

حلول امتحان البجروت 372

صيف 2024، الموعد أ

3 وحدات . الصف الثاني عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 372 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

نحيب عن أربعة من الأسئلة الستة؛ لكل سؤال 28 درجة، ومجموع الدرجات لا يزيد على 100. تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

في آخر الملف: جدول الإجابات النهائية.

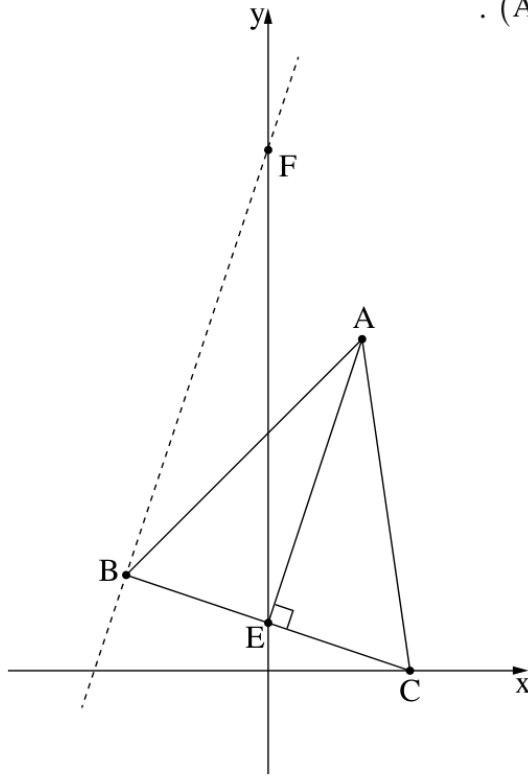
حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطيًا.

نصوص الأسئلة من النموذج العربي الرسمي لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوق نصوص الأسئلة والرسوم الأصلية للوزارة. الحلول والشروح والرسوم التوضيحية تعليمية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . المثلث المتساوي الساقين والمستقيم الموازي

الهندسة التحليلية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 1 . تمهيد 2 - 8 ، 10



1. في الرسم الذي أمامكم مثلث متساوي الساقين ABC ($AB = AC$) .

AE هو الارتفاع على القاعدة BC .

الرأس C يقع على المحور x .

معطى : $E(0, 2)$ ، $A(4, 14)$.

أ. (1) جدوا ميل AE .

(2) جدوا معادلة المستقيم BC .

ب. جدوا إحداثيات الرأس C .

ج. جدوا إحداثيات الرأس B .

مرروا عبر الرأس B مستقيماً يوازي الارتفاع AE

(المستقيم المتقطع في الرسم) .

هذا المستقيم يقطع المحور y في النقطة F .

د. جدوا معادلة المستقيم BF .

هـ. جدوا محيط المثلث FBE .

البند أ (1)

في الرسم الذي أمامكم مثلث متساوي الساقين ABC ($AB = AC$) .

AE هو الارتفاع على القاعدة BC .

الرأس C يقع على المحور x .

معطى : $E(0, 2)$ ، $A(4, 14)$.

(1) جدوا ميل AE .

1 . القانون

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2 . التعويض والحساب

$$m_{AE} = \frac{14 - 2}{4 - 0} = \frac{12}{4} = 3$$

3 . فحص

تقدّم 4 وحدات أفقيّاً يقابله ارتفاع 12، $4 \cdot 3 = 12$ ✓

الجواب النهائيّ

$$m_{AE} = 3$$

البند أ (2)

(2) جدوا معادلة المستقيم BC .

1 . الميل العموديّ

$AE \perp BC$ ؛ نقلب الميل ونغيّر إشارته، فنحصل على $m_{BC} = -\frac{1}{3}$

2 . ميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

3 . فحص

$E(0, 2)$ تتحقّق المعادلة؛ وحاصل ضرب الميلين $3 \cdot (-\frac{1}{3}) = -1$ ✓

الجواب النهائيّ

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

البند ب

جدوا إحداثيات الرأس C .

1 . التعويض والحساب

C على محور x ؛ إذن $y = 0$.

$$0 = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\frac{1}{3}x = 2$$

$$x = 6$$

2 . فحص

$$\checkmark \quad C(6, 0) \text{ ؛ لذلك } -\frac{1}{3} \cdot 6 + 2 = 0$$

الجواب النهائي

$$C(6, 0)$$

البند ج

جدوا إحداثيات الرأس B .

1 . منتصف القاعدة

في مثلث متساوي الساقين، الارتفاع على القاعدة ينصفها؛ إذن E منتصف BC .

2 . قانون المنتصف والتعويض

$$0 = \frac{x_B + 6}{2}$$

$$x_B = -6$$

$$2 = \frac{y_B + 0}{2}$$

$$y_B = 4$$

3 . فحص

$$E\left(\frac{-6+6}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = E(0, 2)$$

نحصل على المنتصف المعطى ✓

الجواب النهائي

$$.B(-6, 4)$$

البند د

مرّروا عبر الرأس B مستقيماً يوازي الارتفاع AE (المستقيم المتقطع في الرسم).
هذا المستقيم يقطع المحور y في النقطة F .
جدوا معادلة المستقيم BF .

1 . الميل والنقطة

BF يوازي AE ؛ إذن ميله 3، ويمرّ بـ $B(-6, 4)$.

2 . المعادلة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 3(x - (-6))$$

$$y - 4 = 3x + 18$$

$$y = 3x + 22$$

3 . فحص

$$3 \cdot (-6) + 22 = 4 \quad \checkmark \text{ النقطة } B \text{ على المستقيم وميله } 3$$

الجواب النهائي

$$.y = 3x + 22$$

البند هـ

جدوا محيط المثلث FBE .

1 . النقطة F والضلع FE

F على محور y، فنضع $x = 0$ في معادلة BF ونحصل على $y = 22$ ؛ إذن $F(0, 22)$.

$$FE = 22 - 2 = 20$$

2 . قانون البعد والأطوال

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BE = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

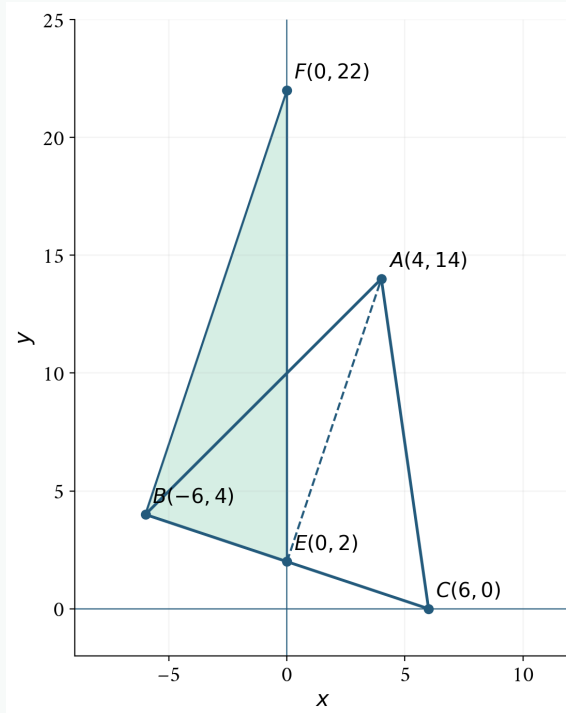
$$BF = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (4 - 22)^2} = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}$$

3 . المحيط

$$P = FE + BE + BF$$

$$P = 20 + 2\sqrt{10} + 6\sqrt{10}$$

$$P = 20 + 8\sqrt{10} \approx 45.30$$



المثلث FBE، القطعة FE على محور y.

