

حلول امتحان البجروت 372

شتاء 2024

3 وحدات . الصف الثاني عشر . ترجمة تعليمية غير رسمية

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نحيب عن أربعة من الأسئلة الستة؛ لكل سؤال 28 درجة، ومجموع الدرجات لا يزيد على 100. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

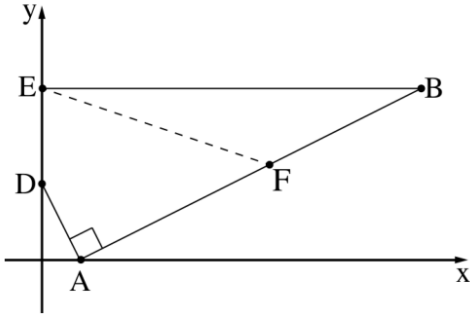
حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطيًا.

نصوص الأسئلة ترجمة تعليمية غير رسمية لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق النصّ الأصليّ والرسوم للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . الشكل الرباعي والتقاطع والمساحة

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 6 - 8 ، 10



1. في الشكل الرباعي ADEB الرأس A يقع على المحور x .

الرأسان D و E يقعان على المحور y ، كما في الرسم.

الضلع AD عمودي على الضلع AB.

معطى أن معادلة المستقيم AD هي $y = -2x + 4$.

أ. جدوا إحداثيات الرأسين A و D.

ب. جدوا معادلة المستقيم AB.

الضلع BE مواز للمحور x .

معطى: E(0 , 9).

ج. جدوا إحداثيات الرأس B.

مرّروا عبر الرأس E مستقيماً ميله $-\frac{1}{3}$ ، يقطع الضلع AB في النقطة F (المستقيم المتقطع في الرسم).

د. (1) جدوا معادلة المستقيم EF.

(2) جدوا إحداثيات النقطة F.

هـ. احسبوا مساحة المثلث EBF.

البند أ

في الشكل الرباعي ADEB الرأس A يقع على المحور x .

الرأسان D و E يقعان على المحور y ، كما في الرسم.

الضلع AD عمودي على الضلع AB.

معطى أن معادلة المستقيم AD هي $y = -2x + 4$.

جدوا إحداثيات الرأسين A و D.

1 . الرأس A

$y = 0$ لأن A على محور x .

$$0 = -2x + 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

إذن A(2, 0).

2 . الرأس D

$x = 0$ لأن D على محور y .

$$y = -2 \cdot 0 + 4 = 4$$

إذن $D(0, 4)$.

3 . فحص

كلتا النقطتين تحققان معادلة AD وتقعان على المحور المطلوب ✓

الجواب النهائي

$A(2, 0)$ ، $D(0, 4)$

البند ب

جدوا معادلة المستقيم AB .

1 . الميل العمودي

$m_{AD} = -2$ ؛ نقلب ونغيّر الإشارة، فيكون $m_{AB} = \frac{1}{2}$

2 . ميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

3 . فحص

✓ $\frac{1}{2} \cdot 2 - 1 = 0$ ؛ وحاصل ضرب الميلين $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

الجواب النهائي

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

البند ج

الضلع BE مواز للمحور x .
معطى: $E(0, 9)$.
جدوا إحداثيات الرأس B .

1. المستقيم الأفقي

BE يمر بـ $E(0, 9)$ ويوازي محور x ؛ لذلك $y = 9$.

2. الحل بالتعويض

$$9 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$10 = \frac{1}{2}x$$

$$x = 20$$

إذن $B(20, 9)$.

3. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -0.5x + y = -1 \\ y = 9 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} -0.5 & -1 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-0.5) \cdot 1 - 0 \cdot 1 = -0.5 - 0 = -0.5$$

$$D_x = (-1) \cdot 1 - 9 \cdot 1 = -1 - 9 = -10$$

$$D_y = (-0.5) \cdot 9 - 0 \cdot (-1) = -4.5 - 0 = -4.5$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-10}{-0.5} = 20$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-4.5}{-0.5} = 9$$

تحقق: $0 \cdot 20 + 1 \cdot 9 = 9$ ، $(-0.5) \cdot 20 + 1 \cdot 9 = -1$ ✓

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➤

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص

✓ $\frac{1}{2} \cdot 20 - 1 = 9$ ، النقطة على AB وعلى BE

الجواب النهائي

$B(20, 9)$

البند د (1)

مرّروا عبر الرأس E مستقيماً ميله $-\frac{1}{3}$ ، يقطع الضلع AB في النقطة F (المستقيم المتقطع في الرسم).
(1) جدوا معادلة المستقيم EF .

1 . القانون والتعويض

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 9 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 9$$

2 . فحص

✓ $x = 0$ يعطي $y = 9$ ، والميل $-\frac{1}{3}$ كما في المعطى

الجواب النهائي

$y = -\frac{1}{3}x + 9$

البند د (2)

(2) جدوا إحداثيات النقطة F .

1 . الحلّ بالموازنة

$$\frac{1}{2}x - 1 = -\frac{1}{3}x + 9$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10$$

$$\frac{5}{6}x = 10$$

$$x = \frac{10 \cdot 6}{5} = 12$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 12 - 1 = 5$$

إذن $F(12, 5)$.

2 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -0.5x + y = -1 \\ x + 3y = 27 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 27 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D_y = \begin{bmatrix} -0.5 & -1 \\ 1 & 27 \end{bmatrix}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-0.5) \cdot 3 - 1 \cdot 1 = -1.5 - 1 = -2.5$$

$$D_x = (-1) \cdot 3 - 27 \cdot 1 = -3 - 27 = -30$$

$$D_y = (-0.5) \cdot 27 - 1 \cdot (-1) = -13.5 - (-1) = -12.5$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-30}{-2.5} = 12$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-12.5}{-2.5} = 5$$

تحقّق: $\checkmark 1 \cdot 12 + 3 \cdot 5 = 27$ ، $\checkmark (-0.5) \cdot 12 + 1 \cdot 5 = -1$

افتحوا هذه الهئية في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

3 . فحص في المعادلة الثانية

$$-\frac{1}{3} \cdot 12 + 9 = -4 + 9 = 5$$

الإحداثي نفسه ✓

الجواب النهائي

$$.F(12, 5)$$

البند هـ

احسبوا مساحة المثلث EBF .

