + 3 \cdot 0$	(10, 0)	B
65	$4 \cdot 5 + 3 \cdot 15$	(5, 15)	C

2 . الاختيار والفحص

أكبر ربح عند $C(5, 15)$ ؛ نضع 5 ألواح و15 وجبة خفيفة.

العددان صحيحان، ومجموع المنتجات $5 + 15 = 20$ ووزنها $750 + 750 = 1,500$ غرام ✓

الجواب النهائي

5 ألواح شوكوالطة و15 وجبة خفيفة؛ ربحها هو الأكبر.

البند د (2)

(2) ما هو أكبر ربح ممكن من رزمة واحدة؟

1 . القانون والتعويض

$$P = 4x + 3y$$

$$P = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 15$$

$$P = 20 + 45 = 65$$

2 . فحص

65 أكبر من أرباح الرؤوس الأخرى 0 و 60 و 40 ✓

الجواب النهائي

65 شيئاً من الرزمة الواحدة.

البند هـ

هل يمكن أن يكون في رزمة واحدة 9 ألواح شوكولاتة و 4 وجبات خفيفة؟ علّوا إجابتكم.

1 . العدد

$$9 + 4 = 13 \leq 20$$

حدّ العدد متحقق.

2 . الوزن

$$150 \cdot 9 + 50 \cdot 4 = 1,350 + 200 = 1,550$$

$$1,550 > 1,500$$

حدّ الوزن غير متحقق؛ لذلك لا يمكن.

3 . فحص

تزيد الرزمة عن الوزن المسموح بـ $50 = 1,550 - 1,500$ غراماً ✓

الجواب النهائي

لا؛ الوزن 1,550 غراماً أكبر من الحدّ 1,500 غرام.

الهندسة التحليلية - في الكراسة: كراسة 372 · الفصل 1 · تمهيد 2 - 4 ، 6 - 10

الرأس A يقع على المحور X .

معطى، أن: $A(-2, 0)$ ، $E(4, 9)$.

أ. جدوا إحداثيات الرأس B .

ب. (1) جدوا مَيْل الضلع AB .

(2) جدوا معادلة الضلع AC .

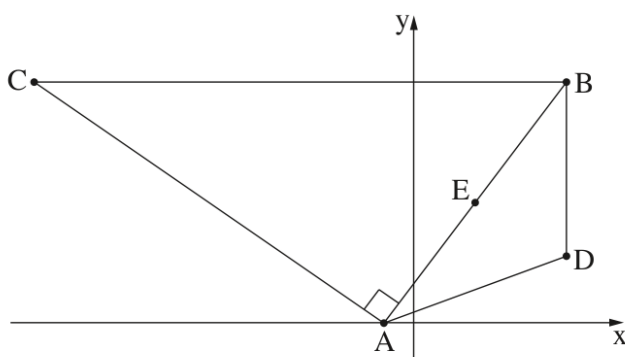
الضلع BC يوازي المحور X .

جـ. جدوا إحداثيات الرأس C .

معطى، اَنْ : D(10,5) .

د. بَيِّنُوا أَنَّ المثلث ADB هو متساوي الساقين .

هـ. احسبوا محيط الشكل الرباعي ADBC.



في المثلث القائم الزاوية ABC ($\angle BAC = 90^\circ$)، الرأس A يقع على المحور x .

النقطة E هي منتصف الضلع AB (انظروا الرسم).

معطى أن: $A(-2, 0)$ ، $E(4, 9)$.

جدوا إحداثيات الرأس B .
$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$
$$4 = \frac{-2 + x_B}{2}$$

$$8 = -2 + x_B$$

$$x_B = 10$$

3. إحداثي y

$$9 = \frac{0 + y_B}{2}$$

$$y_B = 18$$

4. فحص

$$E\left(\frac{-2 + 10}{2}, \frac{0 + 18}{2}\right) = E(4, 9)$$

نحصل على المنتصف المعطى ✓

الجواب النهائي

$$.B(10, 18)$$

البند ب (1)

(1) جدوا ميل الضلع AB .

1. القانون

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2. التعويض والحساب

$$m_{AB} = \frac{18 - 0}{10 - (-2)}$$

$$m_{AB} = \frac{18}{12} = 1.5$$

3. فحص

الارتفاع 18 مقابل تقدّم أفقيّ 12، إذن $12 \cdot 1.5 = 18$ ✓

الجواب النهائي

$$.m_{AB} = 1.5$$

البند ب (2)

(2) جدوا معادلة الضلع AC .

1 . الميل العمودي

$AB \perp AC$ ، لذلك نقلب الميل ونغيّر إشارة.

$$m_{AC} = -\frac{1}{1.5} = -\frac{2}{3}$$

2 . ميل ودقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -\frac{2}{3}(x - (-2))$$

$$y = -\frac{2}{3}(x + 2)$$

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$

3 . فحص

$$\checkmark \quad 1.5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1 \quad \text{وحاصل ضرب الميلين} \quad \checkmark \quad -\frac{2}{3} \cdot (-2) - \frac{4}{3} = 0$$

الجواب النهائي

$$.y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$

البند ج

الضلع BC يوازي المحور x .

