

حلول امتحان البجروت 372

صيف 2024، الموعد ب

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نحيب عن أربعة من الأسئلة الستة؛ لكل سؤال 28 درجة، ومجموع الدرجات لا يزيد على 100. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

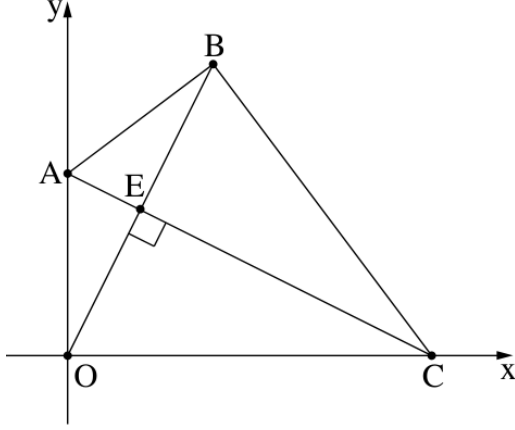
© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربي الرسمي لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . الشكل الرباعي وقطراه

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 2، 3، 6 - 10

1. في الشكل الرباعي $OABC$ ، الرأس A يقع على المحور y ، والرأس C يقع على المحور x .
الرأس O هو نقطة أصل المحاور (انظروا الرسم) .



معطى أن القطر AC يعامد القطر OB .

معادلة القطر AC هي $y = -\frac{1}{2}x + 15$.

أ . جدوا إحداثيات الرأسين A و C .

ب . جدوا معادلة القطر OB .

النقطة E هي نقطة تقاطع القطرين .

ج . جدوا إحداثيات النقطة E .

النقطة E هي منتصف القطر OB .

د . جدوا إحداثيات الرأس B .

هـ . (1) برهنوا أن المثلث OAB هو مثلث متساوي الساقين .

(2) جدوا محيط الشكل الرباعي $OABC$.

البند أ

- في الشكل الرباعي $OABC$ ، الرأس A يقع على المحور y ، والرأس C يقع على المحور x .
الرأس O هو نقطة أصل المحاور (انظروا الرسم) .
معطى أن القطر AC يعامد القطر OB .
معادلة القطر AC هي $y = -\frac{1}{2}x + 15$.
جدوا إحداثيات الرأسين A و C .

1 . النقطة A

A على محور y ، إذن $x = 0$.

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 15 = 15$$

إذن $A(0, 15)$.

2 . النقطة C

C على محور x ، إذن $y = 0$.

$$0 = -\frac{1}{2}x + 15$$

$$\frac{1}{2}x = 15$$

$$x = 30$$

3. فحص

$$-\frac{1}{2} \cdot 30 + 15 = 0 \text{ ؛ والنقطة } A \text{ تحقق المعادلة أيضًا } \checkmark$$

الجواب النهائي

$$C(30, 0) , A(0, 15)$$

البند ب

جدوا معادلة القطر OB .

1. الميل

$$m_{AC} = -\frac{1}{2} \text{ ؛ نقلب ونغيّر الإشارة، فيكون } m_{OB} = 2$$

2. معادلة المستقيم

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 2(x - 0)$$

$$y = 2x$$

3. فحص

$$\text{يرب } O(0, 0) \text{، وحاصل ضرب الميلين } -1 = -\frac{1}{2} \cdot 2 \checkmark$$

الجواب النهائي

$$y = 2x$$

البند ج

النقطة E هي نقطة تقاطع القطرين.
جدوا إحداثيات النقطة E .

1. الحلّ بالموازنة

$$-\frac{1}{2}x + 15 = 2x$$

$$15 = 2.5x$$

$$x = \frac{15}{2.5} = 6$$

$$y = 2 \cdot 6 = 12$$

إذن $E(6, 12)$.

2. حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 0.5x + y = 15 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad D_y = \begin{bmatrix} 0.5 & 15 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 0.5 \cdot 1 - (-2) \cdot 1 = 0.5 - (-2) = 2.5$$

$$D_x = 15 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 15 - 0 = 15$$

$$D_y = 0.5 \cdot 0 - (-2) \cdot 15 = 0 - (-30) = 30$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{15}{2.5} = 6$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{30}{2.5} = 12$$

تحقّق: $\checkmark (-2) \cdot 6 + 1 \cdot 12 = 0$ ، $\checkmark 0.5 \cdot 6 + 1 \cdot 12 = 15$

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➤

mathbagrut.com/tools/box-method/

3 . فحص بالقطر الآخر

$$-\frac{1}{2} \cdot 6 + 15 = -3 + 15 = 12$$

نحصل على الإحداثي نفسه ✓

الجواب النهائي

$E(6, 12)$

البند د

النقطة E هي منتصف القطر OB .
جدوا إحداثيات الرأس B .

1 . القانون

$$x_E = \frac{x_O + x_B}{2}, \quad y_E = \frac{y_O + y_B}{2}$$

2 . التعويض والحساب

$$6 = \frac{0 + x_B}{2}$$

$$x_B = 12$$

$$12 = \frac{0 + y_B}{2}$$

$$y_B = 24$$

3 . فحص

$$E\left(\frac{0+12}{2}, \frac{0+24}{2}\right) = E(6, 12)$$

نحصل على المنتصف المعطى ✓

الجواب النهائي

$B(12, 24)$

البند هـ (1)

(1) برهنوا أن المثلث OAB هو مثلث متساوي الساقين.

1 . قانون البعد

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2 . الأطوال

OA على محور y ، لذلك $OA = 15$.

$$AB = \sqrt{(12 - 0)^2 + (24 - 15)^2}$$

$$AB = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$$

3 . الاستنتاج والفحص

$OA = AB = 15$ ؛ إذن المثلث متساوي الساقين.

فحص: مربعاً الطولين متساويان، وكلاهما 225 ✓

الجواب النهائي

المثلث OAB متساوي الساقين؛ $OA = AB = 15$.

البند هـ (2)

(2) جدوا محيط الشكل الرباعي $OABC$.

1 . الأطوال الناقصة

OC على محور x ، لذلك $OC = 30$.

