

حلول امتحان البجروت 371

شتاء 2025، الموعد أ

3 وحدات · الصف الحادي عشر · النموذج العربي الرسمي

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

في النموذج ستّة أسئلة؛ لكلّ سؤال 22 درجة. تُسمح الإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاءون، لكنّ مجموع الدرجات لا يزيد على 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

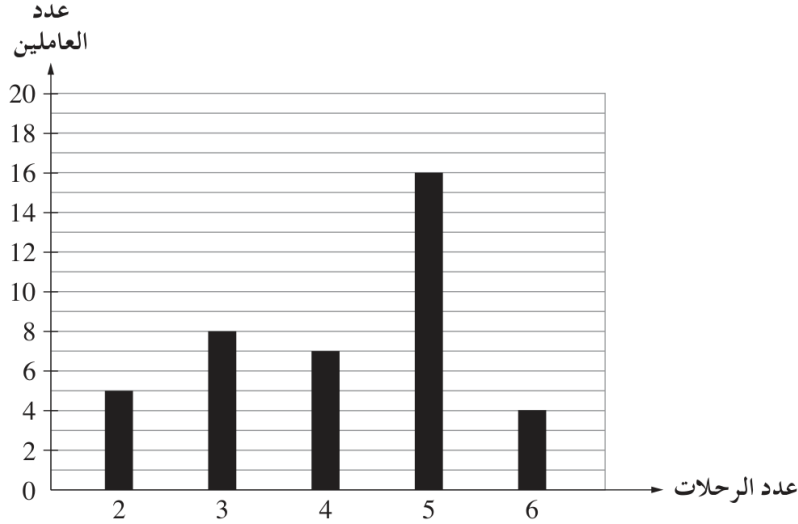
© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصّفيّ مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة والرسوم من النموذج العربيّ الرسميّ لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوقها للوزارة. الحلول والشروح تعليميّة أصليّة وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . رحلات العاملين خارج البلاد

الإحصاء — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المعدل والوسيط من جدول تكرارات والنسبة المئوية)

1. في شركة معينة، يسافر العاملون إلى خارج البلاد عدّة مرّات في السنة لشؤون العمل .
أمامكم مخطّط أعمدة يصف توزيع عدد الرحلات في السنة لجميع العاملين في الشركة .



- أ. (1) جدوا عدد العاملين في الشركة .
(2) جدوا معدّل عدد الرحلات للعاملين في الشركة .
(3) جدوا وسيط عدد الرحلات للعاملين في الشركة .
كلّ عامل في الشركة سافر 4 مرّات أو أكثر حصل على منحة من إدارة الشركة .
ب. جدوا النسبة المئوية للعاملين في الشركة الذين حصلوا على منحة .
في شركة أخرى أيضاً، يسافر العاملون إلى خارج البلاد عدّة مرّات في السنة .
أمامكم جدول يصف توزيع عدد الرحلات في السنة لجميع العاملين في الشركة الأخرى .
نرمز بـ x إلى عدد رحلات 3 عاملين في الشركة .

عدد الرحلات	x	4	2
عدد العاملين	3	11	6

معطى أنّ معدّل عدد رحلات العاملين في الشركتين متساوٍ .
جدوا x .

البند أ (1)

- في شركة معينة، يسافر العاملون إلى خارج البلاد عدّة مرّات في السنة لشؤون العمل .
أمامكم مخطّط أعمدة يصف توزيع عدد الرحلات في السنة لجميع العاملين في الشركة .
(1) جدوا عدد العاملين في الشركة .

1 . من المخطط إلى الجدول

عدد الرحلات	2	3	4	5	6
عدد العاملين	5	8	7	16	4

2 . نجمع التكرارات

$$5 + 8 + 7 + 16 + 4 = 40$$

3 . فحص

كل عمود يجمع العاملين ذوي عدد رحلات واحد؛ لا نضرب هنا بعدد الرحلات، لأن المطلوب عدد العاملين ✓

الجواب النهائي
40 عاملاً.

البند أ (2)

(2) جدوا معدل عدد الرحلات للعاملين في الشركة.

1 . القانون

المعدل $\bar{x}$ = مجموع القيم ÷ عدد القيم؛ من جدول تكرارات نضرب كل قيمة بتكرارها.

2 . مجموع الرحلات

عدد الرحلات	2	3	4	5	6
العدد مضروباً بالتكرار	$2 \cdot 5 = 10$	$3 \cdot 8 = 24$	$4 \cdot 7 = 28$	$5 \cdot 16 = 80$	$6 \cdot 4 = 24$

$$10 + 24 + 28 + 80 + 24 = 166$$

3 . التعويض

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 16 + 6 \cdot 4}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{166}{40} = 4.15$$

4 . فحص

$$\bar{x} = \frac{166}{40} = 4.15$$

وبالعكس $4.15 \cdot 40 = 166$ ؛ المعدل بين 2 و 6 ✓

الجواب النهائي

4.15 رحلة للعامل في السنة.