جدوا إحداثيات الرأس C .

1 . معادلة BC

$B(10, 18)$ و BC أفقيّ، إذن $y = 18$.

2. الحلّ بالتعويض

$$18 = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$54 = -2x - 4$$

$$58 = -2x$$

$$x = -29$$

إذن $C(-29, 18)$.

3. حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ y = 18 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 18 & 1 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad D_y = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 18 \end{vmatrix}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 2 \cdot 1 - 0 \cdot 3 = 2 - 0 = 2$$

$$D_x = (-4) \cdot 1 - 18 \cdot 3 = -4 - 54 = -58$$

$$D_y = 2 \cdot 18 - 0 \cdot (-4) = 36 - 0 = 36$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-58}{2} = -29$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{36}{2} = 18$$

تحقق: $0 \cdot (-29) + 1 \cdot 18 = 18$ ، $2 \cdot (-29) + 3 \cdot 18 = -4$ ✓

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص

$$-\frac{2}{3} \cdot (-29) - \frac{4}{3} = \frac{58 - 4}{3} = 18$$

النقطة على AC و BC ✓

الجواب النهائي

$C(-29, 18)$

البند د

معطى أن: $D(10, 5)$

يبنوا أن المثلث ADB هو متساوي الساقين.

1 . قانون البعد

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2 . الضلع AD

$$AD = \sqrt{(10 - (-2))^2 + (5 - 0)^2}$$

$$AD = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

3 . الضلع DB

D و B على المستقيم العمودي نفسه $x = 10$.

$$DB = 18 - 5 = 13$$

4 . الاستنتاج والفحص

$AD = DB = 13$ ؛ إذن المثلث ADB متساوي الساقين.

فحص بقانون البعد: $DB = \sqrt{(10 - 10)^2 + (18 - 5)^2} = 13$ ✓

الجواب النهائي

المثلث ADB متساوي الساقين؛ $AD = DB = 13$.

البند هـ

احسبوا محيط الشكل الرباعيّ $ADBC$.

1 . الضلعان الباقيان

BC أفقيّ؛ لذلك طوله فرق إحداثيّ x .

$$BC = 10 - (-29) = 39$$

$$CA = \sqrt{(-2 - (-29))^2 + (0 - 18)^2}$$

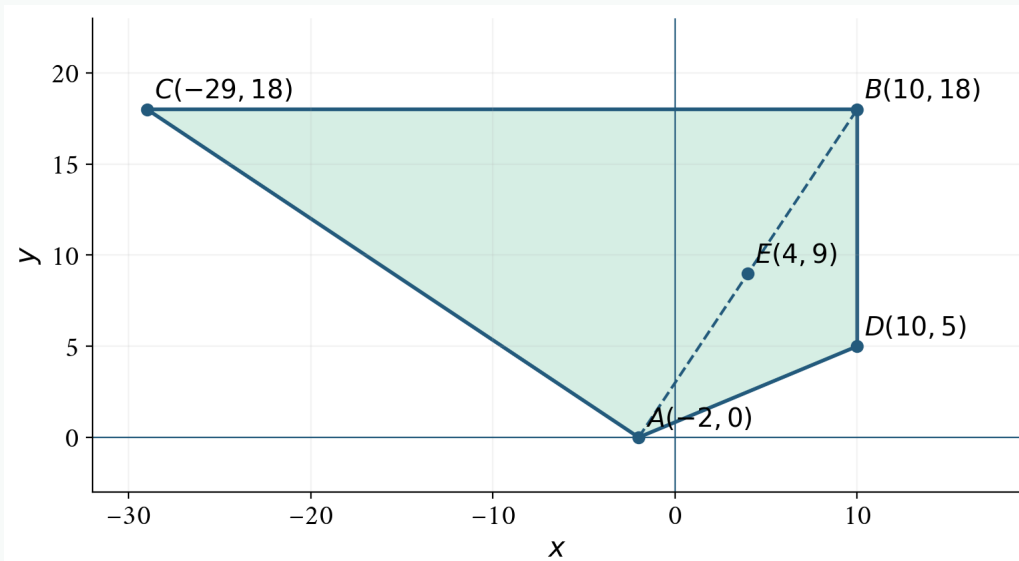
$$CA = \sqrt{27^2 + (-18)^2} = \sqrt{1,053} = 9\sqrt{13}$$

2 . المحيط

$$P = AD + DB + BC + CA$$

$$P = 13 + 13 + 39 + 9\sqrt{13}$$

$$P = 65 + 9\sqrt{13} \approx 97.45$$



الشكل الرباعيّ $ADBC$ ؛ الخطّ AB داخل الشكل وليس ضلعاً في محيطه.

3 . فحص

الأضلاع الأربعة تصل A ثمّ D ثمّ B ثمّ C ثمّ A ، ومجموعها نحو 97.45 وحدة طول ✓

الجواب النهائيّ

$65 + 9\sqrt{13} \approx 97.45$ وحدة طول.