4 . فقص

مجموع الطولين غير الصحيحين نحو 25.30، ومع $FE = 20$ نحصل على 45.30 وحدة طول ✓

الجواب النهائي

$$20 + 8\sqrt{10} \approx 45.30 \text{ وحدة طول.}$$

السؤال 2 . رُزْم الصابون والكريمات

التخطيط الخطّي — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 2 . تمهيد 2 - 10 ، 12

2. في محلّ لمنتجات التجميل يبيعون رُزْم هدايا من نوعين، "أ" و "ب". الرُزْم مكوّنة من صابونات وكريمات. الجدول الذي أمامكم يعرض عدد الصابونات وعدد الكريمات، حسب نوع الرزمة.

عدد الصابونات	عدد الكريمات	
12	3	الرزمة "أ"
8	6	الرزمة "ب"

في كلّ يوم، يوجد في المحلّ 240 صابونة على الأكثر و 132 كريمًا على الأكثر، يمكن منها تركيب الرُزْم. الرُزْم من كلّ رزمة من النوع "أ" هو 25 شيكلًا ومن كلّ رزمة من النوع "ب" هو 20 شيكلًا. ارمزوا بـ x إلى عدد الرُزْم من النوع "أ" وبـ y إلى عدد الرُزْم من النوع "ب".

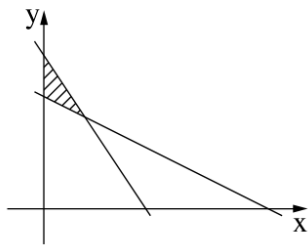
أ. اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة.

ب. اكتبوا دالة الهدف.

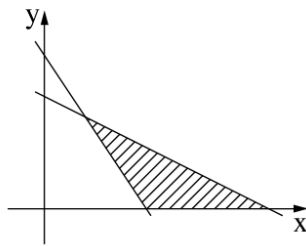
ج. حدّدوا أيّ رسم من الرسوم 1-3 التي في آخر السؤال، يصف المجال الممكن للمسألة (المساحة المخطّطة).

د. جدّوا كم رزمة من كلّ نوع يجب بيعها في يوم واحد كي يكون الرُزْم من بيع الرُزْم أكبر ما يمكن.

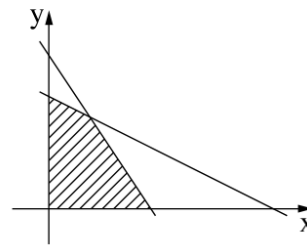
في يوم معيّن، اتّضح أنّه يوجد في مخزن المحلّ عدد كبير من الكريمات التي مدّة صلاحيتها على وشك الانتهاء. لذلك قرّروا في هذا اليوم رُزْم 132 كريمًا على الأقلّ (اضطّار عدد الصابونات لم يتغيّر). هـ. حدّدوا أيّ رسم من الرسوم 1-3 التي في آخر السؤال، يصف المجال الممكن في هذا اليوم.



3



2



1

البند أ

في محلّ لمنتجات التجميل يبيعون رُزْم هدايا من نوعين، "أ" و "ب". الرُزْم مكوّنة من صابونات وكريمات. الجدول الذي أمامكم يعرض عدد الصابونات وعدد الكريمات، حسب نوع الرزمة. في كلّ يوم، يوجد في المحلّ 240 صابونة على الأكثر و 132 كريمًا على الأكثر، يمكن منها تركيب الرُزْم. الرُزْم من كلّ رزمة من النوع "أ" هو 25 شيكلًا ومن كلّ رزمة من النوع "ب" هو 20 شيكلًا. ارمزوا بـ x إلى عدد الرُزْم من النوع "أ" وبـ y إلى عدد الرُزْم من النوع "ب". اكتبوا هيئة اضطرابات المسألة.

1 . جدول المعطيات

الربح (شيكل)	الكريمات	الصابونات	العدد	الرزمة
$25x$	$3x$	$12x$	x	أ
$20y$	$6y$	$8y$	y	ب
$P = 25x + 20y$	$3x + 6y \leq 132$	$12x + 8y \leq 240$		المجموع والحدّ

2 . هيئة الاضطرابات

«على الأكثر» تعني $\leq$ ، وأعداد الرُّزْم غير سالبة.

$$12x + 8y \leq 240$$

$$3x + 6y \leq 132$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

في القصّة أعداد الرُّزْم صحيحة.

3 . فحص

الخطّة $(0, 0)$ لا تستعمل موادّ، وتحقق الحديّن ✓

الجواب النهائي

$12x + 8y \leq 240$ ، $3x + 6y \leq 132$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$ ، أعداد صحيحة.

البند ب

اكتبوا دالّة الهدف.

1 . القانون والتعويض

الربح الكليّ = ربح الرزّمة "أ" $\times$ عددها + ربح الرزّمة "ب" $\times$ عددها.

$$P = 25x + 20y$$

2 . فحص

رزمة من كل نوع تعطي $25 + 20 = 45$ شيكلاً ✓

الجواب النهائي

$P = 25x + 20y$ ؛ الربح بالشيكال.

