

حلول امتحان البجروت 371

صيف 2026، الموعد أ . النسخة أ

3 وحدات . الصف الحادي عشر . النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

في النموذج ستّة أسئلة؛ لكلّ سؤال 22 درجة. تُسمح الإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاءون، لكنّ مجموع الدرجات لا يزيد على 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com - حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلّم الشخصي أو الصّفيّ مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

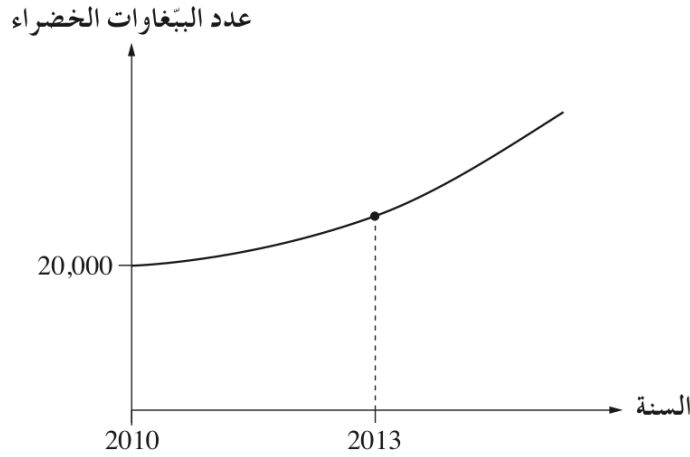
نصوص الأسئلة والرسوم من النموذج العربيّ الرسميّ لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوقها للوزارة. الحلول والشروح تعليميّة أصليّة وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . الببغاوات الخضراء والزرقاء

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 3: قانون التزايد والتناقص . تمهيد 5: بعد كم فترة؟ . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين . تمهيد 7: السنوات والجداول

عنقود المجتمع والعلوم

1. في جزيرة استوائية معينة، عدد الببغاوات الخضراء يزداد في كل سنة بـ 8% .
أمامكم رسم بياني يصف عدد الببغاوات الخضراء في الجزيرة حسب السنة، منذ مطلع سنة 2010 .



- أ. (1) كم ببغاء خضراء كانت في الجزيرة في مطلع سنة 2010 ؟
(2) كم ببغاء خضراء كانت في الجزيرة في مطلع سنة 2013 ؟
ب. في مطلع أية سنة كان في الجزيرة 29,387 ببغاء خضراء ؟
توجد في الجزيرة ببغاوات زرقاء أيضاً . عدد الببغاوات الزرقاء في الجزيرة يزداد في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة .
في مطلع سنة 2010 كان عدد الببغاوات الزرقاء في الجزيرة مساوياً لعدد الببغاوات الخضراء في الجزيرة .
ج. الجدول الذي أمامكم يعرض عدد الببغاوات الزرقاء في مطلع سنة 2012 .

السنة	2010	2011	2012	2013
عدد الببغاوات الزرقاء			21,632	

- (1) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها عدد الببغاوات الزرقاء في الجزيرة في كل سنة .
(2) أكملوا القيم الناقصة في الجدول .

البند أ (1)

- في جزيرة استوائية معينة، عدد الببغاوات الخضراء يزداد في كل سنة بـ 8% .
أمامكم رسم بياني يصف عدد الببغاوات الخضراء في الجزيرة حسب السنة، منذ مطلع سنة 2010 .
(1) كم ببغاء خضراء كانت في الجزيرة في مطلع سنة 2010 ؟

1 . نقرأ المحورين

المحور الأفقي السنة؛ والمحور العمودي عدد البيّاعات الخضراء.

2 . القيمة في البداية

عند سنة 2010 يقطع المنحنى المحور العمودي عند 20,000؛ إذن $A_0 = 20,000$.

3 . فحص

2010 سنة البداية، فنقرأ العدد المعطى عندها دون تطبيق تزايد لسنوات إضافية ✓

الجواب النهائي

20,000 بيّاء خضراء.

البند أ (2)

(2) كم بيّغاء خضراء كانت في الجزيرة في مطلع سنة 2013؟

1 . المعطيات وعامل التغير

$A_0 = 20,000$ ؛ عدد السنوات $n = 2013 - 2010 = 3$

$$q = 1 + \frac{8}{100} = 1.08$$

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$A_3 = 20,000 \cdot 1.08^3 = 25,194.24$$

3 . الاستنتاج والفحص

في مطلع 2013 حوالي 25,194 بيّغاء خضراء.

$$\checkmark \frac{25,194.24}{1.08^3} = 20,000 \text{ للرجوع}$$

الجواب النهائي

حوالي 25,194 بيّغاء خضراء (25,194.24 قبل التقريب).

البند ب

في مطلع آية سنة كان في الجزيرة 29,387 بيّغاء خضراء؟

1 . القانون

$$A_n = 20,000 \cdot 1.08^n$$

نبحث عن عدد السنوات منذ مطلع 2010.

2 . جدول القيم

6	5	4	n
31,737.49	29,386.56	27,209.78	$20,000 \cdot 1.08^n$

عند $n = 5$ نحصل على 29,386.56، أي 29,387 بّيغاء بالتقريب إلى أقرب عدد صحيح.

3 . السنة والفحص

$$2010 + 5 = 2015$$

بعد 4 سنوات العدد أصغر، وبعد 6 أكبر؛ العدد المطلوب يقابل مطلع 2015 ✓

الجواب النهائيّ

في مطلع سنة 2015.

البند ج (1)

توجد في الجزيرة بّيغاوات زرقاء أيضاً. عدد البّيغاوات الزرقاء في الجزيرة يزداد في كلّ سنة بنسبة مئوية ثابتة. في مطلع سنة 2010 كان عدد البّيغاوات الزرقاء في الجزيرة مساوياً لعدد البّيغاوات الخضراء في الجزيرة. الجدول الذي أمامكم يعرض عدد البّيغاوات الزرقاء في مطلع سنة 2012. (1) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها عدد البّيغاوات الزرقاء في الجزيرة في كلّ سنة.

1 . المعطيات

السنة	2010	2011	2012	2013
عدد البّيغاوات الزرقاء	؟	؟	21,632	؟

في 2010 العدد 20,000؛ وفي 2012 العدد 21,632؛ $n = 2012 - 2010 = 2$.

2 . القانون وإيجاد العامل

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$21,632 = 20,000 \cdot q^2$$

$$q^2 = \frac{21,632}{20,000} = 1.0816$$

$$q = \sqrt{1.0816} = 1.04$$

3 . النسبة والفحص

$$(1.04 - 1) \cdot 100\% = 4\%$$

$$\checkmark 20,000 \cdot 1.04^2 = 21,632 \text{ للتحقق}$$

الجواب النهائي

يزداد العدد بنسبة 4% في كل سنة.