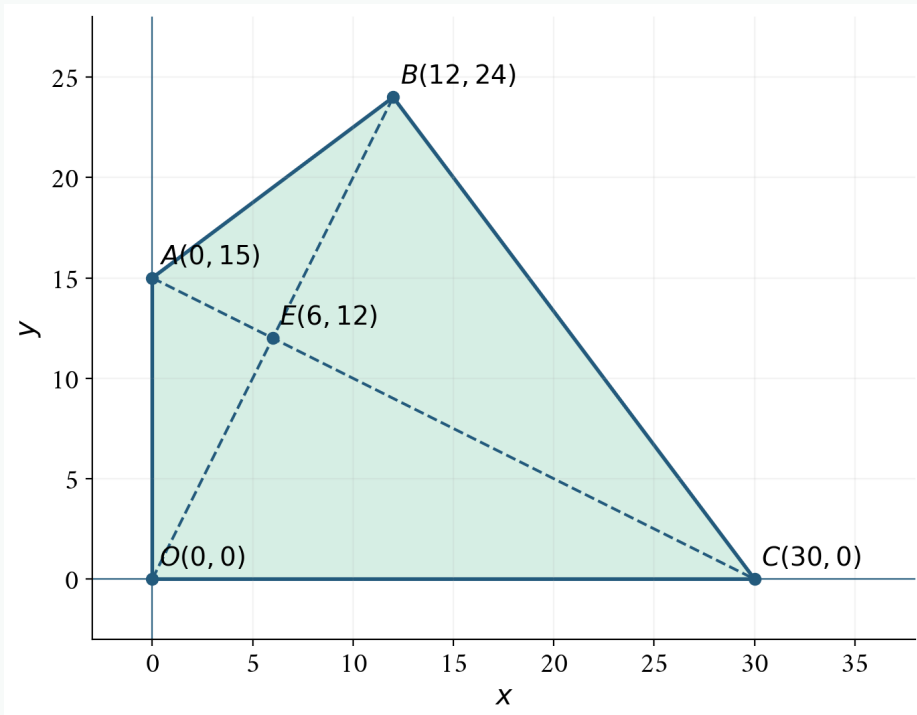
$$BC = \sqrt{(30 - 12)^2 + (0 - 24)^2}$$

$$BC = \sqrt{18^2 + (-24)^2} = \sqrt{900} = 30$$

2 . المحيط

$$P = OA + AB + BC + CO$$

$$P = 15 + 15 + 30 + 30 = 90$$



الشكل $OABC$ وقطراه؛ الأضلاع في المحيط هي OA و AB و BC و CO .

3 . فحص

محيط الشكل هو مجموع زوجين متساويين: $2 \cdot 15 + 2 \cdot 30 = 90$ ✓

الجواب النهائي

90 وحدة طول.

السؤال 2 . مصنع مساحيق الغسيل

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 2 - 10 ، 12

2. يُنتِجون في مصنع مساحيق غسيل من نوعين: مسحوق غسيل منزليّ ومسحوق غسيل صناعيّ .
تخلط الآلة "أ" كلّ واحد من المسحوقين، وتقوم الآلة "ب" بتعبئتهما في رُزَم .
الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لكلّ واحدة من الآليّتين لإنتاج طُنّ واحد من مسحوق الغسيل .

زمن الخلط في الآلة "أ" (للطنّ)	زمن التعبئة في رُزَم في الآلة "ب" (للطنّ)	
6 ساعات	5 ساعات	مسحوق الغسيل المنزليّ
4 ساعات	15 ساعة	مسحوق الغسيل الصناعيّ

يتمّ العمل في المصنع في دورات إنتاج، وفي كلّ دورة تستطيع كلّ واحدة من الآليّتين العمل لمدة زمنيّة معيّنة .
في دورة إنتاج واحدة، تستطيع الآلة "أ" أن تعمل 33 ساعة على الأكثر، وتستطيع الآلة "ب" أن تعمل 45 ساعاً
على الأكثر .

نرمز بـ x إلى كميّة مسحوق الغسيل المنزليّ وبـ y إلى كميّة مسحوق الغسيل الصناعيّ، اللّتين يحضّرونهما
في دورة إنتاج واحدة .

أ . اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

ب . ارسموا المجال الممكن الذي يُنتِج من هيئة الاضطرابات .

ربّح المصنع هو 8,000 شيكل لكلّ طُنّ من المسحوق المنزليّ و 10,000 شيكل لكلّ طُنّ من المسحوق
الصناعيّ .

جـ . (1) اكتبوا دالة الهدف .

(2) كم طناً من كلّ نوع مسحوق يجدر بالمصنع أن يُنتِج في دورة إنتاج واحدة كي يحصل على
أكبر ربّح ممكن؟

ربّح المصنع 50,000 شيكل في دورة إنتاج معيّنة . في هذه الدورة، أنتجوا في المصنع طنّين من مسحوق
الغسيل الصناعيّ .

د . جدوا كم طناً من مسحوق الغسيل المنزليّ، أنتجوا في المصنع في دورة الإنتاج هذه .

البند أ

يُنتِجون في مصنع مساحيق غسيل من نوعين: مسحوق غسيل منزليّ ومسحوق غسيل صناعيّ .
تخلط الآلة "أ" كلّ واحد من المسحوقين، وتقوم الآلة "ب" بتعبئتهما في رُزَم .
الجدول الذي أمامكم يعرض الزمن اللازم لكلّ واحدة من الآليّتين لإنتاج طُنّ واحد من مسحوق الغسيل .
يتمّ العمل في المصنع في دورات إنتاج، وفي كلّ دورة تستطيع كلّ واحدة من الآليّتين العمل لمدة زمنيّة معيّنة .
في دورة إنتاج واحدة، تستطيع الآلة "أ" أن تعمل 33 ساعة على الأكثر، وتستطيع الآلة "ب" أن تعمل 45 ساعة على الأكثر .
نرمز بـ x إلى كميّة مسحوق الغسيل المنزليّ وبـ y إلى كميّة مسحوق الغسيل الصناعيّ، اللّتين يحضّرونهما في دورة إنتاج واحدة .
اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة .

1 . جدول المعطيات

المسحوق	العدد	الخلط (ساعة)	التعبئة (ساعة)
منزليّ	x	$6x$	$5x$
صناعيّ	y	$4y$	$15y$
المجموع والحدّ		$6x + 4y \leq 33$	$5x + 15y \leq 45$

2 . هيئة الاضطرابات

«على الأكثر» تعني $\leq$ ، والكميّات غير سالبة.

$$6x + 4y \leq 33$$

$$5x + 15y \leq 45$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

الكميّة بالطنّ تقبل كسرًا من طنّ.

3 . فحص

نقطة الأصل تحقّق حدّي الآتين ✓

الجواب النهائيّ

$$y \geq 0, \quad x \geq 0, \quad 5x + 15y \leq 45, \quad 6x + 4y \leq 33$$

البند ب

ارسموا المجال الممكن الذي ينتج من هيئة الاضطرابات.

1 . التقاطعات مع المحورين

مع محور y	مع محور x	المستقيم
$(0, 8.25)$	$(5.5, 0)$	$6x + 4y = 33$
$(0, 3)$	$(9, 0)$	$5x + 15y = 45$

نقطة الأصل تحقّق الاضطرابين؛ نأخذ جهتها في الربع الأوّل. الرأسان على المحورين $(5.5, 0)$ و $(0, 3)$.

2 . التقاطع بالتعويض

من $5x + 15y = 45$ نحصل على $x = 9 - 3y$.

$$6(9 - 3y) + 4y = 33$$

$$54 - 18y + 4y = 33$$

$$-14y = -21$$

$$y = 1.5$$

$$x = 9 - 3 \cdot 1.5 = 4.5$$

إذن التقاطع $(4.5, 1.5)$.