السؤال 3 . علامات امتحان الرياضيات

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 9، 4، 6، 11

3. أُجْرِيَ في مدرسة معينة امتحان في الرياضيات .

علامات الامتحان تتوزع طبيعياً، والانحراف المعياري هو 8 .

معطى أن علامة 93% من الطلاب الذين امتحنوا في الرياضيات هي أقل من 84 .

أ. (1) جدوا معدل العلامات في امتحان الرياضيات .

(2) في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي . أكملوا في المستطيلات الفارغة

التي في الرسم البياني علامات الامتحان في الرياضيات .

الطلاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من 80 ، قبلوا لبرنامج إثراء في الرياضيات .

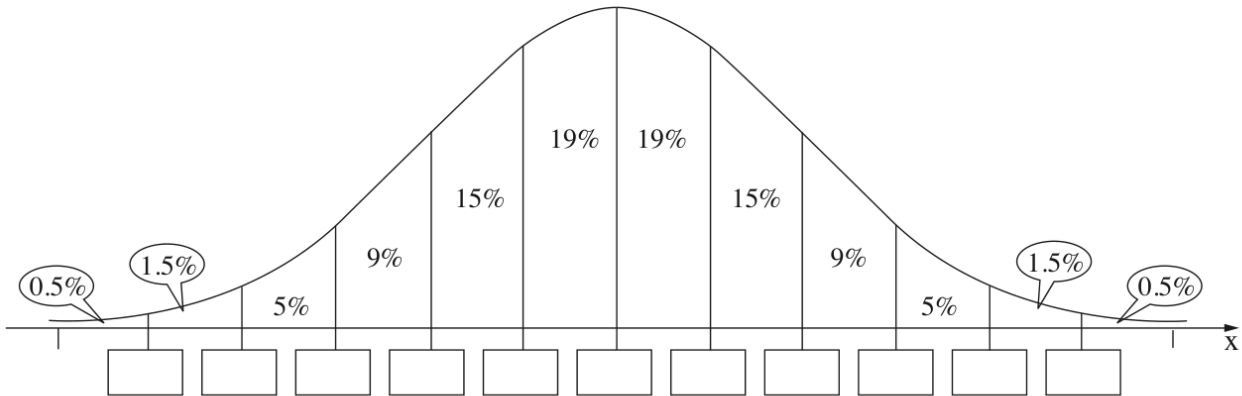
ب. ما هي النسبة المئوية للطلاب الذين قبلوا لبرنامج الإثراء؟

معطى أن علامة 32 طالباً امتحنوا في الرياضيات هي أعلى من 80 .

ج. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم طالباً امتحن في الرياضيات؟

امتحن عماد في امتحان الرياضيات . درجته المعيارية في الامتحان هي 1.75 .

د. ما هي علامة عماد في امتحان الرياضيات؟



البند أ (1)

أُجْرِيَ في مدرسة معينة امتحان في الرياضيات .

علامات الامتحان تتوزع طبيعياً، والانحراف المعياري هو 8 .

معطى أن علامة 93% من الطلاب الذين امتحنوا في الرياضيات هي أقل من 84 .

(1) جدوا معدل العلامات في امتحان الرياضيات .

1 . القفزة ومكان القيمة

$S = 8$ ؛ القفزة نصف الانحراف المعياري.

$$\frac{8}{2} = 4$$

93% أقل من 84، لذلك النسبة يمينه $100\% - 93\% = 7\%$.

من اليمين $7 = 0.5 + 1.5 + 5$ ؛ إذن 84 على بُعد ثلاث قفزات يمين المعدل.

2 . المعدل

$$\bar{x} = 84 - 3 \cdot 4 = 72$$

3 . فحص

$84 = 72 + 3 \cdot 4$ ؛ والنسبة يمينه 7% ويساره 93% ✓

الجواب النهائي

معدل العلامات 72.

البند أ (2)

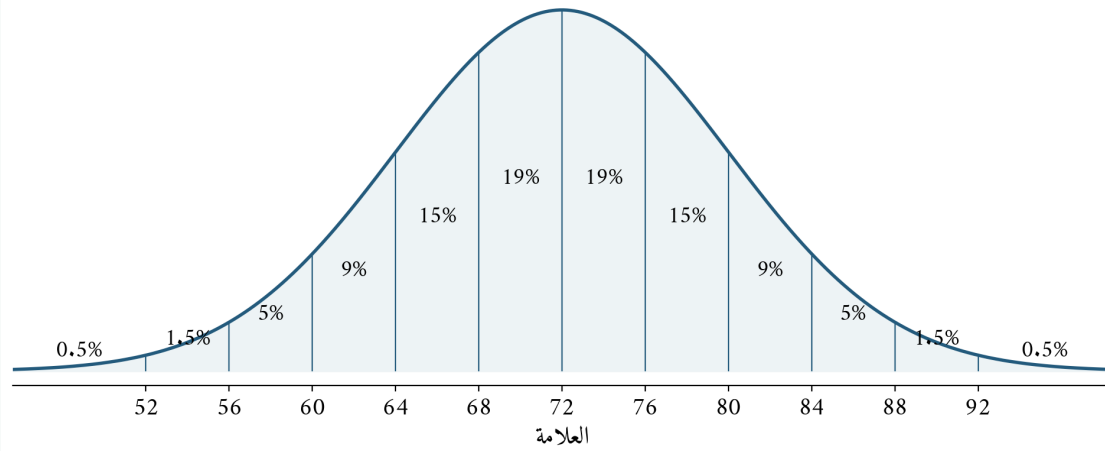
(2) في آخر السؤال معروض الرسم البياني للتوزيع الطبيعي. أكملوا في المستطيلات الفارغة التي في الرسم البياني علامات الامتحان في الرياضيات.