البند ج (2)

(2) أكمّلوا القيم الناقصة في الجدول.

1 . القيم الناقصة

في 2010 العدد 20,000، وعامل التغيّر 1.04.

$$20,000 \cdot 1.04 = 20,800$$

$$21,632 \cdot 1.04 = 22,497.28$$

2 . الجدول المكتمل

2013	2012	2011	2010	السنة
حوالي 22,497	21,632	20,800	20,000	عدد الببغاوات الزرقاء

نقرب عدد الببغاوات إلى أقرب عدد صحيح.

3 . فحص

$$\checkmark 20,800 \cdot 1.04 = 21,632 \text{؛ القيمة المعطاة في 2012 توافّق الجدول}$$

الجواب النهائي

2013	2012	2011	2010	السنة
حوالي 22,497	21,632	20,800	20,000	عدد الببغاوات الزرقاء

السؤال 2 . الأمواج وخطة هديل

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (مجموع الاحتمالات، التجريبات المستقلة والحدث المكمل)

2. التوقع اليومي لارتفاع الأمواج في البحر الأبيض المتوسط يتطرق إلى ثلاثة أنواع من الأمواج: منخفضة أو متوسطة أو عالية .

في كل واحد من الأيام في فترة معينة، الاحتمال بأن تكون الأمواج منخفضة هو 0.6 ، والاحتمال بأن تكون الأمواج متوسطة هو 0.25 .

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون الأمواج عالية في كل واحد من الأيام في هذه الفترة؟

تخطط هديل للذهاب إلى البحر الأبيض المتوسط في يومين معينين في هذه الفترة .

ب. (1) ما هو الاحتمال بأن تكون الأمواج منخفضة في هذين اليومين؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون نوع الأمواج متطابقاً في هذين اليومين؟

تتزلج هديل على الماء في البحر الأبيض المتوسط، فقط عندما تكون الأمواج متوسطة أو عالية .

ج. ما هو الاحتمال بأن تتزلج هديل على الأقل في أحد هذين اليومين؟

البند أ

التوقع اليومي لارتفاع الأمواج في البحر الأبيض المتوسط يتطرق إلى ثلاثة أنواع من الأمواج: منخفضة أو متوسطة أو عالية . في كل واحد من الأيام في فترة معينة، الاحتمال بأن تكون الأمواج منخفضة هو 0.6، والاحتمال بأن تكون الأمواج متوسطة هو 0.25 .

ما هو الاحتمال بأن تكون الأمواج عالية في كل واحد من الأيام في هذه الفترة؟

1 . المعطيات والقانون

احتمال أن تكون الأمواج منخفضة 0.6، واحتمال أن تكون متوسطة 0.25؛ مجموع الاحتمالات 1 .

2 . الحساب

$$1 - 0.6 - 0.25 = 0.15$$

3 . فحص

$$0.6 + 0.25 + 0.15 = 1 \quad \checkmark$$

الجواب النهائي

0.15 .

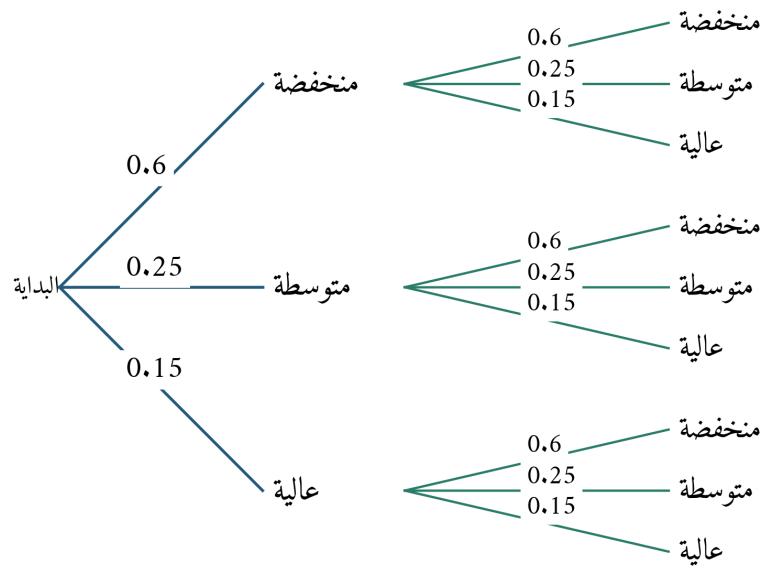
البند ب (1)

تُحطّط هديل للذهاب إلى البحر الأبيض المتوسط في يومين معيّنين في هذه الفترة.
(1) ما هو الاحتمال بأن تكون الأمواج منخفضة في هذين اليومين؟

1 . اليومان

في كلّ يوم احتمال الأمواج المنخفضة 0.6. نحسب لليومين كتجربتين مستقلتين.

الأمواج في اليومين — نضرب على طول الفرع



في كلّ مرحلة ثلاثة فروع؛ نضرب على طول فرع اليومين.

2 . الحساب

$$0.6 \cdot 0.6 = 0.36$$

3 . فحص

الحاصل 0.36 أصغر من 0.6؛ نطلب تحقق الشرط في اليومين معاً ✓

الجواب النهائي

0.36

البند ب (2)

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون نوع الأمواج متطابقاً في هذين اليومين؟

1 . الفروع الملائمة

نوع الأمواج في اليومين	احتمال الفرع
منخفضة	$0.6 \cdot 0.6 = 0.36$
متوسطة	$0.25 \cdot 0.25 = 0.0625$
عالية	$0.15 \cdot 0.15 = 0.0225$

2 . نجمع

$$0.36 + 0.0625 + 0.0225 = 0.445$$

3 . فحص

لا يدخل فرع فيه نوعان مختلفان؛ احتمال اختلاف النوع $1 - 0.445 = 0.555$ ، ومجموعهما 1 ✓

الجواب النهائي

0.445

البند ج

تترجّل هديل على الماء في البحر الأبيض المتوسط، فقط عندما تكون الأمواج متوسطة أو عالية.
ما هو الاحتمال بأن تترجّل هديل على الأقلّ في أحد هذين اليومين؟

1 . الحدث المكمل

لا تترجّل حين تكون الأمواج منخفضة؛ احتمال ألا تترجّل في اليومين هو $0.6 \cdot 0.6 = 0.36$.