البند أ (3)

(3) جدوا وسيط عدد الرحلات للعاملين في الشركة.

1 . المكانان الأوسطان

عدد العاملين 40 زوجي؛ المكان $\frac{40}{2} = 20$ و $\frac{40}{2} + 1 = 21$.

2 . نعدّ تراكمياً

عدد الرحلات	2	3	4	5	6
عدد العاملين	5	8	7	16	4
عدد العاملين حتى هذه القيمة	5	13	20	36	40

في المكان 20 القيمة 4، وبالمكان 21 القيمة 5.

3 . الوسيط والفحص

$$\frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

القيمتان الأوسطتان تقعان على طرفي الانتقال من 4 إلى 5؛ الوسيط 4.5 ✓

الجواب النهائي

4.5 رحلة.

البند ب

كلّ عامل في الشركة سافر 4 مرّات أو أكثر حصل على منحة من إدارة الشركة.
جدوا النسبة المئوية للعاملين في الشركة الذين حصلوا على منحة.

1 . العاملون المستحقّون

$$7 + 16 + 4 = 27$$

2 . القانون والتعويض

النسبة المئوية = (الجزء ÷ الكل) × 100%.

$$\frac{27}{40} \cdot 100\% = 67.5\%$$

3 . فحص

من سافروا أقلّ من 4 مرّات عددهم $13 = 8 + 5$ ؛ $40 = 13 + 27$ ، و $27 = \frac{67.5}{100} \cdot 40$ ✓

الجواب النهائي

67.5%

البند ج

في شركة أخرى أيضًا، يسافر العاملون إلى خارج البلاد عدّة مرّات في السنة.
أمامكم جدول يصف توزيع عدد الرحلات في السنة لجميع العاملين في الشركة الأخرى.
نرمز بـ x إلى عدد رحلات 3 عاملين في الشركة.
معطى أنّ معدّل عدد رحلات العاملين في الشركتين متساو.
جدوا x .

1 . المعطيات

عدد الرحلات	x	4	2
عدد العاملين	3	11	6

$$3 + 11 + 6 = 20$$

معدّل الشركة الأخرى أيضًا 4.15 رحلة.

2 . معادلة المعدل

$$\bar{x} = \frac{3x + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 6}{20} = 4.15$$

$$\frac{3x + 44 + 12}{20} = 4.15$$

3 . نحلّ

$$3x + 56 = 4.15 \cdot 20 = 83$$

$$3x = 83 - 56 = 27$$

$$x = \frac{27}{3} = 9$$

4 . فحص

$$\bar{x} = \frac{9 \cdot 3 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 6}{20} = \frac{83}{20} = 4.15$$

نفس المعدل في الشركتين ✓

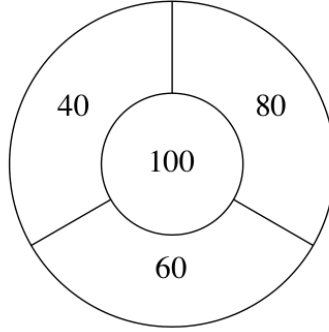
الجواب النهائي

$x = 9$ رحلات.

السؤال 2 . لعبة التسديد إلى الهدف

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (جمع النتائج وضرب الفروع وجدول المجاميع)

2. لوح لعبة تسديد إلى الهدف مُقسَّم إلى أربع مناطق .
في كل منطقة مسجَّل عدد النقاط التي نحوز عليها إذا سدّنا إلى هذه المنطقة (انظروا الرسم) .



تسدد راوية إلى الهدف في هذا اللوح .
الاحتمال بأن تسدد راوية إلى المنطقة المسجَّل فيها 100 هو $\frac{1}{2}$.
الاحتمال بأن تسدد راوية إلى كل واحدة من المناطق المسجَّل فيها 40 أو 60 أو 80 هو متساوٍ ،
ويساوي $\frac{1}{6}$.

أ . سدّدت راوية إلى الهدف مرّة واحدة .

ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت على 80 نقطة أو أكثر؟

سدّدت راوية إلى الهدف مرّتين .

ب . ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت في كل واحدة من المرّتين على 40 نقطة؟

جـ . ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت في المرّتين على نفس عدد النقاط؟

د . ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع النقاط التي حازت عليها راوية في المرّتين مساوياً لـ 160؟

البند أ

لوح لعبة تسديد إلى الهدف مُقسَّم إلى أربع مناطق .
في كل منطقة مسجَّل عدد النقاط التي نحوز عليها إذا سدّنا إلى هذه المنطقة (انظروا الرسم) .
تسدد راوية إلى الهدف في هذا اللوح .