3 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 33 \\ 5x + 15y = 45 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 33 & 4 \\ \hline 45 & 15 \\ \hline \end{array} \quad D = \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 4 \\ \hline 5 & 15 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 33 \\ \hline 5 & 45 \\ \hline \end{array}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 6 \cdot 15 - 5 \cdot 4 = 90 - 20 = 70$$

$$D_x = 33 \cdot 15 - 45 \cdot 4 = 495 - 180 = 315$$

$$D_y = 6 \cdot 45 - 5 \cdot 33 = 270 - 165 = 105$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{315}{70} = 4.5$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{105}{70} = 1.5$$

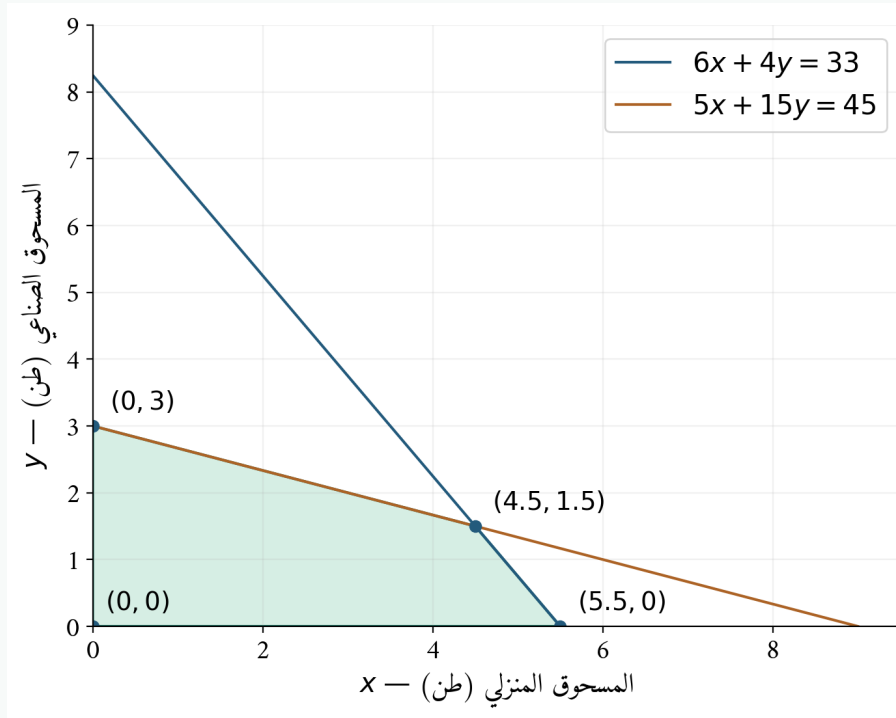
تحقّق: $5 \cdot 4.5 + 15 \cdot 1.5 = 45$ ، $6 \cdot 4.5 + 4 \cdot 1.5 = 33$ ✓

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . فحص والرسم

✓ $5 \cdot 4.5 + 15 \cdot 1.5 = 45$ و $6 \cdot 4.5 + 4 \cdot 1.5 = 33$



المجال الممكن؛ رؤوسه $(0, 0)$ و $(5.5, 0)$ و $(4.5, 1.5)$ و $(0, 3)$.

الجواب النهائي

المجال الملون في الربع الأول؛ رؤوسه $(0, 0)$ ، $(5.5, 0)$ ، $(4.5, 1.5)$ ، $(0, 3)$.

البند جـ (1)

ربح المصنع هو 8,000 شيكل لكل طن من المسحوق المنزلي و 10,000 شيكل لكل طن من المسحوق الصناعي.
(1) اكتبوا دالة الهدف.

1 . الجدول مع الربح

المسحوق	العدد	الخلط (ساعة)	التعبئة (ساعة)	الربح (شيكال)
منزلي	x	$6x$	$5x$	$8,000x$
صناعي	y	$4y$	$15y$	$10,000y$
المجموع والحد		$6x + 4y \leq 33$	$5x + 15y \leq 45$	$P = 8,000x + 10,000y$

2 . دالة الهدف

$$P = 8,000x + 10,000y$$

نبحث عن أكبر ربح.

فحص: طن من كل نوع يعطي $8,000 + 10,000 = 18,000$ شيكل ✓

الجواب النهائي

$$P = 8,000x + 10,000y$$
؛ الربح بالشيكول.

البند ج (2)

(2) كم طنًا من كل نوع مسحوق يجدر بالمصنع أن يُنتج في دورة إنتاج واحدة كي يحصل على أكبر ربح ممكن؟

1 . جدول الرؤوس

الربح (شيكول)	التعويض في P	النقطة
0	$8,000 \cdot 0 + 10,000 \cdot 0$	(0, 0)
44,000	$8,000 \cdot 5.5$	(5.5, 0)
30,000	$10,000 \cdot 3$	(0, 3)
51,000	$8,000 \cdot 4.5 + 10,000 \cdot 1.5$	(4.5, 1.5)

2 . الاختيار والفحص

الأكبر 51,000 شيكل عند إنتاج 4.5 طنّ منزليّ و1.5 طنّ صناعيّ.

تستهلك الخطة 33 ساعة خلط و45 ساعة تعبئة؛ الحدان متحققان ✓

الجواب النهائي

4.5 طنّ منزليّ و1.5 طنّ صناعيّ؛ الربح الأقصى 51,000 شيكل.

البند د

ربح المصنع 50,000 شيكل في دورة إنتاج معيّنة. في هذه الدورة، أنتجوا في المصنع طنين من مسحوق الغسيل الصناعي. جدوا كم طنًا من مسحوق الغسيل المنزلي، أنتجوا في المصنع في دورة الإنتاج هذه.

1 . المعطيات والتعويض

$$y = 2 , P = 50,000$$

$$8,000x + 10,000 \cdot 2 = 50,000$$

$$8,000x = 30,000$$

$$x = \frac{30,000}{8,000} = 3.75$$

2 . فحص الربح

$$8,000 \cdot 3.75 + 10,000 \cdot 2 = 30,000 + 20,000 = 50,000$$

معادلة الربح تعطي النتيجة المعطاة ✓

3 . ملاحظة على معطيات السؤال

الإجابة الرسمية 3.75 طنّ توافق معادلة الربح. لكن فحص آلة التعبئة يعطي:

$$5 \cdot 3.75 + 15 \cdot 2 = 18.75 + 30 = 48.75$$

$$48.75 > 45$$

إذن هذه الدورة الموصوفة لا تتحقّق اضطرار التعبئة؛ في معطيات البند تعارض مع الحدّ السابق. آلة الخلط تحتاج $6 \cdot 3.75 + 4 \cdot 2 = 30.5 \leq 33$ ساعة.