2 . الحساب

$$1 - 0.36 = 0.64$$

3 . فحص بالفروع

احتمال التزلج في يوم واحد $0.25 + 0.15 = 0.4$.

$$0.4 \cdot 0.6 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.4 = 0.64$$

تزلجت في اليوم الأول فقط أو الثاني فقط أو اليومين؛ النتيجة توافق المكل ✓

الجواب النهائي

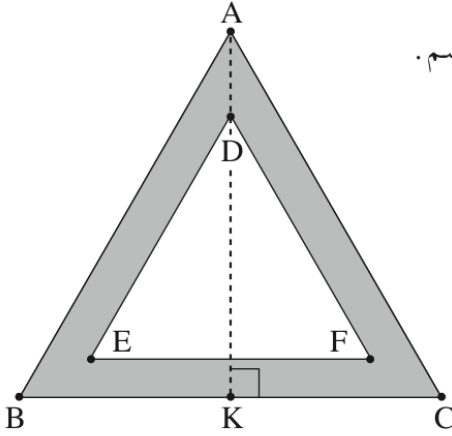
0.64.

السؤال 3 . إشارة المرور المتساوية الأضلاع

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 1: نظرية فيثاغورس . تمهيد 4: كيف نفسر أنّ المثلثين متشابهان؟ . تمهيد 5: نسبة التشابه . تمهيد 9: المحيط والمساحة .

عنقود إدراك المستوى والفراغ

3. في درس حول موضوع الحذر على الطرق، رسم أمير إشارة مرور شكلها مثلث متساوي الأضلاع ABC .
في وسط إشارة المرور، رسم أمير مثلثاً إضافياً متساوي الأضلاع، المثلث DEF (الضلع EF يوازي الضلع BC) .



لأن أمير المساحة بين المثلثين باللون الرمادي، كما هو موصوف في الرسم .
أ. فسروا لماذا المثلثان ABC و DEF هما مثلثان متشابهان .

معطى أنّ طول ضلع المثلث ABC هو 72 سم .

AK هو ارتفاع على الضلع BC في المثلث ABC ،
كما هو موصوف في الرسم .

ب. (1) جدوا طول الارتفاع AK .

(2) احسبوا مساحة إشارة المرور بكاملها ($\triangle ABC$) .

معطى أنّ طول ضلع المثلث DEF هو 48 سم .

ج. (1) جدوا نسبة التشابه بين المثلثين ABC و DEF .

(2) احسبوا مساحة المثلث DEF .

د. احسبوا المساحة التي لونها أمير باللون الرمادي .

البند أ

في درس حول موضوع الحذر على الطرق، رسم أمير إشارة مرور شكلها مثلث متساوي الأضلاع ABC .
في وسط إشارة المرور، رسم أمير مثلثاً إضافياً متساوي الأضلاع، المثلث DEF (الضلع EF يوازي الضلع BC) .
لأن أمير المساحة بين المثلثين باللون الرمادي، كما هو موصوف في الرسم .
فسروا لماذا المثلثان ABC و DEF هما مثلثان متشابهان .

1 . زاويتان متساويتان

$\angle BAC = \angle EDF = 60^\circ$ (كلّ منهما زاوية في مثلث متساوي الأضلاع) .

$\angle ABC = \angle DEF = 60^\circ$ (للسبب نفسه؛ مجموع الزوايا 180 درجة مقسوم على 3) .

2 . الاستنتاج والتناظر

زاويتان متساويتان، إذن المثلث ABC يشبه المثلث DEF .

الرؤوس المتناظرة: A مع D ، B مع E ، و C مع F .

3 . فحص

القاعدتان BC و EF متناظرتان، وكذلك الضلعان AB و DE ✓

الجواب النهائي

المثلث ABC يشبه المثلث DEF ؛ زاويتان متساويتان مقدار كل منهما 60 درجة، لأن المثلثين متساويا الأضلاع.

البند ب (1)

معطى أن طول ضلع المثلث ABC هو 72 سم.
 AK هو ارتفاع على الضلع BC في المثلث ABC ، كما هو موصوف في الرسم.
(1) جدوا طول الارتفاع AK .

1 . نصف القاعدة

المثلث متساوي الأضلاع، وبالتالي متساوي الساقين؛ ارتفاعه ينصف القاعدة.

$$BK = \frac{72}{2} = 36$$

2 . فيثاغورس في المثلث القائم

$$AB^2 = AK^2 + BK^2$$

$$AK^2 = 72^2 - 36^2 = 5,184 - 1,296 = 3,888$$

$$AK = \sqrt{3,888} = 36\sqrt{3} \approx 62.35$$

3 . فحص

✓ $72^2 = 5,184 = 3,888 + 1,296$ ؛ والارتفاع أقصر من الضلع 72

الجواب النهائي

$AK = 36\sqrt{3} \approx 62.35$ سم.

البند ب (2)

(2) احسبوا مساحة إشارة المرور بكاملها $(\triangle ABC)$.

1 . القانون

مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$.

2 . التعويض والحساب

نستعمل الارتفاع المقرب 62.35 سم من البند السابق.

$$S = \frac{72 \cdot 62.35}{2} = 2,244.6$$

3 . فحص وملاحظة

المساحة ضعف مساحة المثلث القائم الذي قاعدته 36 وارتفاعه 62.35.

وفق طريقة الكراسة نستعمل القيمة المقربة في الخطوة التالية. بالارتفاع الدقيق تكون المساحة $1,296\sqrt{3} \approx 2,244.74$ سم²؛ الرسم يقرّبها إلى 2,244.7. الفرق بسبب تقريب الارتفاع فقط.

الجواب النهائي

حوالي 2,244.6 سم².

البند ج (1)

معطى أنّ طول ضلع المثلث DEF هو 48 سم.
(1) جدوا نسبة التشابه بين المثلثين ABC و DEF .

1 . الضلعان المتناظران

$BC = 72$ سم و $EF = 48$ سم؛ الكبير مذكور أولاً.

2 . النسبة

$$k = \frac{72}{48} = \frac{3}{2} = 1.5$$

3 . فحص

$$72 = 1.5 \cdot 48 \text{؛ القسمة باتجاه الكبير إلى الصغير} \checkmark$$

الجواب النهائي

$$k = \frac{3}{2} = 1.5$$

البند ج (2)

(2) احسبوا مساحة المثلث DEF .

1 . القانون

نسبة مساحة المثلث الكبير إلى مساحة الصغير تساوي k^2 .

$$k^2 = 1.5^2 = 2.25$$

2 . التعويض

$$S_{DEF} \approx \frac{2,244.6}{2.25} = 997.6$$

3 . فحص

$$\checkmark 997.6 \cdot 2.25 = 2,244.6$$

بدون تقريب وسيط، المساحة $997.66 \approx 576\sqrt{3}$ سم²؛ في الرسمي 997.7. فرق التقريب موروث من الارتفاع في ب.

الجواب النهائي

حوالي 997.6 سم².