البند ج

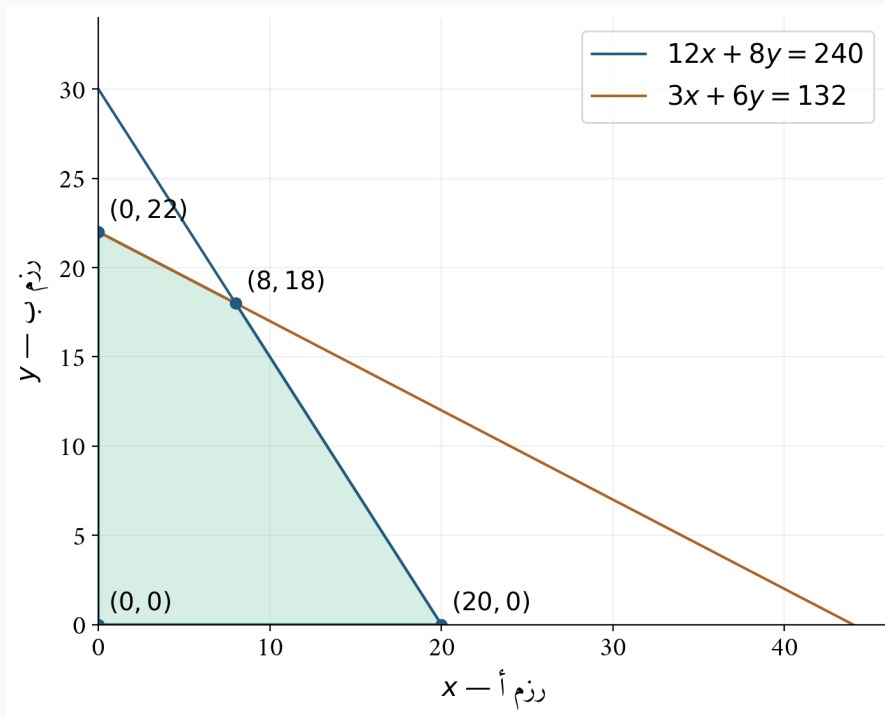
حدّدوا أيّ رسم من الرسوم 1-3 التي في آخر السؤال، يصف المجال الممكن للمسألة (المساحة المخطّطة).

1 . حدود المستقيمين

المستقيم	مع محور x	مع محور y
$12x + 8y = 240$	$(20, 0)$	$(0, 30)$
$3x + 6y = 132$	$(44, 0)$	$(0, 22)$

2 . الجهة والمطابقة

نقطة الأصل تحقّق الاضطرارين، فنأخذ أسفل المستقيمين في الربع الأوّل. هذا هو الرسم 1.



المجال الممكن الأصلي؛ مطابق للرسم 1 في السؤال.

3 . فحص

الرسوم التي لا تحتوي نقطة الأصل لا تلائم الاضطرابين الأصليين ✓

الجواب النهائي

الرسم 1؛ المجال في جهة الأصل وأسفل المستقيمين.

البند د

جدوا كم رزمة من كل نوع يجب بيعها في يوم واحد كي يكون الربح من بيع الرُّزْم أكبر ما يمكن.

1 . التقاطع بالتعويض

من $3x + 6y = 132$ نحصل على $x = 44 - 2y$.

$$12(44 - 2y) + 8y = 240$$

$$528 - 24y + 8y = 240$$

$$-16y = -288$$

$$y = 18$$

$$x = 44 - 2 \cdot 18 = 8$$

إذن الرأس المشترك (8, 18).

2 . حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 12x + 8y = 240 \\ 3x + 6y = 132 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 240 & 8 \\ \hline 132 & 6 \\ \hline \end{array} \quad D = \begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 8 \\ \hline 3 & 6 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 240 \\ \hline 3 & 132 \\ \hline \end{array}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 12 \cdot 6 - 3 \cdot 8 = 72 - 24 = 48$$

$$D_x = 240 \cdot 6 - 132 \cdot 8 = 1,440 - 1,056 = 384$$

$$D_y = 12 \cdot 132 - 3 \cdot 240 = 1,584 - 720 = 864$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{384}{48} = 8$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{864}{48} = 18$$

تحقق: $\checkmark 3 \cdot 8 + 6 \cdot 18 = 132$ ، $\checkmark 12 \cdot 8 + 8 \cdot 18 = 240$

افتحوا هذه الهبة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

3 . جدول الرؤوس

الربح (شيك)	التعويض في P	النقطة
0	$25 \cdot 0 + 20 \cdot 0$	(0, 0)
500	$25 \cdot 20$	(20, 0)
440	$20 \cdot 22$	(0, 22)
560	$25 \cdot 8 + 20 \cdot 18$	(8, 18)

4 . الاختيار والفحص

أكبر ربح 560 شيكلاً عند بيع 8 رزم "أ" و 18 رزمة "ب".

أعداد صحيحة، والصابونات $12 \cdot 8 + 8 \cdot 18 = 240$ والكريمات $3 \cdot 8 + 6 \cdot 18 = 132$ ؛ الحدان متحققان ✓

الجواب النهائي

8 رزم من النوع "أ" و 18 رزمة من النوع "ب"؛ الربح الأقصى 560 شيكلاً.

البند هـ

في يوم معين، اتضح أنه يوجد في مخزن المحل عدد كبير من الكريمات التي مدّة صلاحيتها على وشك الانتهاء. لذلك قرروا في هذا اليوم رزم 132 كريمًا على الأقل (اضطرار عدد الصابونات لم يتغير). حدّدوا أي رسم من الرسوم 1-3 التي في آخر السؤال، يصف المجال الممكن في هذا اليوم.

1 . الاضطرابات الجديدة

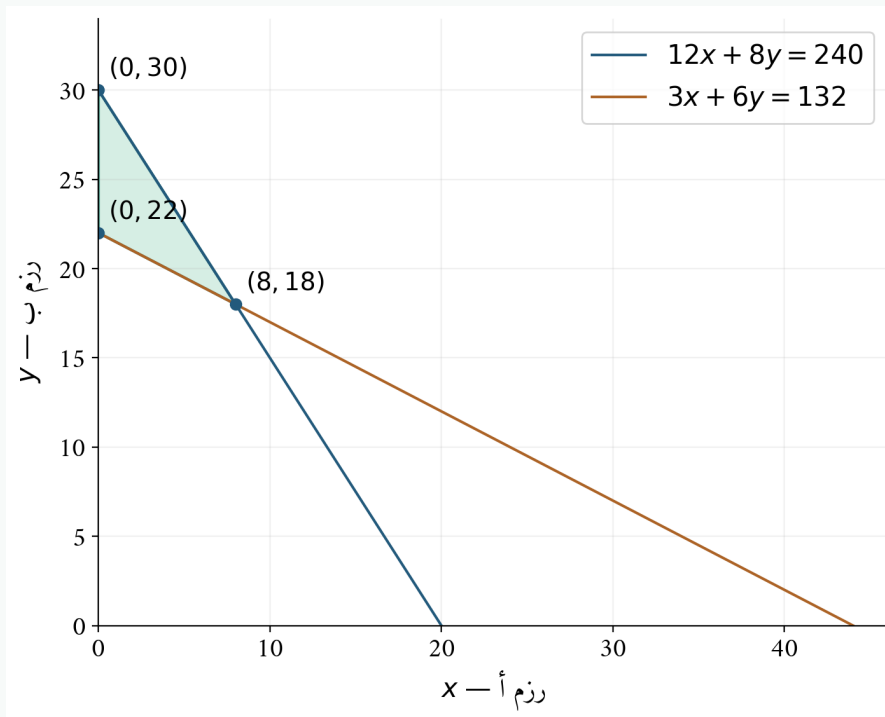
$$12x + 8y \leq 240$$

$$3x + 6y \geq 132$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

2 . الجهة والرسم

«على الأقل» تعني $\geq$ ؛ نأخذ أعلى مستقيم الكريّات وأسفل مستقيم الصابونات. المجال مثلث قرب محور y ، لا يحتوي الأصل، وهو الرسم 3.