1 . القاعدة والارتفاع

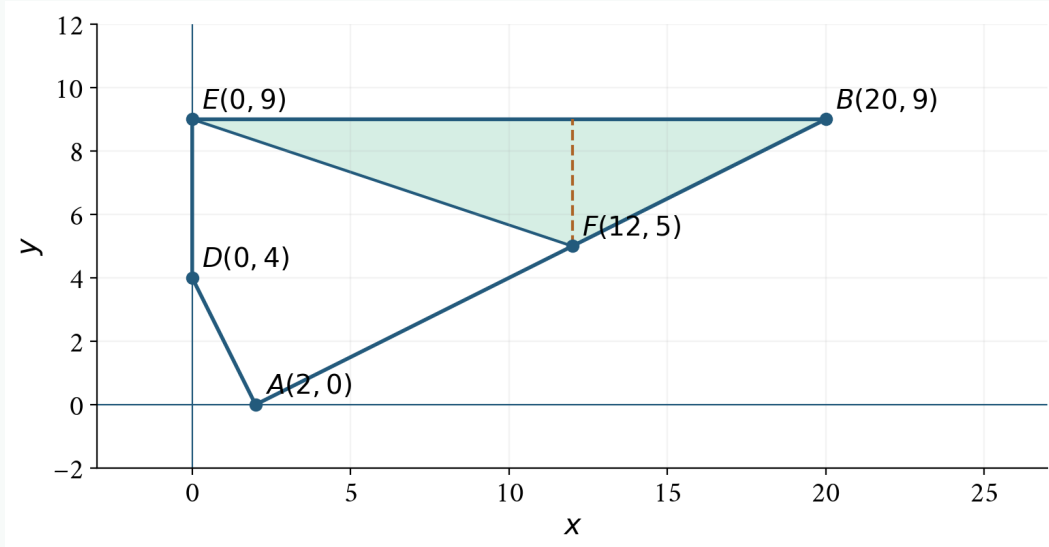
$E(0, 9)$ و $B(20, 9)$ ؛ إذن $EB = 20 - 0 = 20$

الارتفاع من $F(12, 5)$ إلى المستقيم $y = 9$ هو $9 - 5 = 4$.

2 . القانون والتعويض

$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{20 \cdot 4}{2} = 40$$



المثلث EBF ؛ قاعدته 20 وارتفاعه 4.

3 . فحص

✓ نصف مساحة المستطيل ذي الأبعاد 20 و 4 هو $\frac{80}{2} = 40$

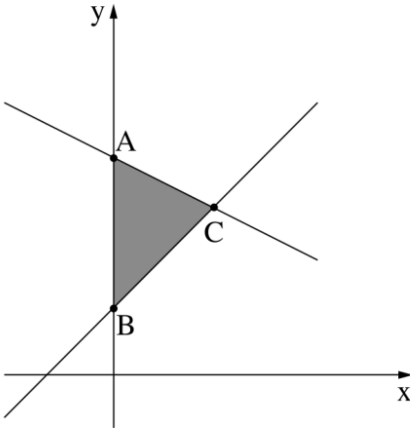
الجواب النهائي

40 وحدة مربعة.

السؤال 2 . إنتاج السكاكر والعلكات

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 4 ، 6 - 10 ، 12

2. المجال الرماديّ في الرسم الذي أمامكم ناتج عن هيئة اضطرابات لمصنع يُنتج x سكاكر و y علكات في الدقيقة.



معادلة المستقيم BC هي $y = x + 4$.

معادلة المستقيم AC هي $y = -0.5x + 13$.

النقطتان A و B تقعان على المحور y .

أمامكم هيئتا اضطرابات I-II.

هيئة الاضطرابات II

$$y \leq x + 4$$

$$y \geq -0.5x + 13$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

هيئة الاضطرابات I

$$y \geq x + 4$$

$$y \leq -0.5x + 13$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

أ. اختاروا هيئة الاضطرابات الملائمة لهذه المسألة.

يربح المصنع 2 شيكل من كلّ سكرة، ويربح شيكلاً واحداً من كلّ علكة.

ب. (1) اكتبوا دالة الهدف.

(2) كم سكرة وكم علكة يجب على المصنع أن يُنتج في الدقيقة كي يكون ربحه أكبر ما يمكن؟

ج. هل من الممكن أن يُنتج المصنع 5 سكاكر و 5 علكات في الدقيقة؟ علّلوا إجابتكم.

البند أ

المجال الرماديّ في الرسم الذي أمامكم ناتج عن هيئة اضطرابات لمصنع يُنتج x سكاكر و y علكات في الدقيقة.

معادلة المستقيم BC هي $y = x + 4$.

معادلة المستقيم AC هي $y = -0.5x + 13$.

النقطتان A و B تقعان على المحور y .

أمامكم هيئتا اضطرابات II-I.

هيئة الاضطرابات I: $y \geq x + 4$ ، $y \leq -0.5x + 13$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$.

هيئة الاضطرابات II: $y \leq x + 4$ ، $y \geq -0.5x + 13$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$.

اختاروا هيئة الاضطرابات الملائمة لهذه المسألة.

1 . جهة المجال

المجال أعلى المستقيم BC ؛ لذلك $y \geq x + 4$ ، وهو أسفل AC ؛ لذلك $y \leq -0.5x + 13$.

المجال في الربع الأول؛ إذن $x \geq 0$ و $y \geq 0$.

2. الاختيار والفحص

هذه هي هيئة الاضطرارات I.

فحص بالنقطة (0, 8) داخل المجال: $8 \geq 4$ و $8 \leq 13$ ✓

الجواب النهائي

هيئة الاضطرارات I؛ المجال فوق BC وتحت AC.

البند (1)

يربح المصنع 2 شيكل من كل سكرة، ويربح شيكلاً واحداً من كل علكة.
(1) اكتبوا دالة الهدف.

1. جدول الربح

هيئة الاضطرارات معطاة في السؤال؛ ننظم الربح فقط.

النوع	العدد	الربح (شيكال)
سكاكر	x	$2x$
علكات	y	$1 \cdot y = y$
المجموع		$P = 2x + y$

2. دالة الهدف والفحص

$$P = 2x + y$$

نبحث عن أكبر ربح في الدقيقة؛ سكرة وعلكة تعطيان $3 = 2 + 1$ شواكل ✓

الجواب النهائي

$P = 2x + y$ ؛ الربح بالشيكال في الدقيقة.

البند ب (2)

(2) كم سكرّة وتم علكة يجب على المصنع أن يُنتج في الدقيقة كي يكون ربحه أكبر ما يمكن؟

1. الرأسان على محور y

نعوض $x = 0$ في الحدين فنحصل على $A(0, 13)$ و $B(0, 4)$.