البند د

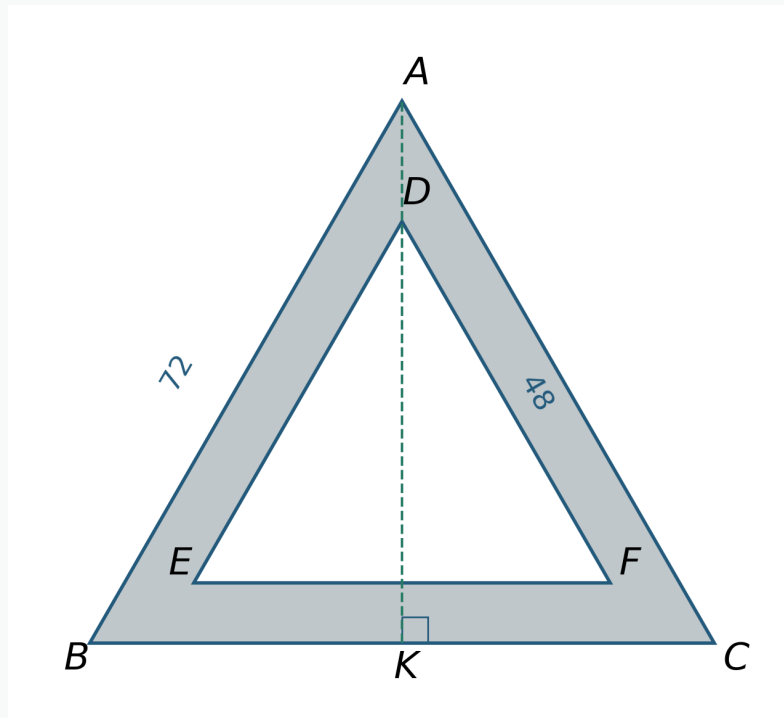
احسبوا المساحة التي لونها أمير باللون الرمادي.

1 . المساحة بين المثلثين

$$2,244.6 - 997.6 = 1,247$$

2 . فحص

$$\checkmark 1,247 + 997.6 = 2,244.6$$



المساحة الرمادية هي مساحة الكبير ناقص مساحة الصغير.

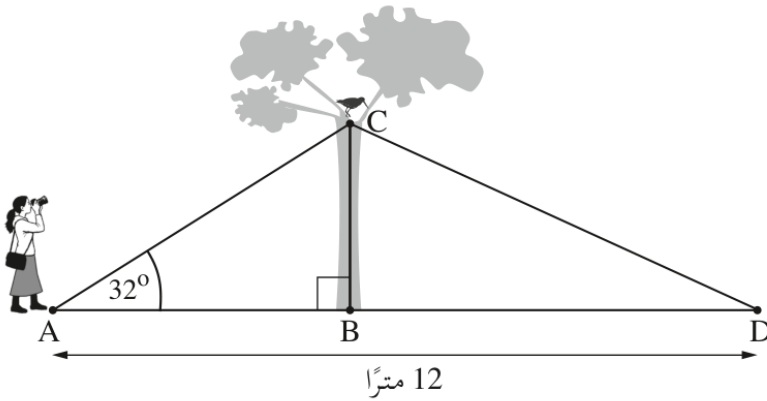
بدون تقريب وسيط المساحة $1,247.08 \approx 720\sqrt{3}$ سم²، وفي الرسم $1,247.1$ ؛ الفرق بسبب التقريب السابق فقط.

الجواب النهائي

حوالي 1,247 سم².

السؤال 4 . سمر والعصفور

حساب المثلثات — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 6 . تمهيد 5: إيجاد ضلع (1) . تمهيد 7: إيجاد زاوية . تمهيد 9: مثلثان لهما ضلع مشترك



4. في حديقة بلدية، أرضها مستوية،

تقف شجرة في النقطة B .

سمر هي مصورة عصفير .

تقف سمر في النقطة A

وتُصوّر عصفورًا موجودًا على الشجرة في

النقطة C ، كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن BC يعامد AB .

البعد بين سمر والعصفور (AC)

هو 6 أمتار، ومقدار الزاوية CAB هو 32° .

أ. جدوا في أي ارتفاع من الأرض يقف العصفور (BC) .

ب. جدوا البعد بين سمر والشجرة (AB) .

من أجل تصوير العصفور من زاوية إضافية، سارت سمر حتى النقطة D التي تقع على امتداد القطعة AB ،

كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن طول القطعة AD هو 12 مترًا .

ج. جدوا مقدار الزاوية CDB .

البند أ

في حديقة بلدية، أرضها مستوية، تقف شجرة في النقطة B .

سمر هي مصورة عصفير .

تقف سمر في النقطة A وتُصوّر عصفورًا موجودًا على الشجرة في النقطة C ، كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن BC يعامد AB .

البعد بين سمر والعصفور (AC) هو 6 أمتار، ومقدار الزاوية CAB هو 32° .

جدوا في أي ارتفاع من الأرض يقف العصفور (BC) .

1 . تحديد الأضلاع

المثلث ABC قائم عند B، بالنسبة للزاوية A مقدارها 32° درجة: BC مقابل و $AC = 6$ م وتر.

2 . المعادلة والحساب

$$\sin 32^\circ = \frac{BC}{6}$$

$$\sin 32^\circ \approx 0.5299$$

$$BC = 6 \cdot \sin 32^\circ \approx 6 \cdot 0.5299 \approx 3.18$$

3 . فحص

الارتفاع 3.18 م أصغر من الوتر 6 م ✓

الجواب النهائي

حوالي 3.18 متر.

البند ب

جدوا البعد بين سمر والشجرة (AB).

1 . تحديد الأضلاع

بالنسبة للزاوية A: AB مجاور و AC = 6 م وتر.

2 . المعادلة والحساب

$$\cos 32^\circ = \frac{AB}{6}$$

$$\cos 32^\circ \approx 0.8480$$

$$AB = 6 \cdot \cos 32^\circ \approx 6 \cdot 0.8480 \approx 5.09$$

3 . فحص بفيثاغورس

$$\sqrt{3.18^2 + 5.09^2} \approx 6$$

الطولان يوافقان الوتر المعطى، مع فرق التقريب ✓

الجواب النهائي

حوالي 5.09 متر.

البند ج

من أجل تصوير العصفور من زاوية إضافية، سارت سمر حتى النقطة D التي تقع على امتداد القطعة AB ، كما هو موصوف في الرسم. معطى أن طول القطعة AD هو 12 متراً. جدوا مقدار الزاوية CDB .