1 . المحور

القفزات	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
العلامة	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88	92

2. الرسم والفحص

المعدل 72 – القفزة 4 – الانحراف المعياري 8



محور العلامات؛ المعدل 72 والقفزة 4.

فحص: $72 + 5 \cdot 4 = 92$ و $72 - 5 \cdot 4 = 52$ ✓

الجواب النهائي

من اليسار: 52، 56، 60، 64، 68، 72، 76، 80، 84، 88، 92.

البند ب

الطلاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من 80، قبلوا لبرنامج إثراء في الرياضيات. ما هي النسبة المئوية للطلاب الذين قبلوا لبرنامج الإثراء؟

1. مكان الحد

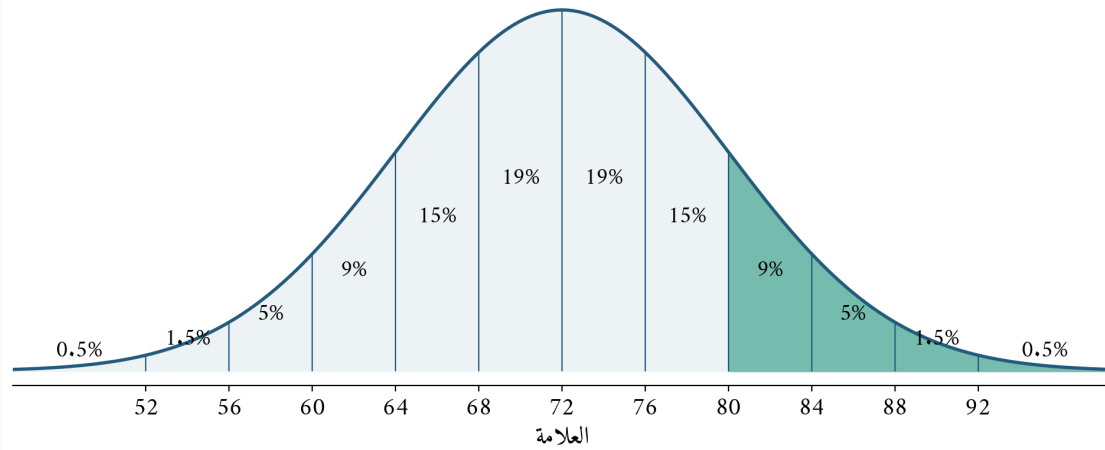
$$80 = 72 + 2 \cdot 4$$

إذن 80 يقع قفرتين يمين المعدل.

2. جمع النسب

$$0.5 + 1.5 + 5 + 9 = 16$$

المعدل 72 – القفزة 4 – الانحراف المعياري 8



الأقسام التي علاماتها أعلى من 80؛ مجموعها 16%.

3. فخص

بين 72 و 80 توجد $15 + 19 = 34$ ؛ إذن $50 - 34 = 16$ % ✓

الجواب النهائي

16% من الطلاب.

البند ج

معطى أن علامة 32 طالباً امتحنوا في الرياضيات هي أعلى من 80. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم طالباً امتحن في الرياضيات؟

1. القانون والمعطيات

32 طالباً يشكلون 16% من العدد الكلي.

العدد الكلي = العدد ÷ النسبة $\times 100$.

2. التعويض والحساب

$$\frac{32}{16} \cdot 100 = 2 \cdot 100 = 200$$

3 . فحص

$$\frac{16 \cdot 200}{100} = 32$$

نحصل على العدد المعطى ✓

الجواب النهائي

200 طالب.

البند د

امتحان عماد في امتحان الرياضيات. درجته المعيارية في الامتحان هي 1.75.
ما هي علامة عماد في امتحان الرياضيات؟

1 . القانون والمعطيات

$$z = 1.75, S = 8, \bar{x} = 72$$

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

2 . التعويض والحساب

$$x = 72 + 1.75 \cdot 8$$

$$x = 72 + 14 = 86$$

3 . فحص

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{86 - 72}{8} = 1.75$$

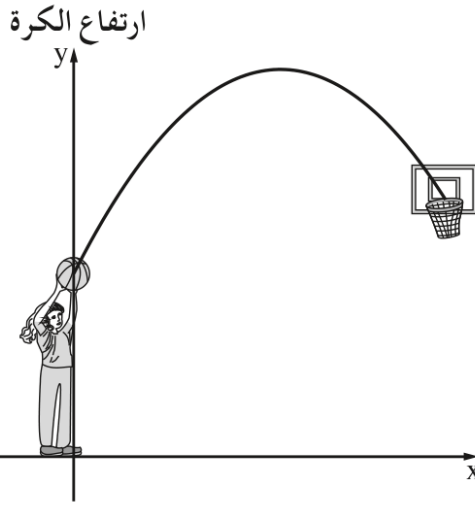
نحصل على الدرجة المعطاة ✓

الجواب النهائي

علامة عماد 86.