المجال بعد تغيير اضطراب الكريّات؛ مطابق للرسم 3.

3 . فحص

النقطة (0, 25) تستعمل 200 صابونة و 150 كُريماً؛ $200 \leq 240$ و $150 \geq 132$ ✓

الجواب النهائي

الرسم 3؛ فوق حدّ الكريّات وتحت حدّ الصابونات.

السؤال 3 . أوزان البيضات وتصنيفها

التوزيع الطبيعي – في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 4 . تمهيد 8، 4 - 6، 11

3. وَزَنَ البيضات في بيت دجاج معيّن يتوزّع طبيعياً، والمعدّل هو 58 غراماً.

وَزَنَ 31% من البيضات هو أقلّ من 53 غراماً.

أ. جدوا الانحراف المعياري لوزن البيضات في بيت الدجاج.

يُصنّفون البيضات في بيت الدجاج إلى ثلاث مجموعات: بيضات صغيرة وبيضات متوسطة وبيضات كبيرة.

البيضات التي وَزَنُهَا أَقلّ من 53 غراماً تُعتبر بيضات صغيرة.

البيضات التي وَزَنُهَا بين 53 غراماً و 63 غراماً تُعتبر بيضات متوسطة.

كلّ البقية تُعتبر بيضات كبيرة.

ب. جدوا ما هي النسبة المئوية للبيضات المتوسطة في بيت الدجاج.

في يوم معيّن، كان في بيت الدجاج 1,824 بيضة متوسطة.

جـ. (1) جدوا العدد الكلي للبيضات التي كانت في بيت الدجاج في هذا اليوم، حسب الرسم البياني

للتوزيع الطبيعي.

(2) يرزّمون البيضات الكبيرة في كراتين فيها 12 بيضة.

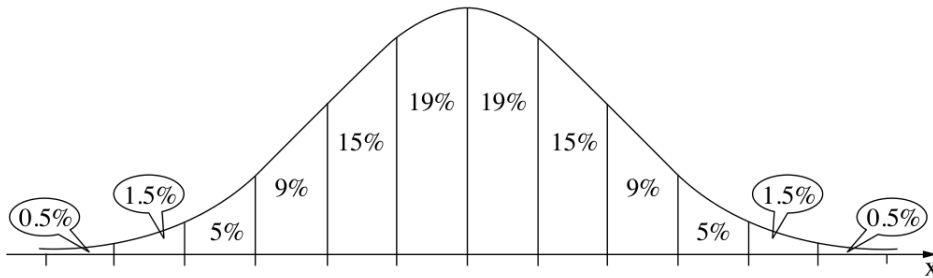
حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما هو عدد الكراتين التي رُزِمَتْ فيها البيضات الكبيرة

في هذا اليوم؟

معطى أنّ العلامة المعيارية لوزن إحدى البيضات في بيت الدجاج هي 0.2 .

د. جدوا هل تُعتبر هذه البيضة صغيرة أم متوسطة أم كبيرة. علّلوا إجابتكم.

أمامكم الرسم البياني للتوزيع الطبيعي من لائحة القوانين. استعملوه في حساباتكم.



البند أ

وَزَنَ البيضات في بيت دجاج معيّن يتوزّع طبيعياً، والمعدّل هو 58 غراماً.

وَزَنَ 31% من البيضات هو أقلّ من 53 غراماً.

جدوا الانحراف المعياري لوزن البيضات في بيت الدجاج.

1 . مكان القيمة

من اليسار $31 = 0.5 + 1.5 + 5 + 9 + 15$ ؛ إذن 53 قفزة واحدة يسار المعدّل 58.

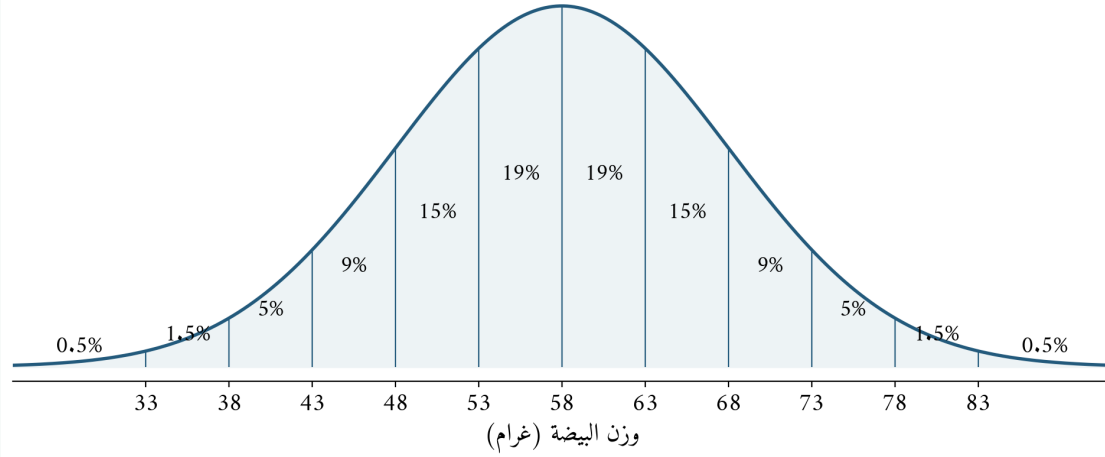
2 . القفزة والانحراف

$$58 - 53 = 5$$

$$S = 2 \cdot 5 = 10$$

3 . المحور والفحص

المعدل 58 — القفزة 5 — الانحراف المعياري 10



أوزان البيضات؛ المعدل 58 غراماً والقفزة 5 غرامات.

فحص: $58 - 5 = 53$ ؛ والنسبة يساره 31% ✓

الجواب النهائي

الانحراف المعياري 10 غرامات.