1 . القاعدة الجديدة

B بين A و D ؛ $AD = AB + BD$

$$BD \approx 12 - 5.09 = 6.91$$

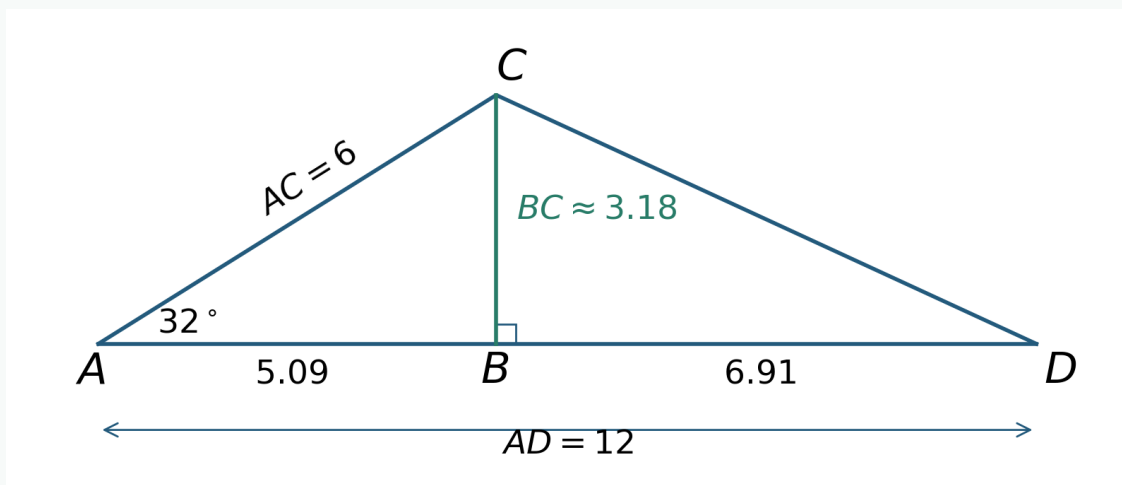
2 . تحديد الأضلاع والنسبة

في المثلث القائم DBC ، بالنسبة للزاوية D : $BC \approx 3.18$ مقابل $BD \approx 6.91$ مجاور.

$$\tan D \approx \frac{3.18}{6.91} \approx 0.4602$$

3 . الدالة العكسية

$$\angle CDB \approx \tan^{-1}(0.4602) \approx 24.71^\circ$$



المثلثان لهما الارتفاع نفسه؛ القاعدة الجديدة هي 12 ناقص القاعدة الأولى.

4 . فحص

القاعدة الثانية 6.91 أطول من 5.09، والارتفاع نفسه؛ الزاوية الجديدة أصغر من 32° ✓

الجواب النهائي

حوالي 24.71° (24.7° درجة إلى منزلة واحدة).

السؤال 5 . صالون السحر والجمال

قراءة الرسوم البيانية والإحصاء - في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المعدل من جدول تكرارات وتأثير إضافة قيم)

عنقود المال والاقتصاد

5. صالون حلاقة "السحر والجمال" يعرض أربعة أنواع قصّات شعر.

الجدول الذي أمامكم يعرض معطيات عن أسعار قصّات الشعر، وعدد الزبائن الذين حلّقوا بكلّ نوع من قصّات الشعر في يوم معيّن.

نوع قصّة الشعر	أولاد	شعر قصير	شعر طويل	مميّزة
السعر (بالشواكل)	60	150	180	210
عدد الزبائن	5	21	9	10

في هذا اليوم، مدخولات صالون الحلاقة كانت مدفوعات جميع الزبائن الذين حلّقوا.

أ. (1) جدّوا عدد الزبائن الذين حلّقوا في هذا اليوم.

(2) جدّوا معدّل مدخولات صالون الحلاقة في هذا اليوم.

مع حلول ساعة الإغلاق، حلّق في صالون الحلاقة ثلاثة زبائن إضافيين، ليسوا مشمولين في الجدول.

ب. جدّوا أكبر معدّل ممكن للمدخولات، بعد إضافة الزبائن الثلاثة.

اختار الزبائن الثلاثة نفس قصّة الشعر. بعد أن دفعوا، انخفض معدّل مدخولات صالون الحلاقة في هذا اليوم.

ج. أمامكم ثلاثة أقوال I-III .

حدّدوا بالنسبة لكلّ واحد من الأقوال، هل هو ممكن أم غير ممكن. علّلوا تحديداتكم.

I. الزبائن الثلاثة اختاروا قصّة شعر قصير.

II. الزبائن الثلاثة اختاروا قصّة شعر طويل بتخفيض 15 شيكلاً للزبون.

III. الزبائن الثلاثة اختاروا قصّة شعر مميّزة بتخفيض 35% للزبون.

البند أ (1)

صالون حلاقة "السحر والجمال" يعرض أربعة أنواع قصّات شعر.

الجدول الذي أمامكم يعرض معطيات عن أسعار قصّات الشعر، وعدد الزبائن الذين حلّقوا بكلّ نوع من قصّات الشعر في يوم معيّن.

في هذا اليوم، مدخولات صالون الحلاقة كانت مدفوعات جميع الزبائن الذين حلّقوا.

(1) جدّوا عدد الزبائن الذين حلّقوا في هذا اليوم.

1 . معطيات الجدول

نوع قصّة الشعر	أولاد	شعر قصير	شعر طويل	مميّزة
السعر (بالشواكل)	60	150	180	210
عدد الزبائن	5	21	9	10

2 . نجعل التكرارات

$$5 + 21 + 9 + 10 = 45$$

3 . فحس

جمعنا عدد الزبائن، ولم نجعل الأسعار ✓

الجواب النهائي
45 زبوناً.

البند أ (2)

(2) جدوا معدّل مدخولات صالون الحلاقة في هذا اليوم.

1 . القانون

المعدّل $\bar{x}$ = مجموع القيم ÷ عدد القيم؛ نضرب كلّ سعر بتكراره.

2 . مجموع المدخولات

نوع القصّة	أولاد	قصير	طويل	مميّزة
السعر مضروباً بعدد الزبائن	$60 \cdot 5 = 300$	$150 \cdot 21 = 3,150$	$180 \cdot 9 = 1,620$	$210 \cdot 10 = 2,100$

$$300 + 3,150 + 1,620 + 2,100 = 7,170$$

3 . التعويض

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot 5 + 150 \cdot 21 + 180 \cdot 9 + 210 \cdot 10}{45}$$

$$\bar{x} = \frac{7,170}{45} \approx 159.33$$

4 . فحص

$$\bar{x} = \frac{7,170}{45} \approx 159.33$$

المعدّل بين أصغر سعر 60 وأكبر سعر 210 ✓

الجواب النهائيّ

حوالي 159.33 شيكل للزبون.

البند ب

مع حلول ساعة الإغلاق، حلق في صالون الحلاقة ثلاثة زبائن إضافيين، ليسوا مشمولين في الجدول. جدوا أكبر معدّل ممكن للهدخولات، بعد إضافة الزبائن الثلاثة.