السؤال 4 . رائدة ترمي الكرة نحو السلة

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 3، 6، 8 - 10



4. رَمَت رائدة كرة نحو السلة. تحركت الكرة في مسار

شكله قطع مكافئ معادلته $y = -0.5x^2 + 2x + 2$ ،

كما هو موصوف في الرسم.

المحور x يُمثل البعد الأفقي (بالمتر) للكرة عن نقطة الرمي.

المحور y يُمثل ارتفاع الكرة فوق الأرض (بالمتر).

أ. جدوا الارتفاع الذي رَمَت منه رائدة الكرة.

ب. جدوا أقصى ارتفاع وصلت إليه الكرة.

ج. جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x كانت الكرة في توجّه تصاعدي.

عندما وصلت الكرة إلى السلة كانت في ارتفاع 3.02 متر.

د. جدوا الإحداثي x للكرة عندما وصلت إلى السلة.

البند أ

رَمَت رائدة كرة نحو السلة. تحركت الكرة في مسار شكله قطع مكافئ معادلته $y = -0.5x^2 + 2x + 2$ ، كما هو موصوف في الرسم.

المحور x يُمثل البعد الأفقي (بالمتر) للكرة عن نقطة الرمي.

المحور y يُمثل ارتفاع الكرة فوق الأرض (بالمتر).

جدوا الارتفاع الذي رَمَت منه رائدة الكرة.

1 . المعطيات والتعويض

$x = 0$ عند الرمي.

$$y = -0.5 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2 = 2$$

2 . الاستنتاج والفحص

رَمَت رائدة الكرة من ارتفاع مترين؛ الحدّ الثابت $c = 2$ هو تقاطع المنحنى مع محور y ✓

الجواب النهائي

متران فوق الأرض.

البند ب

جدوا أقصى ارتفاع وصلت إليه الكرة.

1 . المعاملات وقانون الرأس

$$c = 2, b = 2, a = -0.5$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

2 . التعويض والحساب

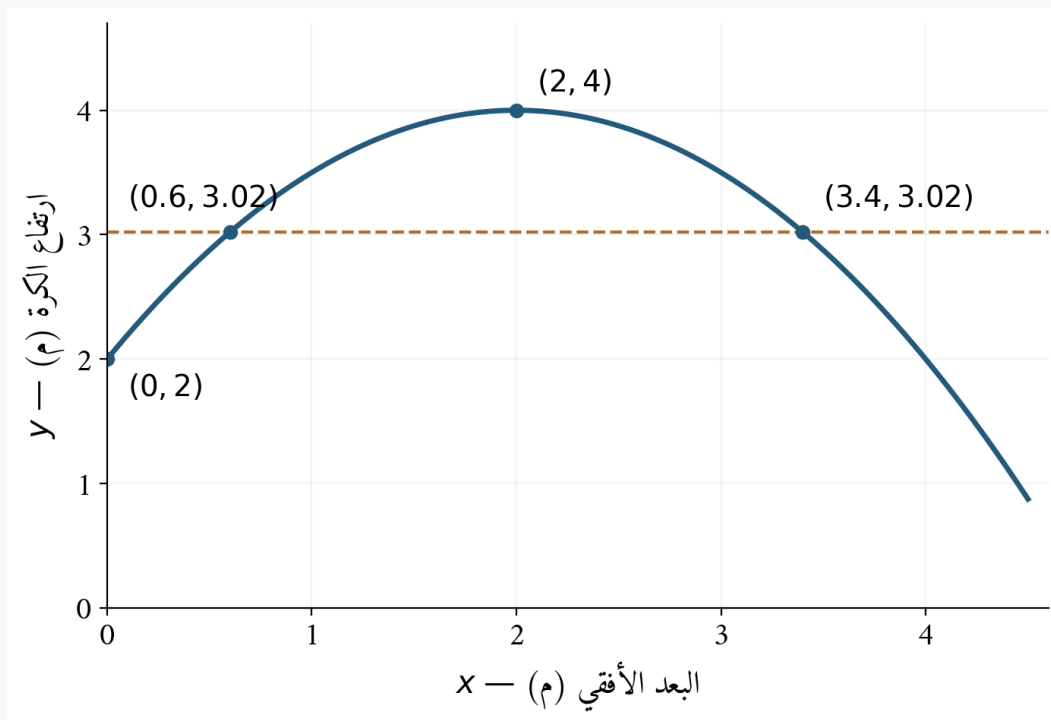
$$x = \frac{-2}{2 \cdot (-0.5)} = 2$$

$$y = -0.5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 2$$

$$y = -2 + 4 + 2 = 4$$

3 . الاستنتاج والرسم

لأن $a < 0$ ، الرأس نقطة نهاية عظمى؛ أقصى ارتفاع 4 أمتار.