2. تقاطع الحدين بالموازنة

$$x + 4 = -0.5x + 13$$

$$1.5x = 9$$

$$x = \frac{9}{1.5} = 6$$

$$y = 6 + 4 = 10$$

إذن $C(6, 10)$.

3. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ 0.5x + y = 13 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 13 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0.5 & 13 \end{bmatrix}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-1) \cdot 1 - 0.5 \cdot 1 = -1 - 0.5 = -1.5$$

$$D_x = 4 \cdot 1 - 13 \cdot 1 = 4 - 13 = -9$$

$$D_y = (-1) \cdot 13 - 0.5 \cdot 4 = -13 - 2 = -15$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-9}{-1.5} = 6$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-15}{-1.5} = 10$$

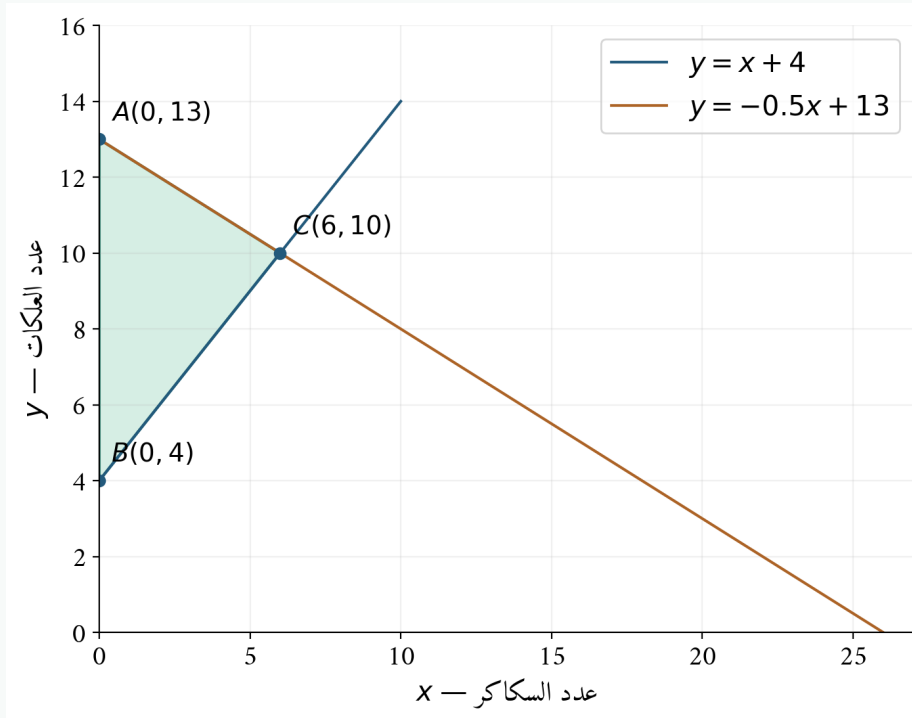
تحقق: $4 : (-1) \cdot 6 + 1 \cdot 10 = 4$ ، $\checkmark$ ، $0.5 \cdot 6 + 1 \cdot 10 = 13$ ، $\checkmark$

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . جدول الرؤوس

الرأس	النقطة	التعويض في P	الربح (شيكال)
A	$(0, 13)$	$2 \cdot 0 + 13$	13
B	$(0, 4)$	$2 \cdot 0 + 4$	4
C	$(6, 10)$	$2 \cdot 6 + 10$	22



المجال الممكن ورؤوسه؛ الربح الأقصى عند $C(6, 10)$.

5 . الاختيار والفحص

نتج 6 سكاكر و 10 علكات؛ الربح الأقصى 22 شيكلاً في الدقيقة.

العددان صحيحان، و $10 = 6 + 4 = -0.5 \cdot 6 + 13$ ؛ الحدان متحققان ✓

الجواب النهائي

6 سكاكر و 10 علكات في الدقيقة؛ الربح الأقصى 22 شيكلاً.

البند ج

هل من الممكن أن يُنتج المصنع 5 سكاكر و 5 علكات في الدقيقة؟ علّلوا إجابتكم.

1 . الفحص الأول

$$y = 5, x = 5 \text{ يلزم } y \geq x + 4.$$

$$5 < 5 + 4 = 9$$

هذا الاضطرار لا يتحقّق.

2 . الفحص الثاني والاستنتاج

$$5 \leq -0.5 \cdot 5 + 13 = 10.5$$

الاضطرار الثاني متحقّق، لكن الأوّل غير متحقّق؛ إذن لا يمكن إنتاج هذه الكمّيّات معاً.

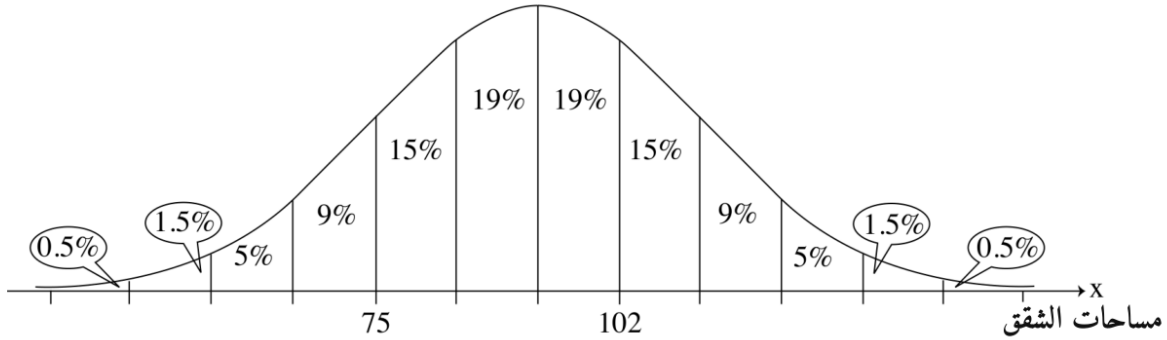
الجواب النهائيّ

لا؛ النقطة (5, 5) لا تحقّق $y \geq x + 4$.

السؤال 3 . مساحات الشقق ومواقف السيارات

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 2، 3، 5، 6، 11

3. مساحات الشقق في مدينة معينة تتوزع طبيعياً.
أمامكم الرسم البياني للتوزيع الطبيعي وعليه معطيات عن مساحات الشقق بالأمتار المربعة (م²).