1 . أكبر إضافة

أعلى سعر 210 شواكل للقصة المميزة؛ نختاره للزبائن الثلاثة.

$$3 \cdot 210 = 630$$

2 . المجموع والعدد الجديدان

$$7,170 + 630 = 7,800$$

$$45 + 3 = 48$$

3 . المعدّل والفحص

$$\bar{x} = \frac{7,800}{48} = 162.5$$

أيّ سعر أقلّ من 210 يجعل البسط أصغر مع بقاء المقام 48؛ إذن 162.5 هو أكبر معدّل ممكن ✓

الجواب النهائيّ

162.5 شيكل للزبون؛ إذا اختار الثلاثة القصة المميزة.

البند ج (I)

اختار الزبائن الثلاثة نفس قصّة الشعر. بعد أن دفعوا، انخفض معدّل مدخوات صالون الحلاقة في هذا اليوم. أمامكم ثلاثة أقوال I-III. حدّدوا بالنسبة لكلّ واحد من الأقوال، هل هو ممكن أم غير ممكن. علّلوا تحديداتكم. I. الزبائن الثلاثة اختاروا قصّة شعر قصير.

1 . المقارنة

$150 < 159.33$ ؛ كلّ قيمة مضافة أصغر من المعدّل، فيصغر المعدّل.

2 . فحص

$$\bar{x} = \frac{7,170 + 3 \cdot 150}{48} = \frac{7,620}{48} = 158.75$$

$158.75 < 159.33$ ؛ القول ممكن ✓

الجواب النهائي

ممكن؛ السعر 150 أقلّ من المعدّل الأصليّ، والمعدّل الجديد 158.75 شيكل.

البند ج (II)

II. الزبائن الثلاثة اختاروا قصّة شعر طويل بتخفيض 15 شيكلاً للزبون.

1 . السعر بعد التخفيض

$$180 - 15 = 165$$

$165 > 159.33$ ؛ إضافة هذه القيم تكبر المعدّل.

2 . فحص

$$\bar{x} = \frac{7,170 + 3 \cdot 165}{48} = \frac{7,665}{48} \approx 159.69$$

$159.69 > 159.33$ ، خلاف المعطى بأنّه انخفض؛ القول غير ممكن ✓

الجواب النهائي

غير ممكن؛ السعر 165 أكبر من المعدّل الأصليّ، فيكبر المعدّل إلى حوالي 159.69 شيكل.

البند ج (III)

III. الزبائن الثلاثة اختاروا قَصَّةَ شعرٍ مميَّزةً بتخفيض 35% للزبون.

1. عامل التخفيض والسعر

$$q = 1 - \frac{35}{100} = 0.65$$

$$210 \cdot 0.65 = 136.5$$

$136.5 < 159.33$ ؛ إضافة القيم تُصَغِّرُ المعدَّل.

2. فحص

$$\bar{x} = \frac{7,170 + 3 \cdot 136.5}{48}$$

$$\bar{x} = \frac{7,579.5}{48} \approx 157.91$$

$157.91 < 159.33$ ؛ القول ممكن ✓

الجواب النهائي

ممكن؛ بعد التخفيض السعر 136.5 شيكل، والمعدَّل الجديد حوالي 157.91 شيكل.

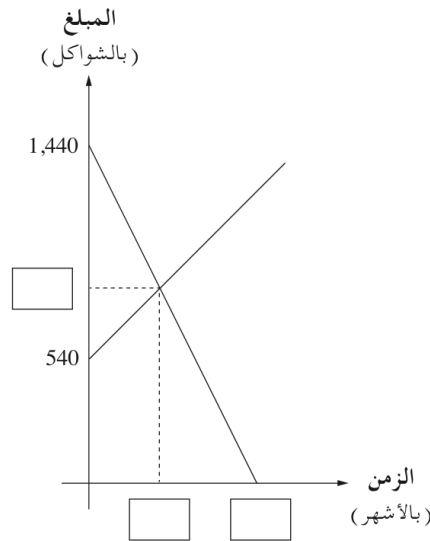
السؤال 6 . مال مازن وريبع

النموذج الخطّي - في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (التعبير، الميزانية، التساوي وقراءة الرسم)

6. في نهاية عطلة الصيف، كان بحوزة مازن 1,440 شيكلاً، وكان بحوزة ربيع 540 شيكلاً. في نهاية عطلة الصيف، قرّر مازن استغلال المال الذي بحوزته للمشاركة في دورة كرة سلة سعرها 120 شيكلاً في الشهر. قرّر ربيع أن لا يستغلّ المال الذي بحوزته، وبدأ بالعمل. في كلّ واحد من الأشهر، منذ نهاية عطلة الصيف فصاعداً، وفّر ربيع 60 شيكلاً.
- أ. (1) كم كان بحوزة مازن بعد مرور 4 أشهر من مشاركته في دورة كرة السلة؟
 (2) كم شهراً يستطيع مازن المشاركة في دورة كرة السلة؟
- ب. نرسم x إلى عدد الأشهر التي مرّت منذ نهاية عطلة الصيف.
- ب. أمامكم أربعة تعابير I-IV .

$$\text{I. } 1,440 + 120x \quad \text{II. } 540x + 60 \quad \text{III. } 540 + 60x \quad \text{IV. } 1,440 - 120x$$

- (1) حدّدوا أيّ تعبير يصف المبلغ الذي كان بحوزة مازن بعد مرور x أشهر.
- (2) حدّدوا أيّ تعبير يصف المبلغ الذي كان بحوزة ربيع بعد مرور x أشهر.
- ج. بعد مرور كم شهراً منذ نهاية عطلة الصيف، كان بحوزة مازن وريبع مبلغ متساوٍ؟
- د. أمامكم رسم فيه رسمان بيانيان يصفان المبلغ الذي كان بحوزة مازن والمبلغ الذي كان بحوزة ربيع، حسب الزمن، منذ نهاية عطلة الصيف.
- استعينوا بالنود السابقة، وأكملوا القيم الملائمة في المستطيلات الفارغة.



البند أ (1)

- في نهاية عطلة الصيف، كان بحوزة مازن 1,440 شيكلاً، وكان بحوزة ربيع 540 شيكلاً. في نهاية عطلة الصيف، قرّر مازن استغلال المال الذي بحوزته للمشاركة في دورة كرة سلة سعرها 120 شيكلاً في الشهر. قرّر ربيع أن لا يستغلّ المال الذي بحوزته، وبدأ بالعمل. في كلّ واحد من الأشهر، منذ نهاية عطلة الصيف فصاعداً، وفّر ربيع 60 شيكلاً.
- (1) كم كان بحوزة مازن بعد مرور 4 أشهر من مشاركته في دورة كرة السلة؟

1 . المعطيات

المبلغ في البداية 1,440 شيكلاً، والمصروف 120 شيكلاً لكل شهر.

2 . التعويض

$$1,440 - 120 \cdot 4 = 1,440 - 480 = 960$$

3 . فحص

$960 + 480 = 1,440$ ؛ المال الباقي مع المصروف يعيدان مبلغ البداية ✓

الجواب النهائي

960 شيكلاً.