البند ب

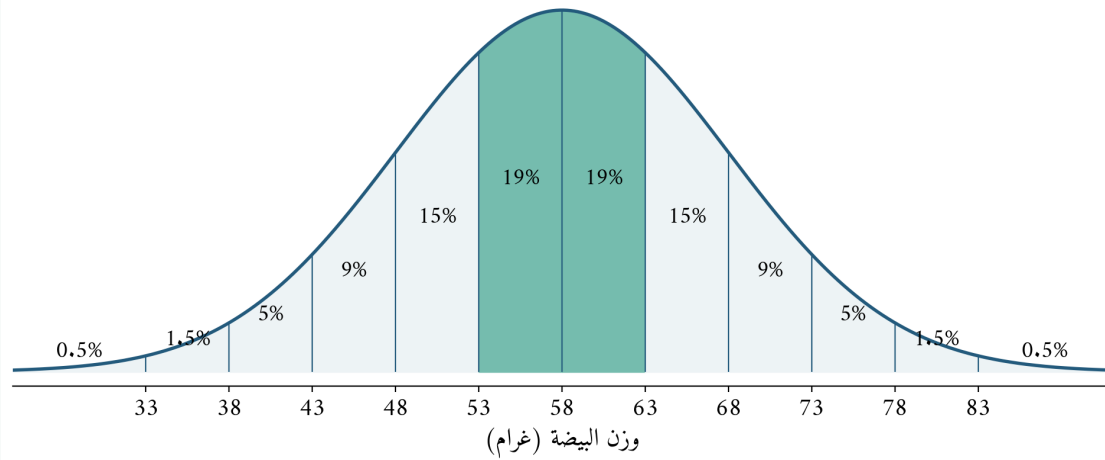
يُصنّفون البيضات في بيت الدجاج إلى ثلاث مجموعات: بيضات صغيرة وبيضات متوسطة وبيضات كبيرة.
البيضات التي وزنها أقل من 53 غراماً تُعتبر بيضات صغيرة.
البيضات التي وزنها بين 53 غراماً و 63 غراماً تُعتبر بيضات متوسطة.
كلّ البقية تُعتبر بيضات كبيرة.
جدوا ما هي النسبة المئوية للبيضات المتوسطة في بيت الدجاج.

1 . مكان الحدّين

$58 - 5 = 53$ و $58 + 5 = 63$ ؛ كلّ حدّ يبعد قفزة واحدة عن المعدل.

$$19 + 19 = 38$$

المعدل 58 – القفزة 5 – الانحراف المعياري 10



الأوزان بين 53 و63 غراماً؛ مجموع القسمين 38%.

3 . فحص

الصغيرة 31% والكبيرة 31% بالتأمل؛ $100 - 31 - 31 = 38$ ✓

الجواب النهائي

38% من البيضات.

البند ج (1)

في يوم معين، كان في بيت الدجاج 1,824 بيضة متوسطة.
(1) جدوا العدد الكلي للبيضات التي كانت في بيت الدجاج في هذا اليوم، حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي.

1 . المعطيات والقانون

1,824 بيضة تشكّل 38%؛ العدد الكلي = العدد ÷ النسبة × 100.

2 . التعويض والحساب

$$\frac{1,824}{38} \cdot 100 = 48 \cdot 100 = 4,800$$

3 . فخص

$$\frac{38 \cdot 4,800}{100} = 1,824$$

نحصل على العدد المعطى ✓

الجواب النهائي

4,800 بيضة.

البند ج (2)

(2) يرزمون البيضات الكبيرة في كراتين فيها 12 بيضة.
حسب الرسم البياني للتوزيع الطبيعي، ما هو عدد الكراتين التي رُزِمَت فيها البيضات الكبيرة في هذا اليوم؟

1 . البيضات الكبيرة

بالتماثل نسبتها 31%.

$$\frac{31}{100} \cdot 4,800 = 1,488$$

2 . الكراتين

$$\frac{1,488}{12} = 124$$

3 . فخص

$124 \cdot 12 = 1,488$ بيضة؛ لا يبقى كسر كرتونة ✓

الجواب النهائي

124 كرتونة.

البند د

معطى أن العلامة المعيارية لوزن إحدى البيضات في بيت الدجاج هي 0.2.
جدوا هل تُعتبر هذه البيضة صغيرة أم متوسطة أم كبيرة. علّوا إجابتكم.

1 . القانون والتعويض

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

$$x = 58 + 0.2 \cdot 10 = 60$$

2 . التصنيف والفحص

53 < 60 < 63؛ إذن البيضة متوسطة.

$$\frac{60 - 58}{10} = 0.2$$

العلامة المعيارية المعطاة صحيحة ✓

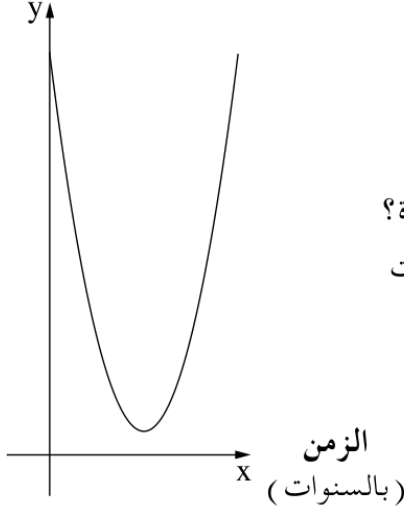
الجواب النهائي

متوسطة؛ وزنها 60 غراماً بين 53 و63.

السؤال 4 . كمية الإنتاج على مر السنوات

الموديل التربيعي - في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 3 . تمهيد 3، 4، 6، 9، 10

كمية المنتجات
(بالملايين)



4. الدالة $y = x^2 - 8x + 17$ تصف كمية المنتجات التي أنتجوها

في مصنع معين حسب الزمن، خلال فترة معينة.

أمامكم رسم بياني يصف كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع في هذه الفترة.

نقطة تقاطع الرسم البياني مع المحور y هي بداية الفترة.

أ. كم كانت كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع في بداية الفترة؟

ب. جدوا كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع بعد مرور 7 سنوات منذ بداية الفترة.

ج. جدوا بعد مرور كم سنة منذ بداية الفترة، كانت كمية

المنتجات التي أنتجوها في المصنع هي الأصغر.

د. بعد مرور كم سنة منذ بداية الفترة أنتجوا في المصنع

مليون منتج؟ جدوا الإمكانيتين.

البند أ

الدالة $y = x^2 - 8x + 17$ تصف كمية المنتجات التي أنتجوها في مصنع معين حسب الزمن، خلال فترة معينة.

أمامكم رسم بياني يصف كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع في هذه الفترة.

نقطة تقاطع الرسم البياني مع المحور y هي بداية الفترة.

كم كانت كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع في بداية الفترة؟

1 . المعطيات والتعويض

$x = 0$ في البداية، و y بالملايين.

$$y = 0^2 - 8 \cdot 0 + 17 = 17$$

2 . الاستنتاج والفحص

الكمية 17 مليون منتج؛ الحد الثابت 17 هو التقاطع مع محور y ✓

الجواب النهائي

17 مليون منتج.

البند ب

جدوا كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع بعد مرور 7 سنوات منذ بداية الفترة.

1 . التعويض والحساب

$$y = 7^2 - 8 \cdot 7 + 17$$

$$y = 49 - 56 + 17 = 10$$

2 . الاستنتاج والفحص

الكمية 10 ملايين منتج.

$$\checkmark \text{ فحص: } 49 + 17 - 56 = 66 - 56 = 10$$

الجواب النهائي

10 ملايين منتج.

البند ج

جدوا بعد مرور كم سنة منذ بداية الفترة، كانت كمية المنتجات التي أنتجوها في المصنع هي الأصغر.