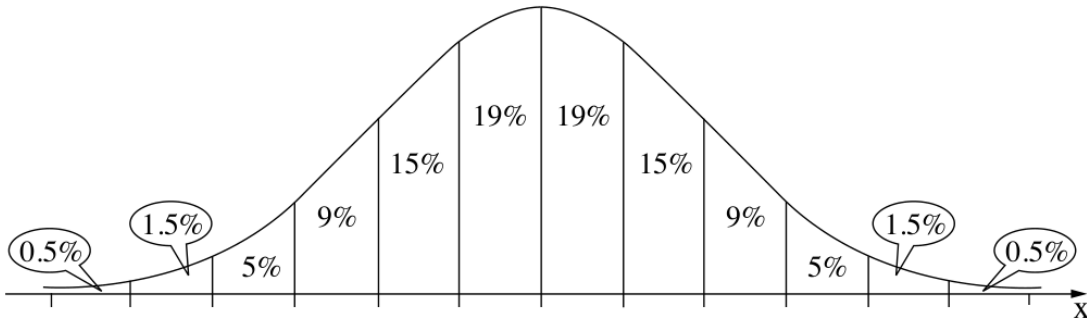
الجواب النهائيّ

3.75 طنّ وفق معادلة الربح؛ لكنّها مع طنّين صناعيين تحتاج 48.75 ساعة تعبئة، فتعارض مع الحدّ 45 ساعة.

السؤال 3 . صفحات الكتب الشبائية

التوزيع الطبيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 8، 4 - 7، 11

3. عدد الصفحات في الكتب الشبائية في مكتبة بلدية معينة يتوزع طبيعياً، والمعدل هو 90 صفحة . عدد صفحات 7% من الكتب الشبائية في المكتبة هو أكبر من 108 .
- أ. جدوا الانحراف المعياري لعدد الصفحات في الكتب الشبائية في المكتبة .
- 31% من الكتب الشبائية، التي فيها أقل عدد صفحات، تُستعار لأسبوع واحد فقط (بقية الكتب الشبائية تُستعار لوقت أطول) .
- ب. ما هو أكبر عدد صفحات للكتب الشبائية التي تُستعار لأسبوع واحد فقط ؟
- ج. (1) ما هي النسبة المئوية للكتب الشبائية، التي عدد صفحاتها هو أقل من 66 ؟
(2) يوجد في المكتبة البلدية ما مجموعه 800 كتاب شبائي .
- حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم كتاباً عدد صفحاته هو أقل من 66 ؟
- أخرجت أمينة المكتبة كُتُباً معينة من المكتبة .
- أخرجت أمينة المكتبة فقط الكتب التي الدرجة المعيارية لعدد صفحاتها هي أقل من (-0.25) .
- د. هل يمكن أن تكون أمينة المكتبة قد أخرجت كتاباً فيه 85 صفحة؟ عللوا إجاباتكم .
- أمامكم الرسم البياني للتوزيع الطبيعي من لائحة القوانين . استعملوه في حساباتكم .



البند أ

- عدد الصفحات في الكتب الشبائية في مكتبة بلدية معينة يتوزع طبيعياً، والمعدل هو 90 صفحة . عدد صفحات 7% من الكتب الشبائية في المكتبة هو أكبر من 108 .
- جدوا الانحراف المعياري لعدد الصفحات في الكتب الشبائية في المكتبة .

1 . مكان القيمة

من اليمين $7 = 5 + 1.5 + 0.5$ ؛ إذن 108 يقع ثلاث قفزات يمين المعدل 90 .

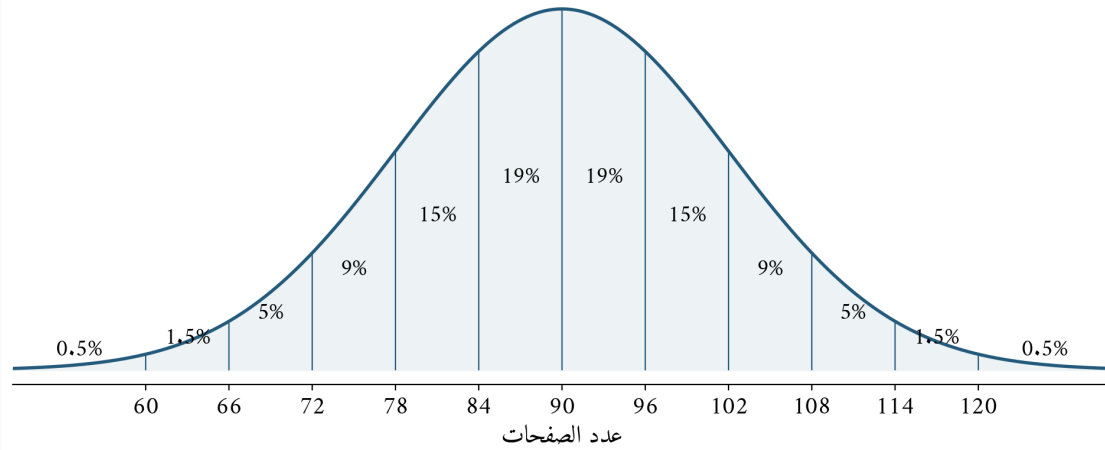
2 . القفزة والانحراف

$$\frac{108 - 90}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$S = 2 \cdot 6 = 12$$

3 . المحور والفحص

المعدل 90 – القفزة 6 – الانحراف المعياري 12



عدد الصفحات؛ المعدل 90، القفزة 6، والانحراف المعياري 12.

✓ خص: $90 + 3 \cdot 6 = 108$

الجواب النهائي

الانحراف المعياري 12 صفحة.

البند ب

31% من الكتب الشبائية، التي فيها أقل عدد صفحات، تُستعار لأسبوع واحد فقط (بقية الكتب الشبائية تُستعار لوقت أطول).
ما هو أكبر عدد صفحات للكتب الشبائية التي تُستعار لأسبوع واحد فقط؟

1 . مكان الحد

من اليسار $31 = 15 + 9 + 5 + 1.5 + 0.5$ ؛ الحد قفزة واحدة يسار المعدل.

2 . الحساب والفحص

$$90 - 6 = 84$$

عدد الصفحات الأقصى 84.

فحص: النسبة إلى يسار 84 هي 31% كما في المعطى ✓

الجواب النهائي

84 صفحة.