مسار الكرة؛ الرأس (2, 4) والسلة عند (3.4, 3.02).

4 . فحص

$y(1) = 3.5$ و $y(3) = 3.5$ ؛ نقطتان متماثلتان حول الرأس وارتفاعهما أقل من 4 ✓

الجواب النهائي

4 أمتار فوق الأرض.

البند ج

جدوا بالنسبة لآية قيم لـ x كانت الكرة في توجّه تصاعداً.

1 . الرأس ومجال القصة

تبدأ الحركة عند $x = 0$ ، والرأس عند $x = 2$. قبل الرأس يرتفع المنحنى.

2 . الاستنتاج والفحص

$$0 < x < 2$$

فحص: عند $x = 0, 1, 2$ الارتفاعات 2 و 3.5 و 4؛ المنحنى متصاعد ✓

الجواب النهائي

$$0 < x < 2$$

البند د

عندما وصلت الكرة إلى السلة كانت في ارتفاع 3.02 متر.
جدوا الإحداثي x للكرة عندما وصلت إلى السلة.

1 . المعادلة والمعاملات

$$-0.5x^2 + 2x + 2 = 3.02$$

$$-0.5x^2 + 2x - 1.02 = 0$$

المعاملات دون تغيير: $a = -0.5$ ، $b = 2$ ، $c = -1.02$.

2 . المميز

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-0.5) \cdot (-1.02)$$

$$b^2 - 4ac = 4 - 2.04 = 1.96$$

3 . قانون الحلّ والتعويض

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{1.96}}{-1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 1.4}{-1}$$

$$x_1 = 0.6, \quad x_2 = 3.4$$

4 . الاختيار والفحص

السلة في الفرع النازل حسب الرسم، أي بعد الرأس $x = 2$ ؛ نختار $x = 3.4$. أمّا 0.6 فهو موضع الارتفاع نفسه أثناء الصعود.

$$-0.5 \cdot 3.4^2 + 2 \cdot 3.4 + 2 = -5.78 + 6.8 + 2 = 3.02$$

الارتفاع صحيح ✓

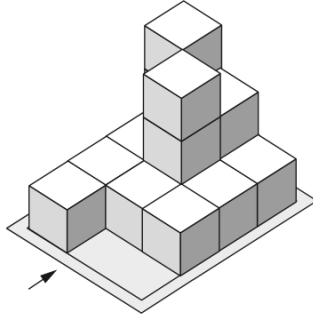
الجواب النهائي

$x = 3.4$ أمتار؛ السلة على الفرع النازل.

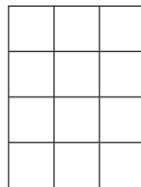
السؤال 5 . إزالة المكعبات مع حفظ النظرة من الأعلى

الرؤية الفراغية - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 4، 6، 7، 9

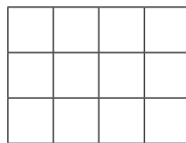
5. الرسم الذي أمامكم يصف مبنىً مبنيًا من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يُشير إلى اتجاه النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر.



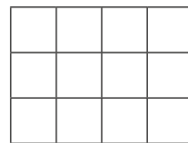
أ. اكْمِلُوا مَخْطُطَ الْأَعْدَادِ لِلْمَبْنَى فِي الْقَالِبِ الَّذِي أَمَامَكُمْ.



ب. اكملوا النظرة من اليمين والنظرة من اليسار للمبنى في القالبين اللذين أمامكم.



النظرة من اليسار



النظرة من اليمين

أزالوا من المبنى أكبر عدد ممكن من المكعبات بحيث لم تتغير النظرة من الأعلى.

ج. (1) كم مكعباً أزالوا من المبنى؟

(2) كم مكعباً بقي في المبنى بعد الإزالة؟

البند أ

الرسم الذي أمامكم يصف مبنىً مبنيًا من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يُشير إلى اتجاه النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر. أكمّلوا مخطط الأعداد للمبنى في القلب الذي أمامكم.

1 . الاتجاه والعدّ

نضع الأمام أسفل المخطط كما يشير السهم. الصفّ الأماميّ من اليسار 0, 0, 1؛ ثمّ 1, 1, 1؛ ثمّ 1, 3, 1؛ والخلفيّ 1, 2, 3.

مخطط الأعداد

3	2	1
1	3	1
1	1	1
1	0	0

↑
الأمام

مخطط الأعداد؛ الصف السفلي هو الصف الأمامي.

مجموع الصفوف من الخلف $15 = 1 + 3 + 5 + 6$ مكعباً؛ وبالطابق $15 = 2 + 3 + 10$ ✓

الجواب النهائي

مخطط الأعداد

3	2	1
1	3	1
1	1	1
1	0	0

↑
الأمام

مخطط الأعداد الصحيح؛ الأمام أسفل الرسم.

البند ب

أَكْبَلُوا النظر من اليمين والنظرة من اليسار للمبنى في القالين اللذين أمامكم.