1 . المعاملات وقانون الرأس

$$c = 17 , b = -8 , a = 1$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

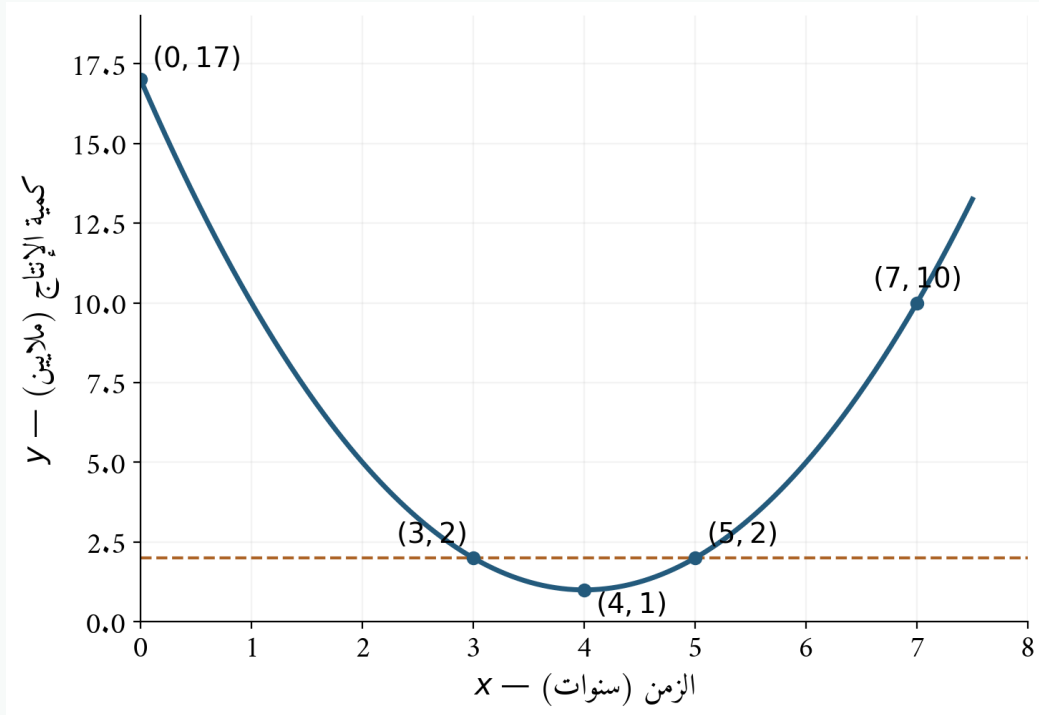
2 . التعويض والحساب

$$x = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = 4$$

لأن $a > 0$ ، الرأس نقطة نهاية صغرى؛ الزمن 4 سنوات.

3 . فحص والرسم

$y(4) = 16 - 32 + 17 = 1$ مليون؛ و $y(3) = y(5) = 2$ مليون، أكبر منه ✓



الإنتاج بالملايين؛ أدنى نقطة (4, 1)، والإنتاج مليونان بعد 3 أو 5 سنوات.

الجواب النهائي

بعد 4 سنوات.

البند د

بعد مرور كم سنة منذ بداية الفترة أنتجوا في المصنع مليوني منتج؟ جدوا الإمكانيتين.

1 . المعادلة والمعاملات

$$x^2 - 8x + 17 = 2$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

إذن $a = 1$ ، $b = -8$ ، $c = 15$.

2 . المميز والقانون

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 5$$

3 . السياق والفحص

الإمكانيتان موجبتان وفي فترة الرسم: بعد 3 سنوات أو 5 سنوات.

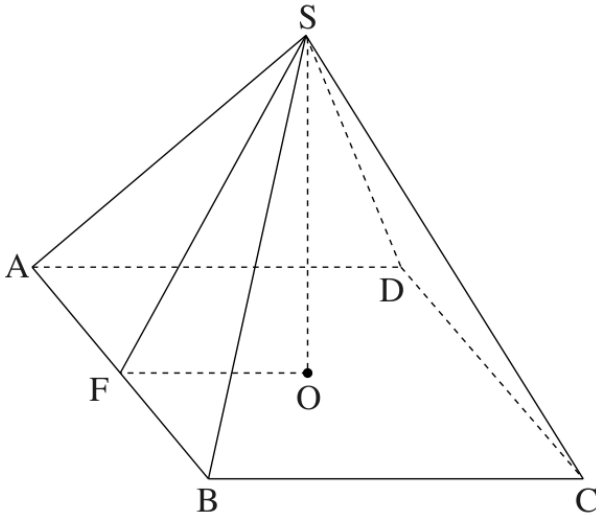
✓ كلاهما مليونان $y(5) = 25 - 40 + 17 = 2$ و $y(3) = 9 - 24 + 17 = 2$

الجواب النهائي

بعد 3 سنوات أو 5 سنوات.

السؤال 5 . قِطْع الشوكولاتة ورُزْم الهدايا

الأجسام في الفراغ — في الكُرْأسة: كُرْأسة 372 . الفصل 5 . تمهيد 5، 7، 10



5. تُحضّر رباب قِطْع شوكولاتة شكلها هرم قائم $SABCD$

قاعدته هي المربع $ABCD$ (انظروا الرسم) .

معطى أنّ طول ضلع القاعدة هو 4 سم

وارتفاع الهرم SO هو 3.75 سم .

أ. جدوا حجم قطعة شوكولاتة واحدة .

تُغلّف رباب كلّ قطعة شوكولاتة بورق ألومنيوم،

وتُلصق على أحد الأوجه الجانبيّة مُلصقة ملوّنة تُغطّيه

تماماً (بالضبط) .

ب. (1) جدوا SF ، ارتفاع الوجه الجانبيّ .

(2) جدوا مساحة المُلصقة .

بمناسبة العيد، قرّرت رباب تحضير قِطْع شوكولاتة شكلها مخروط .

نصف قطر قاعدة المخروط يساوي نصف ضلع قاعدة الهرم، وارتفاعه يساوي ارتفاع الهرم .

ج. جدوا حجم قطعة شوكولاتة واحدة شكلها مخروط .

تُحضّر رباب رُزْم هدايا من قِطْع الشوكولاتة . تُدخّل رباب في كلّ رزمة قطعتي شوكولاتة

شكلهما هرم وقطعة شوكولاتة واحدة شكلها مخروط . لدى رباب شوكولاتة سائلة حجمها 170 سم³ .

د. كم رزمة على الأكثر يمكن تحضيرها من الشوكولاتة التي لدى رباب ؟

البند أ

تُحضّر رباب قِطْع شوكولاتة شكلها هرم قائم $SABCD$ قاعدته هي المربع $ABCD$ (انظروا الرسم) .

معطى أنّ طول ضلع القاعدة هو 4 سم وارتفاع الهرم SO هو 3.75 سم .

جدوا حجم قطعة شوكولاتة واحدة .