البند ج (1)

(1) ما هي النسبة المئوية للكتب الشبائية، التي عدد صفحاتها هو أقل من 66؟

1 . المكان

$$\frac{90 - 66}{6} = 4$$

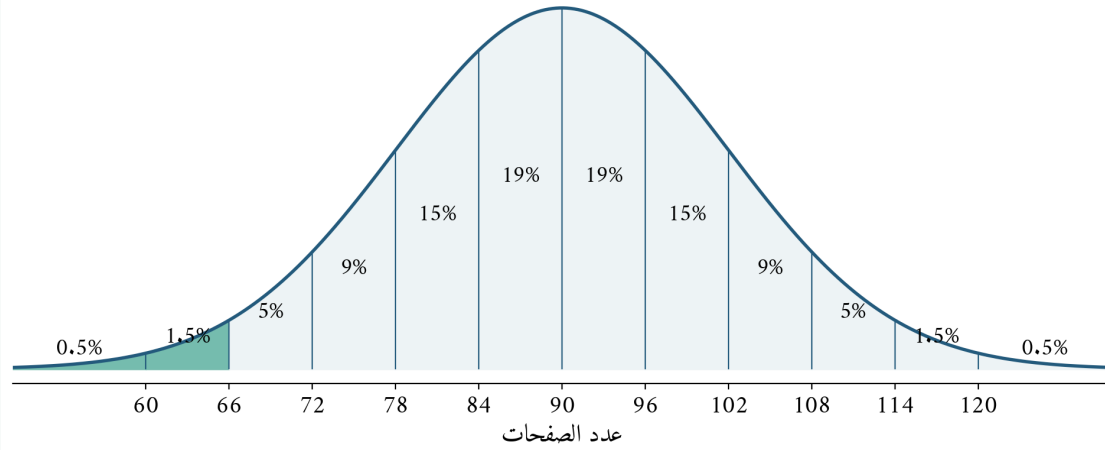
66 يقع أربع قفزات يسار المعدل.

2 . النسبة والفحص

$$0.5 + 1.5 = 2$$

النسبة 2%.

المعدل 90 — القفزة 6 — الانحراف المعياري 12



الكتب ذات عدد صفحات أقل من 66؛ الطرف الأيسر يشكل 2%.

$$\checkmark \text{ فحص: } 90 - 4 \cdot 6 = 66$$

الجواب النهائي

2% من الكتب الشبابية.

البند ج (2)

(2) يوجد في المكتبة البلدية ما مجموعه 800 كتاب شبابي. حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، كم كتاباً عدد صفحاته هو أقل من 66؟

1 . القانون والتعويض

العدد = النسبة × العدد الكلي.

$$\frac{2}{100} \cdot 800 = 16$$

$$\frac{16}{800} \cdot 100 = 2$$

نحصل على 2% ✓

الجواب النهائي

16 كتاباً.

البند د

أخرجت أمينة المكتبة كُتباً معينة من المكتبة.
أخرجت أمينة المكتبة فقط الكتب التي الدرجة المعيارية لعدد صفحاتها هي أقل من (-0.25) .
هل يمكن أن تكون أمينة المكتبة قد أخرجت كتاباً فيه 85 صفحة؟ عللوا إجابتكم.

1 . القانون والتعويض

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

$$z = \frac{85 - 90}{12} = -\frac{5}{12} \approx -0.42$$

2 . القرار والفحص

$-0.25 < -0.42$ ؛ نعم، يمكن أن تكون قد أخرجته.

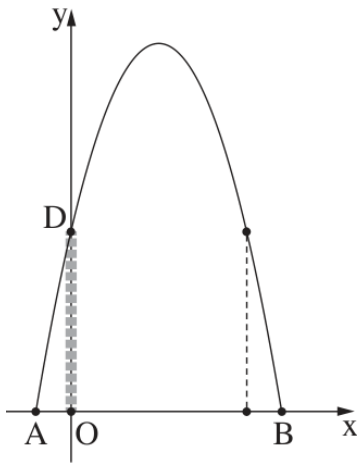
فحص بحد الصفحات: $90 - 0.25 \cdot 12 = 87$ و $85 < 87$ ✓

الجواب النهائي

نعم؛ درجته المعيارية نحو -0.42 ، وهي أقل من -0.25 .

السؤال 4 . مسار التسلق والعمودان الساندان

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 3 - 6، 8 - 10



4. بنوا في مدينة ألعاب على أرض مستوية مسار تسلق شكله قطع مكافئ.

يبدأ المسار في النقطة A وينتهي في النقطة B ، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم .

بنوا في المسار عموداً سانداً عمودياً من الباطون . يبدأ العمود الساند

من الأرض في النقطة O (نقطة أصل المحاور) وينتهي في النقطة D ، التي تقع على المسار .

الدالة التي تصف المسار هي $y = -x^2 + 5x + 6$.

المحور x موضوع على الأرض ويصف البعد (بالأمتار) عن العمود الساند .

المحور y يصف ارتفاع المسار (بالأمتار) .

أ . جدوا ارتفاع العمود الساند (OD) .

ب . جدوا طول القطعة AB .

تسلق كريم من النقطة A ووصل إلى النقطة B .

جـ . (1) جدوا الارتفاع الأقصى للمسار .

(2) جدوا بالنسبة لأية قيم لـ x يتواجد كريم على المسار في توجه نزول .

لتقوية المسار بنوا عموداً سانداً عمودياً إضافياً ، في نفس ارتفاع عمود الباطون (الخط المتقطع في الرسم) .

د . جدوا البعد بين العمودين الساندين .

البند أ

بنوا في مدينة ألعاب على أرض مستوية مسار تسلق شكله قطع مكافئ.

يبدأ المسار في النقطة A وينتهي في النقطة B ، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم .

بنوا في المسار عموداً سانداً عمودياً من الباطون . يبدأ العمود الساند من الأرض في النقطة O (نقطة أصل المحاور) وينتهي في النقطة D ، التي تقع على المسار .

الدالة التي تصف المسار هي $y = -x^2 + 5x + 6$.

المحور x موضوع على الأرض ويصف البعد (بالأمتار) عن العمود الساند .

المحور y يصف ارتفاع المسار (بالأمتار) .

جدوا ارتفاع العمود الساند (OD) .

1 . التعويض

D على محور y؛ نعوض $x = 0$.

$$y = -0^2 + 5 \cdot 0 + 6 = 6$$

2 . الاستنتاج والفحص

ارتفاع العمود 6 أمتار؛ وهو الحدّ الثابت في الدالة ✓

الجواب النهائي

6 أمتار.

البند ب

جدوا طول القطعة AB .

1 . المعادلة والمعاملات

$y = 0$ على الأرض.

$$-x^2 + 5x + 6 = 0$$

المعاملات $a = -1$ ، $b = 5$ ، $c = 6$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6 = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{-2}$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 6$$

3. الطول والفحص

$B(6, 0)$ و $A(-1, 0)$

$$AB = 6 - (-1) = 7$$

✓ فحص: $y(6) = -36 + 30 + 6 = 0$ و $y(-1) = -1 - 5 + 6 = 0$

الجواب النهائي

7 أمتار.

البند ج (1)

تسأل كريم من النقطة A ووصل إلى النقطة B .
(1) جدوا الارتفاع الأقصى للمسار.