1 . أكبر ارتفاع في كل صف

من الأمام إلى الخلف: 3, 3, 1, 1. ننظر من اليمين فيظهر الأمام يسار الرسم، ومن اليسار يظهر الأمام يمينه.

النظرة من اليمين

النظرة من اليمين؛ ارتفاعات الأعمدة من اليسار 1، 1، 3، 3.

النظرة من اليسار

النظرة من اليسار؛ ارتفاعات الأعمدة من اليسار 3، 3، 1، 1.

النظرتان انعكاس إحداهما للأخرى، وأقصى ارتفاع فيهما 3 كما في المبنى ✓

الجواب النهائي

النظرة من اليمين

النظرة من اليمين.

النظرة من اليسار

النظرة من اليسار.

البند ج (1)

أزالوا من المبنى أكبر عدد ممكن من المكعبات بحيث لم تتغير النظرة من الأعلى.
(1) كم مكعباً أزالوا من المبنى؟

1 . الشرط والعدّ

النظرة من الأعلى تُظهر الأماكن المشغولة؛ يجب أن يبقى كلّ مكان منها مشغولاً. لذلك نُبقي طبقة واحدة فقط.

المزال	المزال من كلّ مكان	عدد الأماكن	الارتفاع الأصليّ
0	0	7	1
1	1	1	2
4	2	2	3
5		10	المجموع

2 . الحساب والفحص

$$1 + 4 = 5$$

لا يمكن إزالة مكعب آخر دون تفريغ مكان ظاهر من الأعلى ✓

بعد أكبر إزالة

1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	0	0

↑
الأمام

بعد أكبر إزالة: تبقى الأماكن العشرة المشغولة، بارتفاع مكعب واحد.

الجواب النهائيّ

5 مكعبات.

البند ج (2)

(2) كم مكعباً بقي في المبنى بعد الإزالة؟

1 . الحساب

$$15 - 5 = 10$$

2 . فحص

عدد الأماكن المشغولة $10 = 1 + 3 + 3 + 3$ ؛ مكعب واحد في كل مكان، إذن الباقي 10 ✓

الجواب النهائي

10 مكعبات.

السؤال 6 . الثَّلَاجَةُ والطنجرتان

الأجسام في الفراغ - في الكراسة: كراسة 372 · الفصل 5 · تمهيد 2، 4، 9، 10

6. شكل ثلاثية نعيمة هو صندوق قاعدته مربع.

معطى أن ارتفاع الثلاثية هو 180 سم، وطول ضلع القاعدة هو 75 سم
(انظروا الرسم).

أ. احسبوا حجم الثلاجة.

في هذه الثلاجة، الارتفاع بين رَفَيْن مُتقارِبَيْن موجودَيْن أحدهما فوق الآخر، هو 15% من ارتفاع الثلاجة.

ب. احسبوا الارتفاع الذي بين رَفَيْنِ مُتَقَارِبَيْنِ في الشَّلَاجَةِ.

يرغب جَدُّ نعيمة في أن يُعَدَّ لها حساءً، وأن يُحَضِّرَه في طنجرة يمكن إدخالها في الارتفاع الذي بين رَفَينِ مُتقارِبَيْنِ في الشَّلَاجَة.

لدى جدّ نعيمة طنجرتان شكلهما أسطوانة - الطنجرة "أ" والطنجرة "ب".

نصف قطر قاعدة الطنجرة "أ" هو 10 سم، وحجمها هو $1,400\pi$ سم³.

ج. احسبوا ارتفاع الطنجرة "أ".

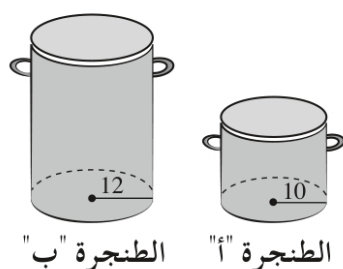
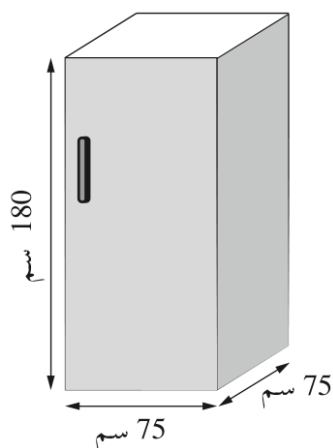
نصف قطر قاعدة الطنجرة "ب" هو 12 سم،

ومساحة غلافها هي 672π سم².

د. حدّدوا هل يمكن إدخال الطنجرة "ب" في الارتفاع الذي

بين رَفِئْنِ مُتْقَارِبَيْنِ فِي الشَّلَاجَةِ .

عَلُّوْا تَحْدِيْدَكُمْ.



البند أ

شكل ثلاثية نعيمة هو صندوق قاعدته مربع.

معطى أن ارتفاع الثلاثية هو 180 سم، وطول ضلع القاعدة هو 75 سم (انظروا الرسم).
احسبوا حجم الثلاثية.