- أ. جدوا الانحراف المعياري ومعدل مساحات الشقق.
ب. جدوا النسبة المئوية للشقق التي مساحتها أصغر من 129 م².
ج. في هذه المدينة توجد 26,000 شقة.
د. في هذه المدينة، لكل واحدة من الشقق التي مساحتها أكبر من 75 م² وأصغر من 129 م²، يوجد موقف سيارة واحد.
هـ. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، لكم شقة في هذه المدينة يوجد موقف سيارة واحد؟
د. هل يوجد موقف سيارة واحد لشقة في هذه المدينة العلامة المعيارية لمساحتها هي 2.4؟ عللوا إجاباتكم.

البند أ

مساحات الشقق في مدينة معينة تتوزع طبيعياً.
أمامكم الرسم البياني للتوزيع الطبيعي وعليه معطيات عن مساحات الشقق بالأمتار المربعة (م²).
جدوا الانحراف المعياري ومعدل مساحات الشقق.

1 . قراءة الرسم

75 يقع قفزين يسار المعدل و 102 قفزة واحدة يمينه؛ الفرق بينهما ثلاث قفزات.

2 . القفزة والانحراف

$$\frac{102 - 75}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

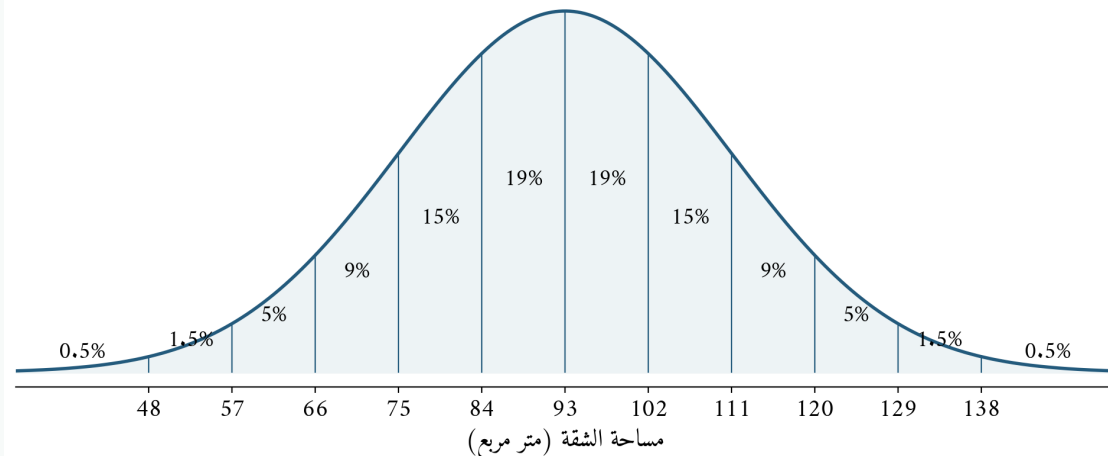
$$S = 2 \cdot 9 = 18$$

3. المعدل

$$\bar{x} = 75 + 2 \cdot 9 = 93$$

4. المحور والفحص

المعدل 93 – القفزة 9 – الانحراف المعياري 18



مساحات الشقق؛ المعدل 93 م² والقفزة 9 م².

فحص: $93 + 9 = 102$ و $93 - 2 \cdot 9 = 75$ ✓

الجواب النهائي

الانحراف المعياري $S = 18$ م²، والمعدل $\bar{x} = 93$ م².

البند ب

جدوا النسبة المئوية للشقق التي مساحتها أصغر من 129 م².

1. المكان

$$\frac{129 - 93}{9} = 4$$

129 يقع أربع قفزات يمين المعدل.

2 . النسبة والفحص

النسبة على يمينه $2 = 0.5 + 1.5\%$.

$$100 - 2 = 98$$

فحص: $93 + 4 \cdot 9 = 129$ ؛ الشقق الأصغر منه تشكّل 98% ✓

الجواب النهائي

98% من الشقق.

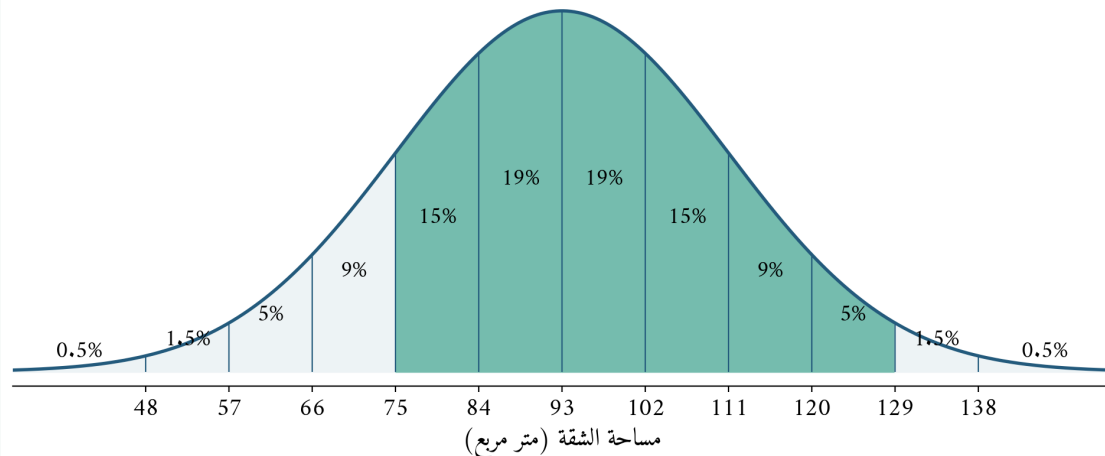
البند ج

في هذه المدينة توجد 26,000 شقّة.
في هذه المدينة، لكلّ واحدة من الشقق التي مساحتها أكبر من 75 م² وأصغر من 129 م²، يوجد موقف سيارة واحد.
حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، لِمَ شقّة في هذه المدينة يوجد موقف سيارة واحد؟

1 . النسبة بين الحدين

$$15 + 19 + 19 + 15 + 9 + 5 = 82$$

المعدل 93 – القفزة 9 – الانحراف المعياري 18



الشقق بين 75 و 129 م²؛ مجموع الأقسام 82%.

2 . القانون والتعويض

العدد = النسبة × العدد الكلي.

$$\frac{82}{100} \cdot 26,000 = 21,320$$

3 . فحص

يسار 75 توجد 16% ويمين 129 توجد 2%؛ $82 = 100 - 16 - 2$ ✓

الجواب النهائي

21,320 شقة.

البند د

هل يوجد موقف سيارة واحد لشقة في هذه المدينة العلامة المعيارية لمساحتها هي 2.4؟ عللوا إجابتكم.