1 . القانون

$$V = \frac{a^2 h}{3}$$

2 . التعويض والحساب

$$V = \frac{4^2 \cdot 3.75}{3} = \frac{16 \cdot 3.75}{3} = 20$$

3 . فحص

مساحة القاعدة 16، وحاصل ضربها في الارتفاع 60؛ ثلثه 20 سم³ ✓

الجواب النهائي

20 سم³.

البند (1)

تُغلف رباب كل قطعة شوكولاتة بورق ألومنيوم، وتُلصق على أحد الأوجه الجانبية مُلصقة ملونة تغطيه تماماً (بالضبط).
(1) جدوا SF ، ارتفاع الوجه الجانبي.

1 . المعطيات وفيثاغورس

F منتصف ضلع القاعدة في الهرم القائم؛ $OF = \frac{4}{2} = 2$ سم و $SO = 3.75$ سم.

$$SF^2 = SO^2 + OF^2$$

2 . التعويض والحساب

$$SF^2 = 3.75^2 + 2^2 = 14.0625 + 4 = 18.0625$$

$$SF = \sqrt{18.0625} = 4.25$$

3 . فحص

$4.25^2 = 18.0625$ ؛ الارتفاع الجانبي أطول من ارتفاع الهرم 3.75 ✓

الجواب النهائي

4.25 سم.

البند (2)

(2) جدوا مساحة المُلصقة.

1 . القانون

$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

2 . التعويض والحساب

$$S = \frac{4 \cdot 4.25}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$$

3 . فحص

نحسب مساحة وجه واحد فقط؛ المُلصقة لا تغطّي بقية أوجه الهرم ✓

الجواب النهائي

8.5 سم².

البند ج

بمناسبة العيد، قرّرت رباب تحضير قطع شوكولاتة شكلها مخروط. نصف قطر قاعدة المخروط يساوي نصف ضلع قاعدة الهرم، وارتفاعه يساوي ارتفاع الهرم. جدوا حجم قطعة شوكولاتة واحدة شكلها مخروط.

1 . المعطيات والقانون

$$r = \frac{4}{2} = 2 \text{ سم، } h = 3.75 \text{ سم.}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

2 . التعويض والحساب

$$V = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 3.75}{3} = 5\pi \approx 15.71$$

3 . فحص

حجم الهرم 20، ونسبة مساحتي القاعدتين $\frac{4\pi}{16} = \frac{\pi}{4}$ ؛ $20 \cdot \frac{\pi}{4} = 5\pi$ ✓

الجواب النهائي

$15.71 \approx 5\pi$ سم³.

البند د

تُحضّر رباب رُزَم هدايا من قِطَع الشوكولاتة. تُدخِل رباب في كلّ رزمة قطعتي شوكولاتة شكلهما هرم وقطعة شوكولاتة واحدة شكلها مخروط. لدى رباب شوكولاتة سائلة حجمها 170 سم³. كم رزمة على الأكثر يمكن تحضيرها من الشوكولاتة التي لدى رباب؟

1 . حجم الرزمة

$$V = 2 \cdot 20 + 5\pi = 40 + 5\pi$$

2 . عدد الرُزَم

$$\frac{170}{40 + 5\pi} \approx 3.05$$

نأخذ 3 رُزَم كاملة؛ لا يمكن تحضير جزء من رزمة.

3 . فحص العدد الأقصى

$$3(40 + 5\pi) \approx 167.12 < 170$$

$$4(40 + 5\pi) \approx 222.83 > 170$$

إذن 3 ممكنة، و4 غير ممكنة ✓

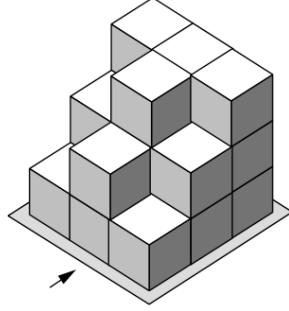
الجواب النهائي

3 رُزَم كاملة على الأكثر.

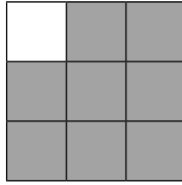
السؤال 6 . المبنى وإكمله إلى مكعب

الرؤية الفراغية — في الكراسة: كراسة 372 . الفصل 6 . تمهيد 2، 6، 7، 10

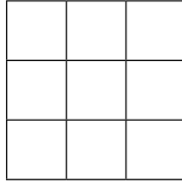
6. الرسم الذي أمامكم يصف مبنى من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يشير إلى جهة النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر.



أمامكم مخطط يصف إحدى النظرات للمبنى .



- أ. أية نظرة للمبنى يصفها المخطط؟
ب. أكملوا في القالب الذي أمامكم النظرة من اليسار للمبنى .



- جـ. ارسموا مخطط أعداد للمبنى .
على سطح المكعبات التي في المبنى، أضافوا مكعبات إلى أن تكون مبنى جديد شكله مكعب .
د. كم مكعباً أضافوا إلى المبنى المعطى؟

البند أ

- الرسم الذي أمامكم يصف مبنى من مكعبات متطابقة. السهم في الرسم يشير إلى جهة النظرة من الأمام. كل مكعب في المبنى موضوع على السطح أو على مكعب آخر.
أمامكم مخطط يصف إحدى النظرات للمبنى.
أية نظرة للمبنى يصفها المخطط؟

مخطط الأعداد

3	3	3
2	3	2
1	2	1

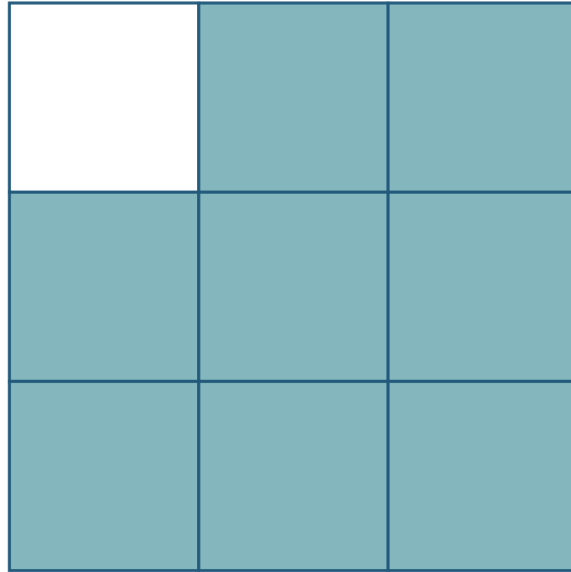
↑
الأمام

مخطط أعداد المبنى؛ الصفّ السفليّ أمامي.

2 . المقارنة

ارتفاعات الصفوف من الأمام إلى الخلف 3, 3, 2، وهي ارتفاعات النظرة من اليمين من اليسار. النظرة من اليسار تعكسها إلى 3, 3, 2.

النظرة من اليمين



النظرة من اليمين؛ ارتفاعاتها من اليسار 2، 3، 3.

تطابق المخطط المعطى ✓

الجواب النهائي

نظرة من اليمين للمبنى.