1 . المعطيات والقانون

$a = 75$ سم، $h = 180$ سم.

$$V = a^2 \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = 75^2 \cdot 180$$

$$V = 5,625 \cdot 180 = 1,012,500$$

3 . فحص

الحجم يساوي حاصل ضرب الأبعاد الثلاثة: $75 \cdot 75 \cdot 180 = 1,012,500$ سم³ ✓

الجواب النهائي

1,012,500 سم³.

البند ب

في هذه الثلّاجة، الارتفاع بين رَفَيْنِ متقاربين موجودين أحدهما فوق الآخر، هو 15% من ارتفاع الثلّاجة. احسبوا الارتفاع الذي بين رَفَيْنِ متقاربين في الثلّاجة.

1 . القانون والتعويض

الجزء = النسبة × الكل.

$$h = \frac{15}{100} \cdot 180$$

2 . الحساب والفحص

$$h = 0.15 \cdot 180 = 27$$

$$\frac{27}{180} \cdot 100 = 15$$

النسبة 15% كما في المعطى ✓

الجواب النهائي

27 سم.

البند ج

يرغب جد نعيمة في أن يُعَدَّ لها حساء، وأن يُحضِرَه في طنجرة يمكن إدخالها في الارتفاع الذي بين رَفَيْنِ متقاربين في الثلاجة. لدى جد نعيمة طنجرتان شكلهما أسطوانة – الطنجرة "أ" والطنجرة "ب". نصف قطر قاعدة الطنجرة "أ" هو 10 سم، وحجمها هو $1,400\pi$ سم³. احسبوا ارتفاع الطنجرة "أ".

1 . المعطيات والقانون

$$r = 10 \text{ سم، } V = 1,400\pi \text{ سم}^3.$$

$$V = \pi r^2 h$$

2 . التعويض والحساب

$$1,400\pi = \pi \cdot 10^2 \cdot h$$

$$h = \frac{1,400\pi}{100\pi} = 14$$

3 . فحص

$$\pi \cdot 10^2 \cdot 14 = 1,400\pi$$

نحصل على الحجم المعطى ✓

الجواب النهائي

14 سم.

البند د

نصف قطر قاعدة الطنجرة "ب" هو 12 سم، ومساحة غلافها هي 672π سم². حدّدوا هل يمكن إدخال الطنجرة "ب" في الارتفاع الذي بين رَفَيْنِ متقاربين في الثلاجة. علّلوا تحديدكم.

1 . القانون والمعطيات

$$r = 12 \text{ سم، ومساحة الغلاف } 672\pi \text{ سم}^2.$$

$$S = 2\pi r h$$

2 . التعويض والحساب

$$672\pi = 2\pi \cdot 12 \cdot h$$

$$h = \frac{672\pi}{24\pi} = 28$$

3 . المقارنة والفحص

$28 > 27$ ؛ لذلك لا يمكن إدخالها في الارتفاع المتاح.

فحص الغلاف: $2\pi \cdot 12 \cdot 28 = 672\pi$ ✓؛ الطنجرة أعلى من الفراغ بسم واحد.

الجواب النهائي

لا؛ ارتفاعها 28 سم، أكبر من الارتفاع المتاح 27 سم.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	$x + y \leq 20$ ، $150x + 50y \leq 1,500$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$ ؛ عددان صحيحان.
	ب	$A(0, 20)$ ، $B(10, 0)$ ، $C(5, 15)$.
	ج	$P = 4x + 3y$ ؛ الربح بالشيكل.
	د (1)	5 ألواح شوكوالطة و 15 وجبة خفيفة؛ ربحها هو الأكبر.
	د (2)	65 شيكلاً من الرزمة الواحدة.
	هـ	لا؛ الوزن 1,550 غراماً أكبر من الحد 1,500 غرام.
	أ	$B(10, 18)$.
2	ب (1)	$m_{AB} = 1.5$.
	ب (2)	$y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.
	ج	$C(-29, 18)$.
	د	المثلث ADB متساوي الساقين؛ $AD = DB = 13$.
	هـ	$65 + 9\sqrt{13} \approx 97.45$ وحدة طول.
	أ (1)	معدل العلامات 72.
3	أ (2)	من اليسار: 52، 56، 60، 64، 68، 72، 76، 80، 84، 88، 92.
	ب	16% من الطلاب.
	ج	200 طالب.
	د	علامة عماد 86.
	أ	متران فوق الأرض.
4	ب	4 أمتار فوق الأرض.
	ج	$0 < x < 2$.
	د	$x = 3.4$ أمتار؛ السلّة على الفرع النازل.
	أ	
5	أ	

مخطط الأعداد

3	2	1
1	3	1
1	1	1
1	0	0

↑
الأمام

مخطط الأعداد الصحيح؛ الأمام أسفل الرسم.

ب

النظرة من اليمين

النظرة من اليمين.

النظرة من اليسار

النظرة من اليسار.

5 مكعبات.

ج (1)

	ج (2)	10 مكعبات.
6	أ	1,012,500 سم ³ .
	ب	27 سم.
	ج	14 سم.
	د	لا؛ ارتفاعها 28 سم، أكبر من الارتفاع المتاح 27 سم.