1 . القانون والتعويض

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

$$x = 93 + 2.4 \cdot 18 = 136.2$$

2 . المقارنة والفحص

$136.2 > 129$ ؛ المساحة خارج المجال المطلوب لموقف واحد.

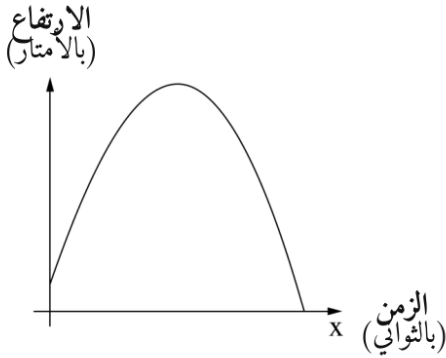
فحص: $2.4 = \frac{136.2 - 93}{18}$ ؛ العلامة صحيحة ✓

الجواب النهائي

لا؛ المساحة 136.2 م²، وهي أكبر من الحد 129 م².

السؤال 4 . نديم يرمي حجراً

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 3، 4، 6، 9، 10



4. يرمي نديم حجراً نحو الأعلى.

$$y = -5x^2 + 16x + 2$$

تصف بالمتر ارتفاع الحجر فوق الأرض (المحور y)

كدالة للزمن بالثواني (المحور x)، كما في الرسم الذي أمامكم.

- جدوا ارتفاع الحجر فوق الأرض في لحظة الرمي.
- بعد كم ثانية من لحظة الرمي كان الحجر في أكبر ارتفاع؟ ما هو هذا الارتفاع؟
- بعد كم ثانية من لحظة الرمي كان ارتفاع الحجر 14 متراً؟ جدوا الإمكانيتين.
- هل بعد 4 ثوانٍ من لحظة الرمي كان الحجر قد وصل إلى الأرض، أم أنه كان لا يزال في الهواء؟ علّلوا إجابتكم.

البند أ

يرمي نديم حجراً نحو الأعلى.

الدالة التربيعية $y = -5x^2 + 16x + 2$ تصف بالمتر ارتفاع الحجر فوق الأرض (المحور y) كدالة للزمن بالثواني (المحور x)، كما في الرسم الذي أمامكم.
جدوا ارتفاع الحجر فوق الأرض في لحظة الرمي.

1 . التعويض

$$y = -5 \cdot 0^2 + 16 \cdot 0 + 2 = 2$$

2 . فحص

الحدّ الثابت 2 هو الارتفاع عند بداية الحركة ✓

الجواب النهائي

متراً فوق الأرض.

البند ب

بعد كم ثانية من لحظة الرمي كان الحجر في أكبر ارتفاع؟ ما هو هذا الارتفاع؟

1 . المعاملات وقانون الرأس

$$c = 2, b = 16, a = -5$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

2 . الزمن والارتفاع

$$x = \frac{-16}{2 \cdot (-5)} = 1.6$$

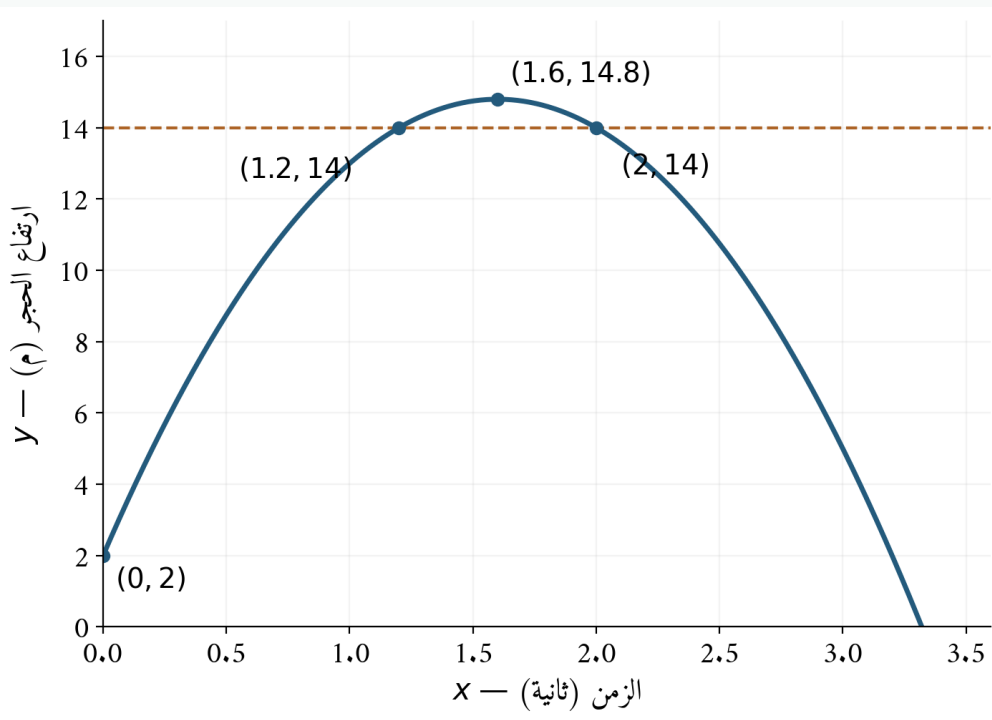
$$y = -5 \cdot 1.6^2 + 16 \cdot 1.6 + 2$$

$$y = -12.8 + 25.6 + 2 = 14.8$$

لأن $a < 0$ ، الرأس نقطة نهاية عظمى.

3 . فحص والرسم

✓ $y(1.2) = y(2) = 14$ الزمان متماثلان حول 1.6 وارتفاعهما أقل من 14.8



مسار الحجر، أعلى نقطة عند زمن 1.6 ثانية وارتفاع 14.8 متراً.

الجواب النهائي

بعد 1.6 ثانية، أكبر ارتفاع 14.8 متراً.

البند ج

بعد كم ثانية من لحظة الرمي كان ارتفاع الحجر 14 متراً؟ جدوا الإمكانيتين.

1 . المعادلة والمعاملات

$$-5x^2 + 16x + 2 = 14$$

$$-5x^2 + 16x - 12 = 0$$

المعاملات $a = -5$ ، $b = 16$ ، $c = -12$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-12) = 256 - 240 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 4}{-10}$$

$$x_1 = 1.2, \quad x_2 = 2$$

3 . السياق والفحص

الزمنان موجبان؛ الأول أثناء الصعود والثاني أثناء النزول.

$$\checkmark \quad y(2) = -20 + 32 + 2 = 14 \quad \text{و} \quad y(1.2) = -7.2 + 19.2 + 2 = 14$$

الجواب النهائي

بعد 1.2 ثانية أو ثانيتين.