1. الرأس

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-5}{2 \cdot (-1)} = 2.5$$

2. الارتفاع

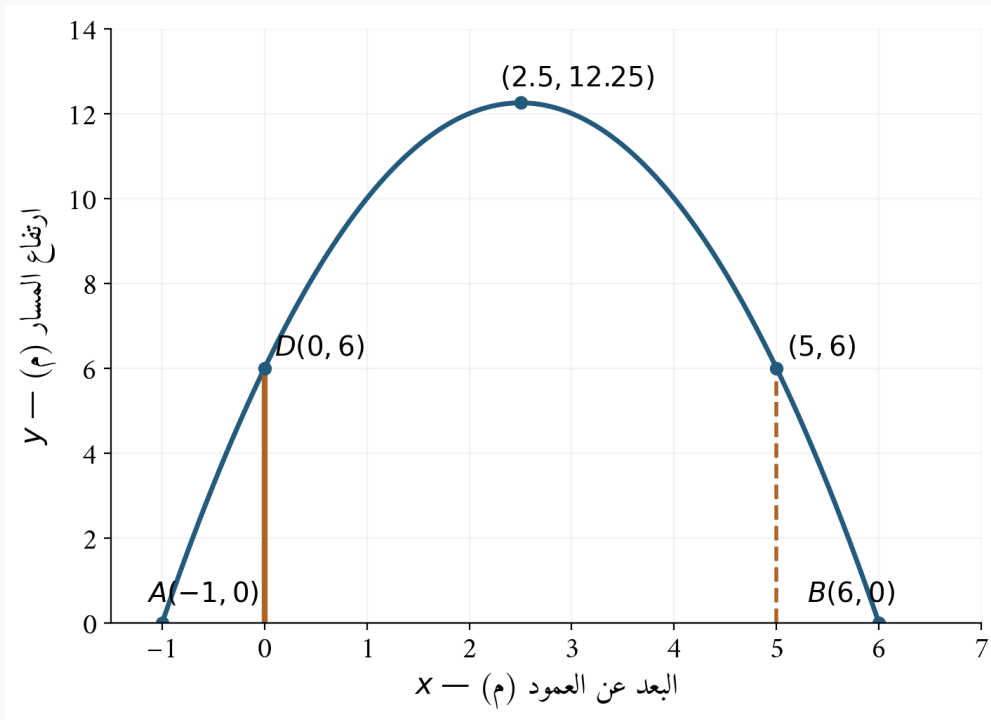
$$y = -(2.5)^2 + 5 \cdot 2.5 + 6$$

$$y = -6.25 + 12.5 + 6 = 12.25$$

لأن $a < 0$ ، الرأس نقطة نهاية عظمى.

3 . فحص والرسم

✓ $\frac{-1+6}{2} = 2.5$ الرأس في منتصف الطرفين:



المسار من $A(-1, 0)$ إلى $B(6, 0)$ ؛ الرأس $(2.5, 12.25)$ والعمودان عند 0 و5.

الجواب النهائي
12.25 متراً.

البند ج (2)

(2) جدوا بالنسبة لآية قِيمَ x يتواجد كريم على المسار في توجّه نزول.

1 . المجال

الرأس عند $x = 2.5$ ، ونهاية المسار عند $x = 6$ ؛ بعد الرأس ينخفض المنحنى.

2 . الاستنتاج والفحص

$$2.5 < x < 6$$

فحص: $y(3) = 12$ ، $y(4) = 10$ ، $y(5) = 6$ ؛ الارتفاع ينخفض ✓

الجواب النهائي

$$2.5 < x < 6$$

البند د

لتقوية المسار بنوا عموداً سائداً عمودياً إضافياً، في نفس ارتفاع عمود الباطون (الخط المتقطع في الرسم).
جدوا البعد بين العمودين السائدين.

1 . المعادلة والمعاملات

$$-x^2 + 5x + 6 = 6$$

$$-x^2 + 5x = 0$$

إذن $a = -1$ ، $b = 5$ ، $c = 0$.

2 . القانون والحساب

$$b^2 - 4ac = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 5}{-2}$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 5$$

3 . الاختيار والبعد

الموضع $x = 0$ للعمود الأول، والموضع الآخر $x = 5$ للعمود الإضافي.

$$d = 5 - 0 = 5$$

4 . فحص

$$y(5) = -25 + 25 + 6 = 6 \quad \checkmark$$

ارتفاعه يساوي ارتفاع العمود الأول ✓

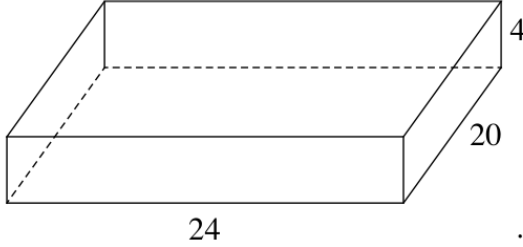
الجواب النهائي

5 أمتار.

السؤال 5 . الكعكة والشوكولاتة وزينة الكريما

الأجسام في الفراغ – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 1، 2، 7، 10

5. خبزت ليلي كعكة في قالب شكله صندوق (انظروا الرسم) .



معطى أن طولي ضلعي قاعدة القالب

هما 24 سم و 20 سم، وارتفاع القالب هو 4 سم .

أ. جدوا حجم القالب .

أخرجت ليلي الكعكة من القالب، وقطعتها إلى مكعبات متطابقة .

معطى أن طول ضلع كل مكعب هو 4 سم .

بعد أن قطعت ليلي الكعكة، غطت الوجه العلوي والأوجه الأربعة الجانبية لكل واحد من المكعبات بالشوكولاتة .

ب. (1) إلى كم مكعباً قطعت ليلي الكعكة؟

(2) جدوا المساحة الكلية التي غطتها ليلي بالشوكولاتة .

حضرت ليلي من كريما زينة للكعكة شكلها مخروط، ووُضعت زينة واحدة على كل واحد من المكعبات .

معطى أن محيط قاعدة كل مخروط هو 3π وارتفاعه 2 سم .

ج. (1) جدوا طول نصف قطر قاعدة المخروط .

(2) جدوا حجم الكريما اللازم لتحضير جميع المخاريط .

البند أ

خبزت ليلي كعكة في قالب شكله صندوق (انظروا الرسم) .

معطى أن طولي ضلعي قاعدة القالب هما 24 سم و 20 سم، وارتفاع القالب هو 4 سم .

جدوا حجم القالب .

1 . القانون

$$V = a \cdot b \cdot h$$

2 . التعويض والحساب

$$V = 24 \cdot 20 \cdot 4 = 480 \cdot 4 = 1,920$$

3 . فحص

مساحة القاعدة 480 سم²، مضروبة في الارتفاع 4 سم تعطي 1,920 سم³ ✓

الجواب النهائي

1,920 سم³.

البند (1)

أخرجت ليلي الكعكة من قالب، وقطعتها إلى مكعبات متطابقة.
معطى أن طول ضلع كل مكعب هو 4 سم.
بعد أن قطعت ليلي الكعكة، غطت الوجه العلوي والأوجه الأربعة الجانبية لكل واحد من المكعبات بالشوكولاتة.
(1) إلى كم مكعباً قطعت ليلي الكعكة؟

1 . الأعداد في الاتجاهات

$$\frac{24}{4} = 6, \quad \frac{20}{4} = 5, \quad \frac{4}{4} = 1$$

2 . العدد والفحص

$$6 \cdot 5 \cdot 1 = 30$$

فحص بالمجم: حجم المكعب $4^3 = 64$ سم³، و $\frac{1,920}{64} = 30$ ✓

الجواب النهائي

30 مكعباً.