البند أ (2)

(2) كم شهراً يستطيع مازن المشاركة في دورة كرة السلة؟

1 . الحساب

$$\frac{1,440}{120} = 12$$

2 . فحص الميزانية

$$12 \cdot 120 = 1,440$$

$$13 \cdot 120 = 1,560$$

اثنا عشر شهراً تستنفد المبلغ؛ الشهر الثالث عشر يتجاوز الميزانية ✓

الجواب النهائي

12 شهراً.

البند ب (1)

نرمز x إلى عدد الأشهر التي مرّت منذ نهاية عطلة الصيف.
أمامكم أربعة تعابير IV-I.

I. $1,440 + 120x$

II. $540x + 60$

III. $540 + 60x$

IV. $1,440 - 120x$

(1) حدّدوا أيّ تعبير يصف المبلغ الذي كان بحوزة مازن بعد مرور x أشهر.

1 . المبلغ الثابت أولاً

في البداية 1,440؛ بعد x أشهر صرف $120x$.

$$1,440 - 120x$$

2 . الاختيار والفحص

التعبير IV؛ عند $x = 0$ يعطي 1,440، وعند $x = 4$ يعطي 960 كما في أ ✓

الجواب النهائي

التعبير IV: $1,440 - 120x$ شيكل.

البند ب (2)

(2) حدّدوا أيّ تعبير يصف المبلغ الذي كان بحوزة ربيع بعد مرور x أشهر.

1 . المبلغ الثابت أولاً

في البداية 540 شيكلاً، وبعد x أشهر يضيف $60x$.

$$540 + 60x$$

2 . الاختيار والفحص

التعبير III؛ عند $x = 0$ يعطي 540، وبعد شهر واحد $540 + 60 = 600$ ✓

الجواب النهائي

التعبير III: $540 + 60x$ شيكل.

البند ج

بعد مرور كم شهراً منذ نهاية عطلة الصيف، كان بحوزة مازن وريع مبلغ متساو؟

1 . نسائي ونحلّ

$$1,440 - 120x = 540 + 60x$$

$$1,440 - 540 = 120x + 60x$$

$$900 = 180x$$

$$x = \frac{900}{180} = 5$$

المبلغ المشترك:

$$1,440 - 120 \cdot 5 = 840$$

في الحلّ الآخر نرسم y إلى المبلغ بالشكل؛ المعادلتان $y = 540 + 60x$ و $y = 1,440 - 120x$.

2 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 120x + y = 1,440 \\ -60x + y = 540 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{vmatrix} 1,440 & 1 \\ 540 & 1 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} 120 & 1 \\ -60 & 1 \end{vmatrix} \quad D_y = \begin{vmatrix} 120 & 1,440 \\ -60 & 540 \end{vmatrix}$$

في كلّ مرّعة: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 120 \cdot 1 - (-60) \cdot 1 = 120 - (-60) = 180$$

$$D_x = 1,440 \cdot 1 - 540 \cdot 1 = 1,440 - 540 = 900$$

$$D_y = 120 \cdot 540 - (-60) \cdot 1,440 = 64,800 - (-86,400) = 151,200$$

نقسم كلّ مرّعة جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{900}{180} = 5$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{151,200}{180} = 840$$

تحقّق: $\checkmark (-60) \cdot 5 + 1 \cdot 840 = 540$ ، $\checkmark 120 \cdot 5 + 1 \cdot 840 = 1,440$

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

$$540 + 60 \cdot 5 = 840$$

المبلغان متساويان بعد 5 أشهر ✓

الجواب النهائي

بعد 5 أشهر؛ المبلغ المشترك 840 شيكلاً.

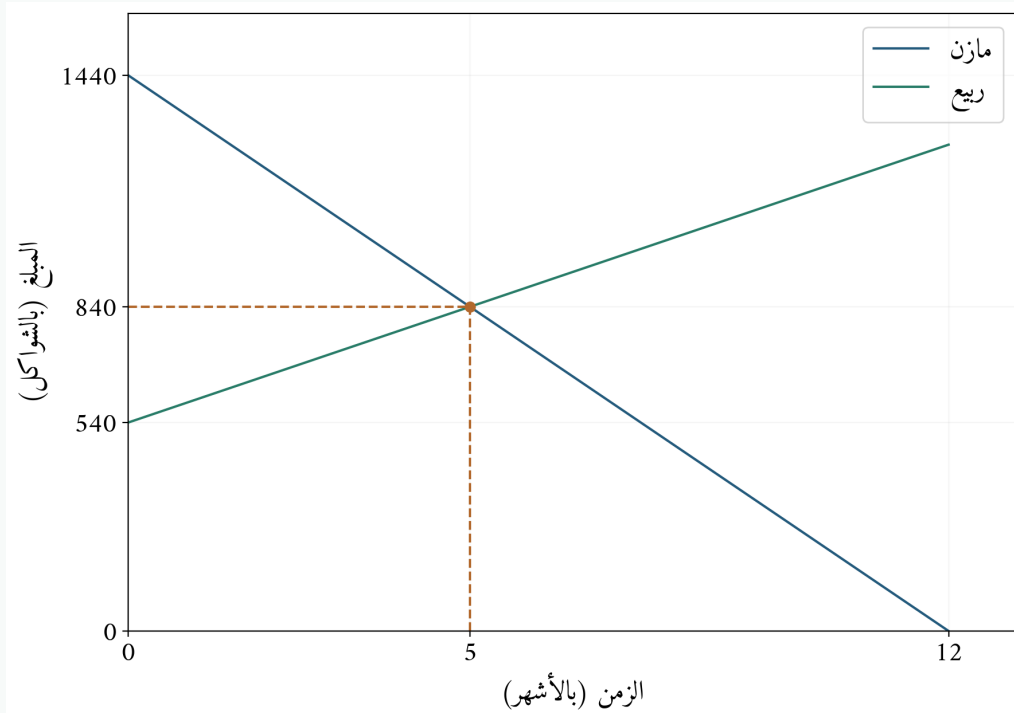
البند د

أمامكم رسم فيه رسمان بيانيان يصفان المبلغ الذي كان بحوزة مازن والمبلغ الذي كان بحوزة ربيع، حسب الزمن، منذ نهاية عطلة الصيف. استعينوا بالنود السابقة، وأكملوا القيم الملائمة في المستطيلات الفارغة.

1 . القيم المطلوبة

على محور المبلغ عند نقطة التقاطع 840 شيكلاً.
على محور الزمن عند التقاطع 5 أشهر، وعند نفاذ مال مازن 12 شهراً.