البند د

هل بعد 4 ثوانٍ من لحظة الرمي كان الحجر قد وصل إلى الأرض، أم أنه كان لا يزال في الهواء؟ علّلوا إجابتكم.

1 . التعويض والحساب

$$y(4) = -5 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 + 2$$

$$y(4) = -80 + 64 + 2 = -14$$

2 . المعنى في القصة

القيمة سالبة، أي إنّ امتداد الموديل عند 4 يقع تحت مستوى الأرض. لا يمثّل ذلك ارتفاعاً فعلياً للحجر؛ فقد وصل إلى الأرض قبل هذا الزمن.

3 . فحص

عند $x = 3$ يعطي الموديل ارتفاع 5 أمتار، وعند $x = 4$ يعطي قيمة سالبة؛ وصول الحجر إلى مستوى الأرض حدث قبل 4 ثوانٍ ✓

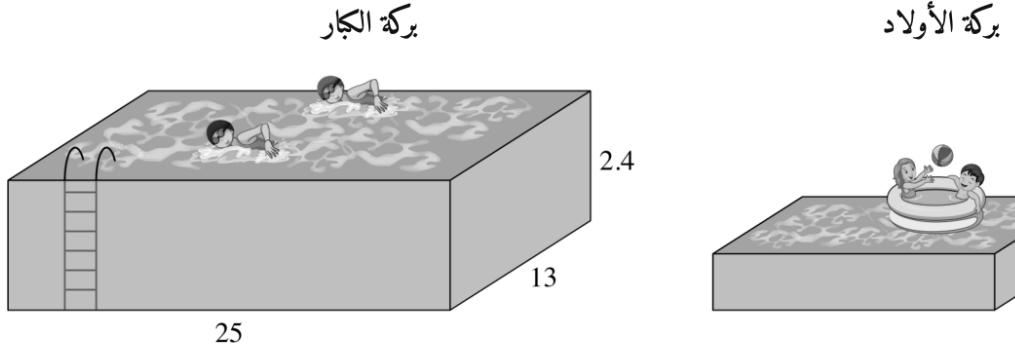
الجواب النهائي

كان قد وصل إلى الأرض؛ الموديل عند 4 ثوانٍ يعطي قيمة سالبة.

السؤال 5 . بركة الكبار والأولاد

الأجسام في الفراغ — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 2، 9

5. في مركز رياضيّ توجد بركتان: بركة للكبار وبركة للأولاد.
كلّ بركة على شكل صندوق قاعدته مستطيل (انظروا الرسم).



- معطى أنّ طوليّ ضلعيّ قاعدة بركة الكبار هما 25 متراً و 13 متراً.
ارتفاع بركة الكبار هو 2.4 متر.
أ. جدّوا حجم بركة الكبار.
قبل موسم السباحة قرّروا دهن الجدران الخارجيّة لبركة الكبار.
ب. جدّوا مساحة الجدران التي دهنوها.
ج. جدّوا ارتفاع بركة الأولاد.
أحد ضلعيّ قاعدة بركة الأولاد أكبر بمترتين من الضلع الآخر لقاعدة بركة الأولاد.
معطى أنّ حجم بركة الأولاد هو 40 م³ (متر مكعب).
د. جدّوا طوليّ ضلعيّ قاعدة بركة الأولاد.

البند أ

- في مركز رياضيّ توجد بركتان: بركة للكبار وبركة للأولاد.
كلّ بركة على شكل صندوق قاعدته مستطيل (انظروا الرسم).
معطى أنّ طوليّ ضلعيّ قاعدة بركة الكبار هما 25 متراً و 13 متراً.
ارتفاع بركة الكبار هو 2.4 متر.
جدّوا حجم بركة الكبار.

1 . القانون

$$V = a \cdot b \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = 25 \cdot 13 \cdot 2.4 = 325 \cdot 2.4 = 780$$

3 . فحص

مساحة القاعدة 325 م² مضروبة في الارتفاع 2.4 م تعطي 780 م³ ✓

الجواب النهائي

780 م³.

البند ب

قبل موسم السباحة قرّروا دهن الجدران الخارجية لبركة الكبار.
جدوا مساحة الجدران التي دهنوها.

1 . القانون

$$S = 2(a + b)h$$

2 . التعويض والحساب

$$S = 2(25 + 13) \cdot 2.4$$

$$S = 76 \cdot 2.4 = 182.4$$

3 . فحص بالوجهين المتقابلين

$$2 \cdot 25 \cdot 2.4 + 2 \cdot 13 \cdot 2.4 = 120 + 62.4 = 182.4$$

لا ندهن القاعدة؛ المساحة للجدران فقط ✓

الجواب النهائي

182.4 م².

البند ج

ارتفاع بركة الأولاد هو $\frac{1}{3}$ من ارتفاع بركة الكبار.
جدوا ارتفاع بركة الأولاد.

1 . التعويض والحساب

$$h = \frac{1}{3} \cdot 2.4 = \frac{2.4}{3} = 0.8$$

2 . فحص

$2.4 = 0.8 \cdot 3$ ؛ هو ثلث الارتفاع المعطى ✓

الجواب النهائي

0.8 متر.

البند د

أحد ضلعي قاعدة بركة الأولاد أكبر بمرتين من الضلع الآخر لقاعدة بركة الأولاد.
معطى أن حجم بركة الأولاد هو 40 م³ (متر مكعب).
جدوا طولي ضلعي قاعدة بركة الأولاد.

1 . المجهول والقانون

الضلعان x و $2x$ ، والارتفاع 0.8 م؛ الحجم 40 م³.

$$V = a \cdot b \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$x \cdot 2x \cdot 0.8 = 40$$

$$1.6x^2 = 40$$

$$x^2 = \frac{40}{1.6} = 25$$

$$x = 5$$

نأخذ الجذر الموجب لأنه طول؛ الضلع الآخر $2 \cdot 5 = 10$ أمتار.

3 . فحص

$$40 = 0.8 \cdot 10 \cdot 5 \text{ م}^3, \text{ والضلع } 10 \text{ ضعف } 5 \checkmark$$

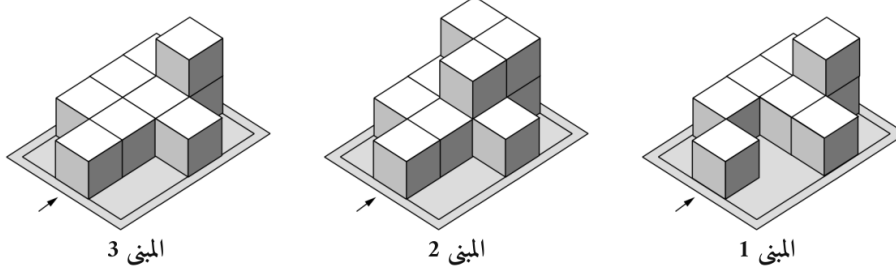
الجواب النهائي

5 أمتار و 10 أمتار.