البند (2)

(2) جدوا المساحة الكلية التي غطتها ليلي بالشوكولاتة.

1 . مساحة المكعب المغطاة

مساحة الوجه المربع:

$$4^2 = 16$$

العلوي وأربعة جوانب، أي خمسة أوجه:

$$5 \cdot 16 = 80$$

2 . المساحة الكلية والفحص

$$30 \cdot 80 = 2,400$$

فحص: $30 \cdot 5 = 150$ وجهًا؛ $150 \cdot 16 = 2,400$ سم² ✓

الجواب النهائي

2,400 سم².

البند ج (1)

حَضَرَت ليلي من كُريما زينة للكمكة شكلها مخروط، ووضعت زينة واحدة على كل واحد من المكعبات. معطى أن محيط قاعدة كل مخروط هو 3π وارتفاعه 2 سم. (1) جدوا طول نصف قطر قاعدة المخروط.

1 . القانون والمعطيات

$$C = 2\pi r$$

$$3\pi = 2\pi r$$

2 . الحساب والفحص

$$r = \frac{3\pi}{2\pi} = 1.5$$

فحص: $2\pi \cdot 1.5 = 3\pi$ ✓

الجواب النهائي

1.5 سم.

البند ج (2)

(2) جدوا حجم الكُريما اللازم لتحضير جميع المخاريط.

1 . حجم مخروط واحد

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 1.5^2 \cdot 2}{3} = 1.5\pi$$

2 . الحجم الكليّ

$$30 \cdot 1.5\pi = 45\pi \approx 141.37$$

3 . فحص

توجد زينة واحدة لكل مكعب، أي 30 مخروطًا. استعمل الحجم الدقيق قبل التقريب؛ الوحدة سم³ ✓

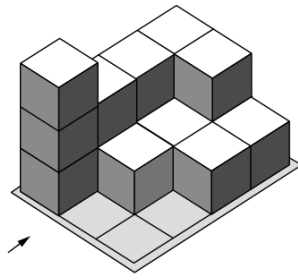
الجواب النهائيّ

$$45\pi \approx 141.37 \text{ سم}^3$$

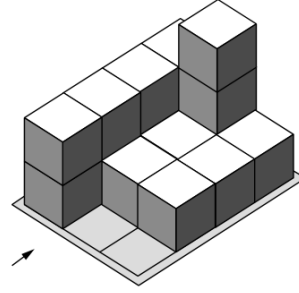
السؤال 6 . مقارنة المبنين أ و ب

الرؤية الفراغية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 4، 6، 7

6. الرسم الذي أمامكم يصف مَبْنَيْنِ مَبْنَيْنِ من مكعبات متطابقة، المبنى "أ" والمبنى "ب".
في كل واحد من المبنين، يُشير السهم في الرسم إلى النظرة من الأمام.
كل مكعب في المبنين موضوع على السطح أو على مكعب آخر.



المبنى "ب"



المبنى "أ"

أمامكم مخطط أعداد جزئي لأحد المبنين.

2	2	1

- أ. (1) حدّدوا أي مبنى من المبنين، "أ" أم "ب"، يلائمه مخطط الأعداد.
- ب. (2) أكملوا مخطط الأعداد بالنسبة للمبنى الذي حدّدتموه في البند الفرعي "أ" (1).
- ج. ارسّموا مخططاً للنظرة من الأعلى للمبنى "أ".
- د. جدّوا بكم يزيد عدد المكعبات في المبنى "أ" عن عدد المكعبات في المبنى "ب". علّلوا إجابتكم.
- هـ. حدّدوا بالنسبة لكل واحد من القولين 1-2 اللذين أمامكم إذا كان صحيحاً أم غير صحيح.
1. النظرة من الأعلى للمبنى "أ" مطابقة للنظرة من الأعلى للمبنى "ب".
2. النظرة من اليمين للمبنى "أ" تختلف عن النظرة من اليسار للمبنى "ب".

البند أ (1)

- الرسم الذي أمامكم يصف مَبْنَيْنِ مَبْنَيْنِ من مكعبات متطابقة، المبنى "أ" والمبنى "ب".
في كل واحد من المبنين، يُشير السهم في الرسم إلى النظرة من الأمام.
كل مكعب في المبنين موضوع على السطح أو على مكعب آخر.
أمامكم مخطط أعداد جزئي لأحد المبنين.
- (1) حدّدوا أي مبنى من المبنين، "أ" أم "ب"، يلائمه مخطط الأعداد.

1 . المعطى والاتجاه

الصف العلوي في المخطط هو الخلفي، وأعداده من اليسار 1, 2, 2.
في المبنى "ب" الخلف 1, 2, 2؛ وفي المبنى "أ" الخلف 1, 3, 2.

2 . الاختيار والفحص

المبنى أ			المبنى ب		
2	3	1	2	2	1
2	1	1	2	1	1
2	1	1	2	1	0
2	0	0	3	0	0
↑ الأمام			↑ الأمام		

مخطط أعداد المبنى، الأمام أسفل كل رسم.

إذن المبنى "ب" هو الملائم؛ خانات الصف المعطى تطابقه ✓

الجواب النهائي

المبنى "ب"؛ صفه الخلفي 1, 2, 2.

البند أ (2)

(2) أكملوا مخطط الأعداد بالنسبة للمبنى الذي حدّدتموه في البند الفرعي "أ (1)".

المبنى ب

2	2	1
2	1	1
2	1	0
3	0	0

↑
الأمام

مخطّط المبنى "ب"؛ الصفّ السفليّ أماميّ.

2. فحص بالصفوف

من الخلف إلى الأمام المجاميع 3, 3, 4, 5؛ المجموع 15 مكعباً. وبالطابق $9 + 5 + 1 = 15$ ✓

الجواب النهائي

المبنى ب

2	2	1
2	1	1
2	1	0
3	0	0

↑
الأمام

مخطط أعداد المبنى "ب".

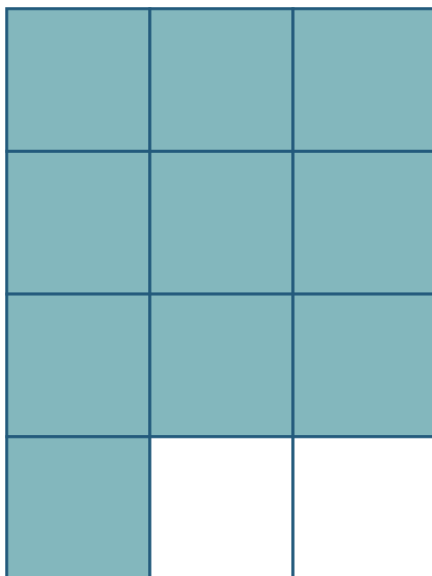
البند ب

ارسموا مخططاً للنظرة من الأعلى للمبنى "أ".