2 . الرسم المكتمل

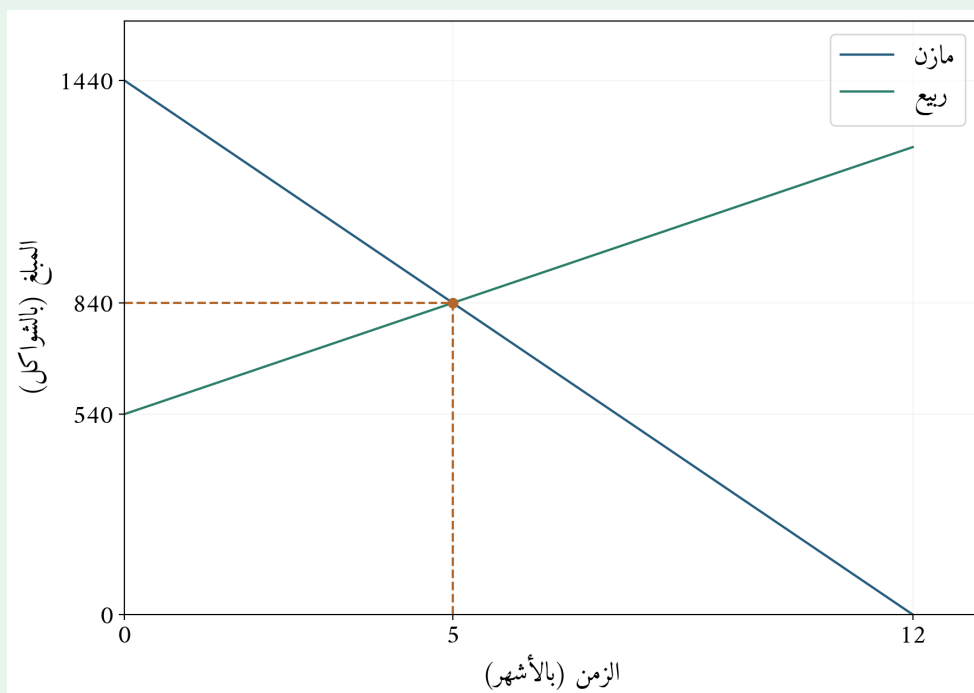


القيم في المستطيلات: 840 على محور المبلغ، و 5 ثم 12 على محور الزمن.

$1,440 - 120 \cdot 12 = 0$ ، وعند 5 أشهر يعطي كلّ تعبیر 840 شيكلاً ✓

الجواب النهائي

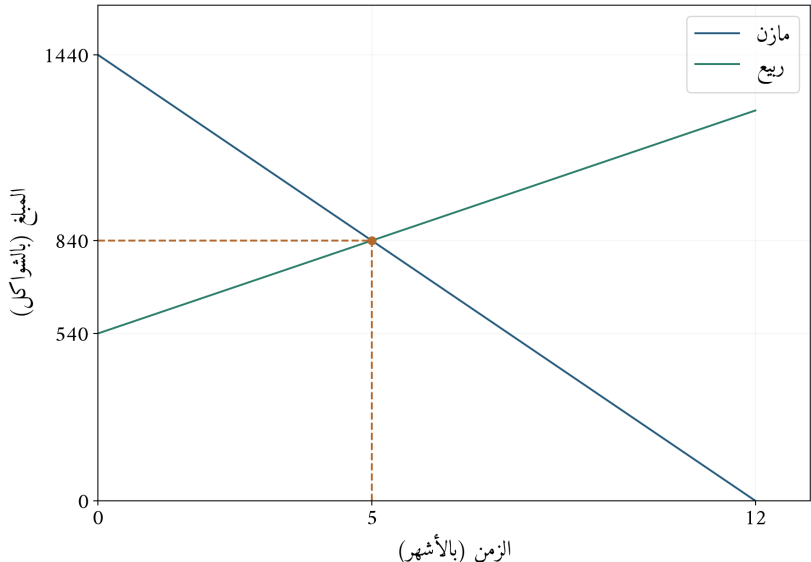
محور المبلغ: 840؛ محور الزمن من اليسار: 5 ثم 12.



الرسم بعد إكمال القيم المطلوبة.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب									
1	أ (1)	20,000 بيغاء خضراء.									
	أ (2)	حوالي 25,194 بيغاء خضراء (25,194.24 قبل التقريب).									
	ب	في مطلع سنة 2015.									
	ج (1)	يزداد العدد بنسبة 4% في كل سنة.									
	ج (2)	<table><tr><th>السنة</th><th>2010</th><th>2011</th><th>2012</th><th>2013</th></tr><tr><td>عدد البيّغوات الزرقاء</td><td>20,000</td><td>20,800</td><td>21,632</td><td>حوالي 22,497</td></tr></table>	السنة	2010	2011	2012	2013	عدد البيّغوات الزرقاء	20,000	20,800	21,632
السنة	2010	2011	2012	2013							
عدد البيّغوات الزرقاء	20,000	20,800	21,632	حوالي 22,497							
2	أ	0.15.									
	ب (1)	0.36.									
	ب (2)	0.445.									
	ج	0.64.									
3	أ	المثلث ABC يشبه المثلث DEF ؛ زاويتان متساويتان مقدار كل منهما 60 درجة، لأنّ المثلثين متساويا الأضلاع.									
	ب (1)	$AK = 36\sqrt{3} \approx 62.35$ سم.									
	ب (2)	حوالي 2,244.6 سم ² .									
	ج (1)	$k = \frac{3}{2} = 1.5$.									
	ج (2)	حوالي 997.6 سم ² .									
	د	حوالي 1,247 سم ² .									
4	أ	حوالي 3.18 متر.									
	ب	حوالي 5.09 متر.									
	ج	حوالي 24.71° (24.7 درجة إلى منزلة واحدة).									
5	أ (1)	45 زيوناً.									
	أ (2)	حوالي 159.33 شيكل للزبون.									

ب	162.5 شيكل للزبون؛ إذا اختار الثلاثة القصّة المميّزة.
ج (I)	يمكن؛ السعر 150 أقلّ من المعدّل الأصليّ، والمعدّل الجديد 158.75 شيكل.
ج (II)	غير ممكن؛ السعر 165 أكبر من المعدّل الأصليّ، فيكبر المعدّل إلى حوالي 159.69 شيكل.
ج (III)	يمكن؛ بعد التخفيض السعر 136.5 شيكل، والمعدّل الجديد حوالي 157.91 شيكل.
أ (1)	960 شيكلًا.
أ (2)	12 شهرًا.
ب (1)	التعبير IV: $1,440 - 120x$ شيكل.
ب (2)	التعبير III: $540 + 60x$ شيكل.
ج	بعد 5 أشهر؛ المبلغ المشترك 840 شيكلًا.
د	محور المبلغ: 840؛ محور الزمن من اليسار: 5 ثمّ 12.
 الرسم بعد إكمال القيم المطلوبة.	