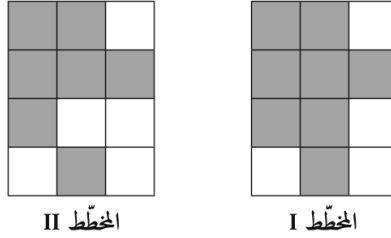
السؤال 6 . مطابقة المباني وإضافة المكعبات

الرؤية الفراغية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 4، 5، 7، 9

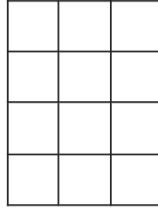
6. في الرسوم التي أمامكم ثلاثة مباني من مكعبات متطابقة. السهم في كل رسم يشير إلى جهة النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر.



أمامكم مخططان لنظرتين من الأعلى يصفان المباني.



- أ. حدّدوا لكل واحد من المباني أيّ مخطط يصفه.
ب. أكملوا في القالب الذي أمامكم مخطط الأعداد للمبنى 3.

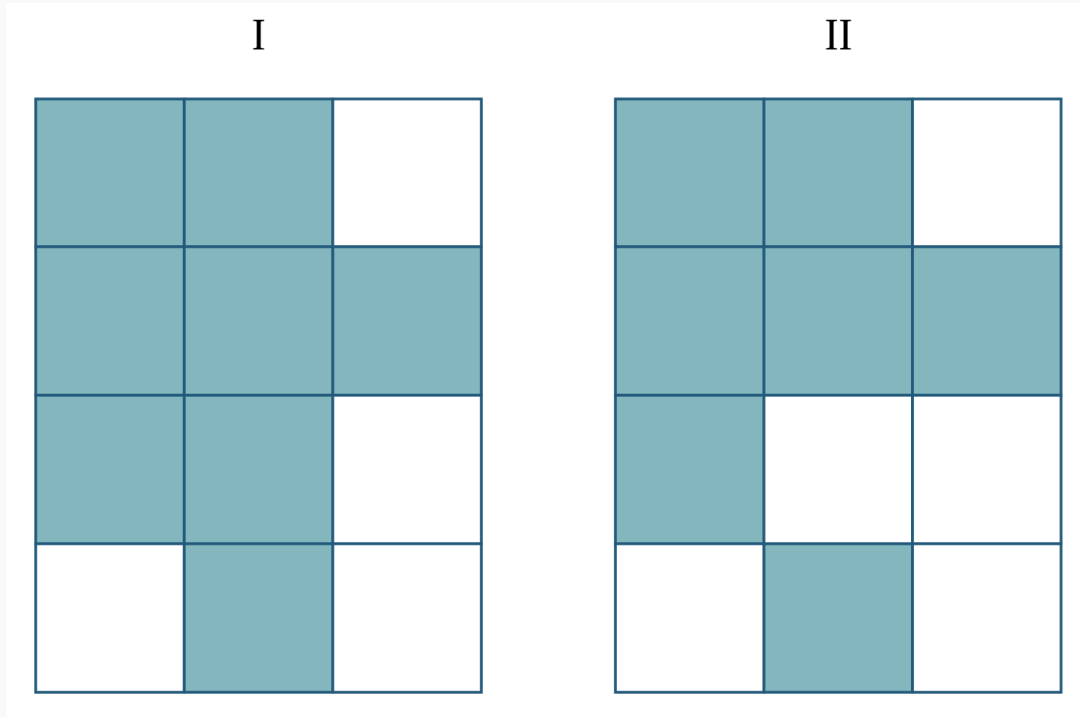


- ج. ارسموا النظرة من الأمام للمبنى 3.
د. أضافوا إلى المبنى 3 أكبر عدد ممكن من المكعبات بحيث تبقى النظرة من الأعلى والنظرة من الأمام بدون تغيير.
(1) كم مكعباً أضافوا إلى المبنى 3؟
(2) ارسموا مخطط الأعداد للمبنى 3 بعد إضافة المكعبات.

البند أ

في الرسوم التي أمامكم ثلاثة مباني من مكعبات متطابقة. السهم في كل رسم يشير إلى جهة النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر. أمامكم مخططان لنظرتين من الأعلى يصفان المباني. حدّدوا لكل واحد من المباني أيّ مخطط يصفه.

1 . المخططان



مخططا النظرة من الأعلى؛ الأمام في أسفل كل رسم.

2 . المطابقة

المبنى 1 فيه مكان خالٍ في وسط الصف الثاني من الأمام؛ يلائمه المخطط II.
المبنيان 2 و3 فيهما هذا المكان مشغولاً، وبقية الأماكن مطابقة؛ يلائمهما المخطط I.

3 . فحص

المخطط II فيه 7 أماكن مشغولة، والمخطط I فيه 8؛ اختلاف الارتفاع لا يغيّر النظرة من الأعلى ✓

الجواب النهائي

المبنى 1: المخطط II؛ المبنيان 2 و3: المخطط I.

البند ب

أكملوا في القالب الذي أمامكم مخططات الأعداد للمبنى 3.

المبنى 3

1	2	0
1	1	1
1	1	0
0	1	0

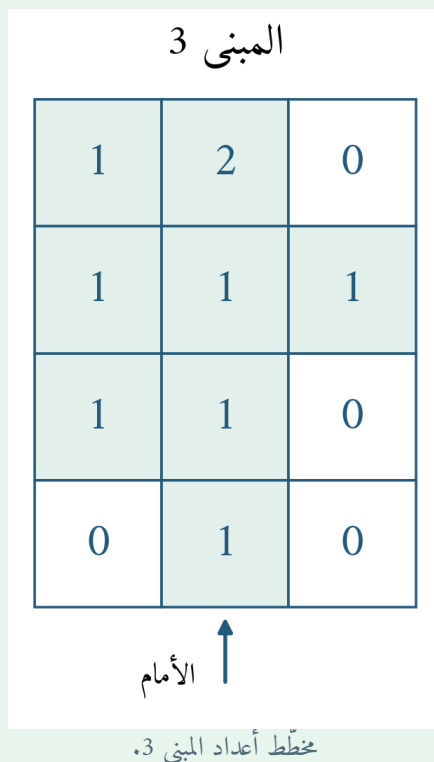
↑
الأمام

مخطّط المبنى 3؛ الصفّ السفليّ هو الأماميّ.