1. الأماكن المشغولة

في الصفوف الثلاثة الخلفية توجد ثلاثة أماكن مشغولة في كل صف، وفي الأمامي المكان الأيسر فقط.

من الأعلى - أ

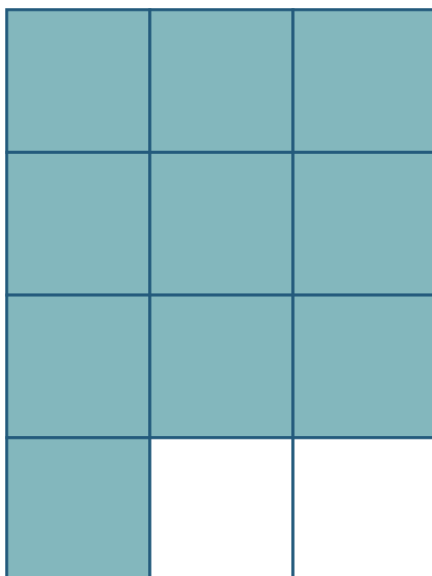


النظرة من الأعلى للبنى "أ"؛ عشرة أماكن مشغولة.

✓ فحص: $10 = 3 + 3 + 3 + 1$ أماكن

الجواب النهائي

من الأعلى - أ



النظرة من الأعلى للبنى "أ".

البند ج

جدوا بكم يزيد عدد المكعبات في المبنى "أ" عن عدد المكعبات في المبنى "ب". عللوا إجابتكم.

1. العد

$$N_A = (2 + 3 + 1) + (2 + 1 + 1) + (2 + 1 + 1) + 2$$

$$N_A = 6 + 4 + 4 + 2 = 16$$

$$N_B = (2 + 2 + 1) + (2 + 1 + 1) + (2 + 1) + 3$$

$$N_B = 5 + 4 + 3 + 3 = 15$$

2. الفرق والفحص

$$16 - 15 = 1$$

فحص بالطوابق: "أ" $16 = 10 + 5 + 1$ ، و"ب" $15 = 9 + 5 + 1$ ؛ الفرق مكعب واحد ✓

الجواب النهائي

بمكعب واحد؛ في "أ" 16 وفي "ب" 15.

البند د (1)

حدّدوا بالنسبة لكل واحد من القولين 1-2 اللذين أمامكم، إذا كان صحيحاً أم غير صحيح.
1. النظرة من الأعلى للمبنى "أ" مطابقة للنظرة من الأعلى للمبنى "ب".

1. المقارنة

في الصف الثاني من الأمام، المكان الأيمن مشغول في "أ" وخالٍ في "ب".

من الأعلى - أ

من الأعلى - ب

النظرتان من الأعلى؛ خانة الاختلاف ظاهرة في الصف الثاني من الأمام.

2 . الاستنتاج والفحص

القول غير صحيح؛ نظرة "أ" فيها 10 أماكن مشغولة ونظرة "ب" فيها 9 ✓

الجواب النهائي

غير صحيح؛ توجد خانة مشغولة في "أ" وخالية في "ب".

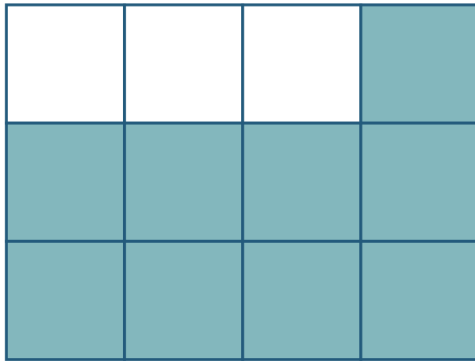
البند د (2)

2. النظرة من اليمين للبنى "أ" تختلف عن النظرة من اليسار للبنى "ب".

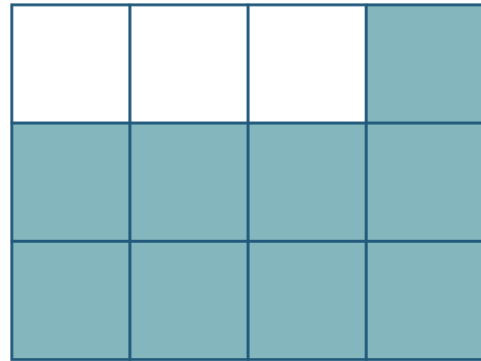
1 . الارتفاعات

يمين "أ" من اليسار: الصفوف من الأمام إلى الخلف، أي 3, 2, 2, 2.
يسار "ب" من اليسار: الصفوف من الخلف إلى الأمام، أي 3, 2, 2, 2 أيضًا.

من اليمين - أ



من اليسار - ب



يمين المبنى "أ" ويسار المبنى "ب"، النظرتان متطابقتان.

جميع ارتفاعات الأعمدة متساوية في الترتيب نفسه؛ القول بأنهما مختلفان غير صحيح ✓

الجواب النهائي

غير صحيح؛ النظرتان متطابقتان، وارتفاعاتهما من اليسار 2, 2, 2, 3.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	$A(0, 15)$ ، $C(30, 0)$.
	ب	$y = 2x$.
	ج	$E(6, 12)$.
	د	$B(12, 24)$.
	هـ (1)	المثلث OAB متساوي الساقين؛ $OA = AB = 15$.
2	هـ (2)	90 وحدة طول.
	أ	$6x + 4y \leq 33$ ، $5x + 15y \leq 45$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$.
	ب	المجال الملون في الربع الأول؛ رؤوسه $(0, 0)$ ، $(5.5, 0)$ ، $(4.5, 1.5)$ ، $(0, 3)$.
	ج (1)	$P = 8,000x + 10,000y$ ؛ الربح بالشيكل.
	ج (2)	4.5 طنّ منزليّ و1.5 طنّ صناعيّ؛ الربح الأقصى 51,000 شيكل.
3	د	3.75 طنّ وفق معادلة الربح؛ لكنّها مع طنّين صناعيّين تحتاج 48.75 ساعة تعبئة، فتتعارض مع الحدّ 45 ساعة.
	أ	الانحراف المعياريّ 12 صفحة.
	ب	84 صفحة.
	ج (1)	2% من الكتب الشبابية.
	ج (2)	16 كتاباً.
4	د	نعم؛ درجته المعيارية نحو -0.42، وهي أقلّ من -0.25.
	أ	6 أمتار.
	ب	7 أمتار.
	ج (1)	12.25 متراً.
	ج (2)	$2.5 < x < 6$.
5	د	5 أمتار.
	أ	1,920 سم ³ .
	ب (1)	30 مكعباً.

ج	بمكعب واحد؛ في "أ" 16 وفي "ب" 15.
د (1)	غير صحيح؛ توجد خانة مشغولة في "أ" وخالية في "ب".
د (2)	غير صحيح؛ النظرتان متطابقتان، وارتفاعاتهما من اليسار 2, 2, 2, 3.