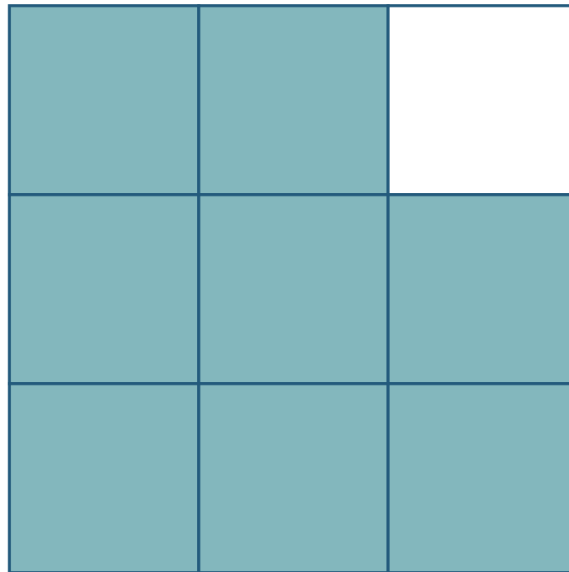
البند ب

أكملوا في القالب الذي أمامكم النظرة من اليسار للمبنى.

1 . الارتفاعات

من اليسار يظهر الخلف يسار الرسم، فنأخذ أكبر ارتفاعات الصفوف 2، 3، 3.

النظرة من اليسار

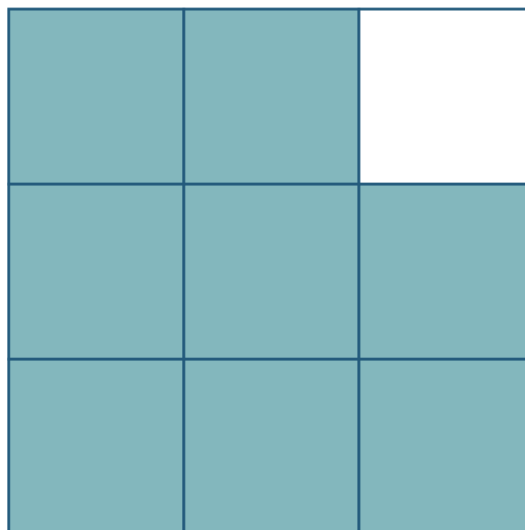


النظرة من اليسار؛ ارتفاعاتها من اليسار 3، 3، 2.

هي انعكاس النظرة من اليمين؛ كلاهما بارتفاع أقصى 3 ✓

الجواب النهائي

النظرة من اليسار



النظرة من اليسار للمبنى.

البند ج

ارسموا مخطط أعداد للبنى.

1 . المخطط

من الأمام إلى الخلف، الصفوف من اليسار: 1, 2, 1 ثم 2, 3, 2 ثم 3, 3, 3.

مخطط الأعداد

3	3	3
2	3	2
1	2	1

↑
الأمام

مخطط الأعداد؛ الأمام أسفل الرسم.

2 . فحص

المجموع من الخلف $9 + 7 + 4 = 20$ ؛ وبالطابق $9 + 7 + 4 = 20$ مكعباً ✓

الجواب النهائي

مخطط الأعداد

3	3	3
2	3	2
1	2	1

الأمام ↑

مخطط أعداد المبنى.

البند د

على سطح المكعبات التي في المبنى، أضافوا مكعبات إلى أن تكون مبنى جديد شكله مكعب. كم مكعباً أضافوا إلى المبنى المعطى؟

1 . المكعب الكامل

طول القاعدة وعرضها 3 مكعبات، وأعلى ارتفاع 3؛ الإكمال على السطح يعطي مكعباً طول حرفه 3 مكعبات.

$$3^3 = 27$$

2 . العدد المضاف

$$27 - 20 = 7$$

المكعبات المضافة

0	0	0
1	0	1
2	1	2

الأمام ↑

أعداد المكعبات المضافة فوق كل عمود حتى ارتفاع 3.

3 . فحص

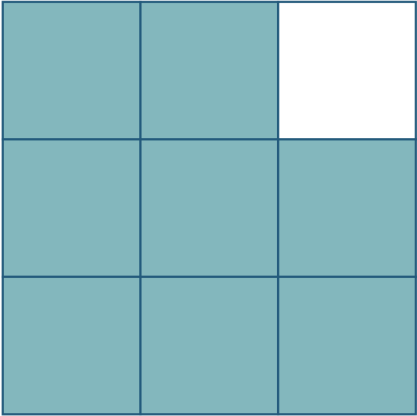
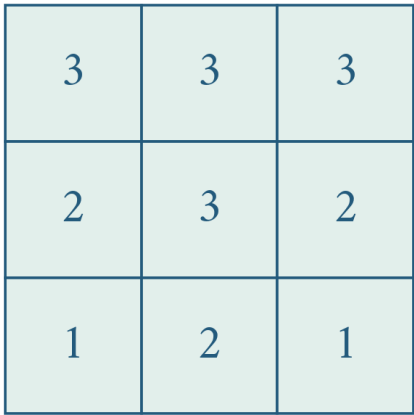
المضاف في الصفوف من الخلف $7 = 5 + 2 + 0$ ؛ والمجموع $27 = 7 + 20$ ✓

الجواب النهائي

7 مكعبات.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ (1)	$m_{AE} = 3$
	أ (2)	$y = -\frac{1}{3}x + 2$
	ب	$C(6, 0)$
	ج	$B(-6, 4)$
	د	$y = 3x + 22$
	هـ	$20 + 8\sqrt{10} \approx 45.30$ وحدة طول.
2	أ	$12x + 8y \leq 240$ ، $3x + 6y \leq 132$ ، $x \geq 0$ ، $y \geq 0$ ؛ أعداد صحيحة.
	ب	$P = 25x + 20y$ ؛ الربح بالشكل.
	ج	الرسم 1؛ المجال في جهة الأصل وأسفل المستقيمين.
	د	8 رزم من النوع "أ" و 18 رزمة من النوع "ب"؛ الربح الأقصى 560 شيكلاً.
	هـ	الرسم 3؛ فوق حدّ الكريّمات وتحت حدّ الصابونات.
3	أ	الانحراف المعياريّ 10 غرامات.
	ب	38% من البيضات.
	ج (1)	4,800 بيضة.
	ج (2)	124 كرتونة.
	د	متوسطة؛ وزنها 60 غراماً بين 53 و 63.
	أ	17 مليون منتج.
4	ب	10 ملايين منتج.
	ج	بعد 4 سنوات.
	د	بعد 3 سنوات أو 5 سنوات.
	أ	20 سم ³ .
5	ب (1)	4.25 سم.
	ب (2)	8.5 سم ² .

	ج	
	د	
	أ	6
النظرة من اليسار  النظرة من اليسار للمبنى.	ب	
مخطط الأعداد  الأمام مخطط أعداد المبنى.	ج	
	د	7 مكعبات.