2 . فحس

مجموع الصفوف من الخلف $9 = 1 + 2 + 3 + 3$ مكعبات؛ وبالطابق $9 = 1 + 8$ ✓

الجواب النهائي



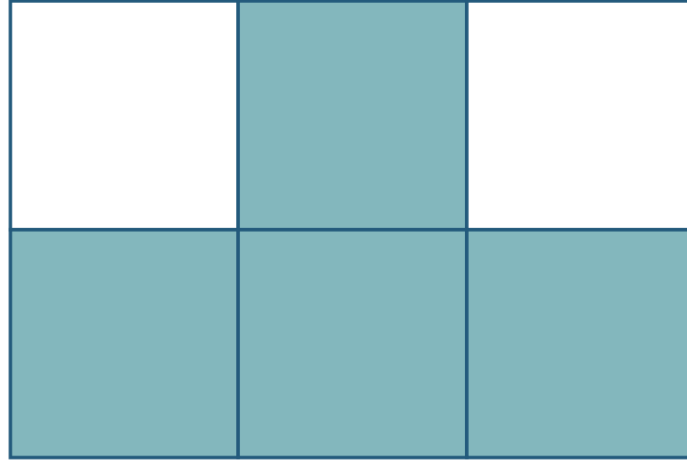
البند ج

ارسموا النظرة من الأمام للمبنى 3.

1 . الارتفاعات

من اليسار إلى اليمين، أكبر ارتفاعات الأعمدة 1, 2, 1.

النظرة من الأمام

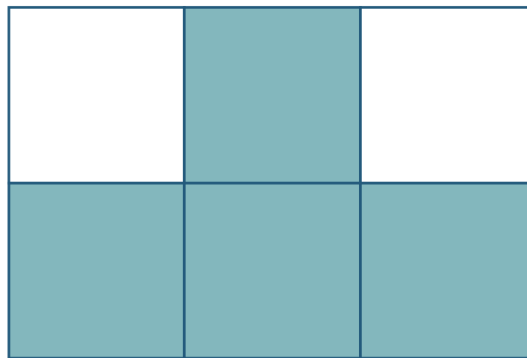


النظرة من الأمام للمبنى 3؛ ارتفاعاتها 1، 2، 1.

العمود الأوسط وحده يصل إلى الطابق الثاني؛ الطرفان بارتفاع 1 ✓

الجواب النهائي

النظرة من الأمام



النظرة من الأمام للمبنى 3.

البند (1)

أضافوا إلى المبنى 3 أكبر عدد ممكن من المكعبات بحيث تبقى النظرة من الأعلى والنظرة من الأمام بدون تغيير.
(1) كم مكعباً أضافوا إلى المبنى 3؟

1 . الحدود من النظرتين

من الأعلى يجب أن تبقى الأماكن الخالية خالية. ومن الأمام أقصى ارتفاعات الأعمدة 1, 2, 1؛ لا يجوز تجاوزها.

2 . الإضافة

في العمود الأوسط أربعة أماكن مشغولة، ارتفاعاتها من الخلف 1, 1, 1, 2. نرفع الثلاثة ذات الارتفاع 1 إلى 2؛ نضيف مكعباً لكل منها.

3 . فحص الأقصى

الأعمدة الطرفية مشغولة بارتفاع 1 أصلاً، وهو حدّها. بعد الإضافة يبلغ كل مكان مشغول حدّ عموده؛ لا يمكن إضافة أكثر دون تغيير إحدى النظرتين ✓

الجواب النهائي

3 مكعبات.

البند د (2)

(2) ارسموا مخطط الأعداد للبنى 3 بعد إضافة المكعبات.

بعد الإضافة القصوى

1	2	0
1	2	1
1	2	0
0	2	0

↑
الأمام

المبنى بعد الإضافة القصوى؛ الأماكن الخالية باقية خالية.

2 . فحس

المجموع الجديد $12 = 2 + 3 + 4 + 3$ ؛ الفرق $12 - 9 = 3$. أماكن الإشغال ثابتة، وأكبر ارتفاعات الأعمدة باقية
✓ 1, 2, 1

الجواب النهائي

بعد الإضافة القصوى

1	2	0
1	2	1
1	2	0
0	2	0

↑
الأمام

مخطط الأعداد بعد إضافة 3 مكعبات.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	$A(2, 0)$ ، $D(0, 4)$.
	ب	$y = \frac{1}{2}x - 1$.
	ج	$B(20, 9)$.
	د (1)	$y = -\frac{1}{3}x + 9$.
	د (2)	$F(12, 5)$.
	هـ	40 وحدة مربعة.
2	أ	هيئة الاضطرابات I؛ المجال فوق BC وتحت AC .
	ب (1)	$P = 2x + y$ ؛ الربح بالشيكل في الدقيقة.
	ب (2)	6 سكاكر و10 علكات في الدقيقة؛ الربح الأقصى 22 شيكلاً.
	ج	لا؛ النقطة $(5, 5)$ لا تحقق $y \geq x + 4$.
3	أ	الانحراف المعياري $S = 18$ م ² ، والمعدل $\bar{x} = 93$ م ² .
	ب	98% من الشقق.
	ج	21,320 شقة.
	د	لا؛ المساحة 136.2 م ² ، وهي أكبر من الحد 129 م ² .
4	أ	مترا فوق الأرض.
	ب	بعد 1.6 ثانية؛ أكبر ارتفاع 14.8 متراً.
	ج	بعد 1.2 ثانية أو ثانيتين.
	د	كان قد وصل إلى الأرض؛ الموديل عند 4 ثوانٍ يعطي قيمة سالبة.
5	أ	780 م ³ .
	ب	182.4 م ² .
	ج	0.8 متر.
	د	5 أمتار و10 أمتار.
6	أ	المبنى 1: المخطط II؛ المبنى 2 و3: المخطط I.

ب

المبنى 3

1	2	0
1	1	1
1	1	0
0	1	0

↑
الأمام

مخطط أعداد المبنى 3.

ج

النظرة من الأمام

النظرة من الأمام للمبنى 3.

3 مكعبات.

د (1)

د (2)

بعد الإضافة القصوى

1	2	0
1	2	1
1	2	0
0	2	0

↑
الأمام

مخطط الأعداد بعد إضافة 3 مكعبات.