الاحتمال بأن تسدد راوية إلى المنطقة المسجَّل فيها 100 هو $\frac{1}{2}$.
الاحتمال بأن تسدد راوية إلى كل واحدة من المناطق المسجَّل فيها 40 أو 60 أو 80 هو متساوٍ ، ويساوي $\frac{1}{6}$.
سدّدت راوية إلى الهدف مرّة واحدة .
ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت على 80 نقطة أو أكثر؟

1 . المعطيات

عدد النقاط	40	60	80	100
الاحتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

2 . نجمع النتائج الملائمة

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

3 . فحص

الاحتمال لعدد أقل من 80 هو $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ ؛ $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ ✓

الجواب النهائي

$$\frac{2}{3}$$

البند ب

سددت راوية إلى الهدف مرتين.
ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت في كل واحدة من المراتين على 40 نقطة؟

1 . الفرع المطلوب

نستعمل نفس احتمالات التسديد في المراتين، وتسديدتين مستقلتين؛ نضرب على طول الفرع.

2 . الحساب

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

3 . فحص

احتمال 40 في المرتين أصغر من احتمال 40 في مرّة واحدة؛ $\frac{1}{36} < \frac{1}{6}$ ✓

الجواب النهائي

$$\frac{1}{36}$$

البند ج

ما هو الاحتمال بأن تكون راوية قد حازت في المرتين على نفس عدد النقاط؟

1 . الفروع الملائمة

الاولى	الثانية	احتمال الفرع
40	40	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
60	60	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
80	80	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
100	100	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{9}{36}$

2 . نجمع

$$\frac{1 + 1 + 1 + 9}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

3 . فحص

أكبر مساهمة هي فرع 100 مع 100 لأنّ احتمالاه أكبر؛ لا يجوز إعطاء النتائج الأربع احتمالاً متساوياً ✓

الجواب النهائي

$$\frac{1}{3}$$

البند د

ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع النقاط التي حازت عليها راوية في المَرَّتَيْن مساوياً لـ 160؟

1 . الأزواج الملائمة

التسديدة الثانية

التسديدة الأولى		40	60	80	100
	40	80	100	120	140
	60	100	120	140	160
	80	120	140	160	180
	100	140	160	180	200

كلّ خانة تعرض مجموع التسديتين؛ الخانات الملونة مجموعها 160.

الأولى	الثانية	احتمال الفرع
60	100	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{36}$
100	60	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{36}$
80	80	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

2 . نجمع

$$\frac{3 + 3 + 1}{36} = \frac{7}{36}$$

3 . ففص

المجاميع $100 + 60$ و $60 + 100$ و $80 + 80$ كلها 160. لا يوجد فرع يبدأ 40، لأنه يحتاج إلى 120 في التسديدة الأخرى، وهي ليست نتيجة ممكنة ✓

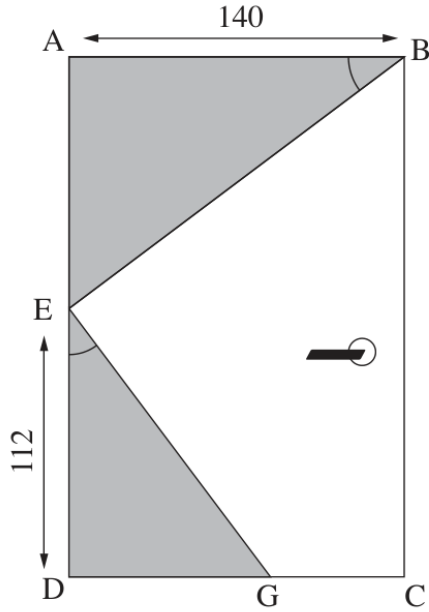
الجواب النهائي

$$\frac{7}{36}$$

السؤال 3 . ألوان الباب المستطيل

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 4: كيف نفسر أنّ المثلثين متشابهان؟ . تمهيد 5: نسبة التشابه . تمهيد 6: إيجاد أضلاع ناقصة في مثلثين متشابهين . تمهيد 9: المحيط والمساحة في مثلثين متشابهين

عنقود الاهتداء في المستوى وفي الفراغ



3. معطى باب شكله المستطيل ABCD .

النقطة E تقع على الضلع AD ،

والنقطة G تقع على الضلع DC .

لَوْنُوا المثلثين ABE و DEG باللون الرماديّ،

ولَوْنُوا القسم الباقي بالأبيض (انظروا الرسم) .

معطى أنّ: $\angle ABE = \angle DEG$.

أ. فسّروا لماذا المثلثان ABE و DEG متشابهان .

معطى أنّ: $AB = 140$ سم ، $DE = 112$ سم .

ب. جدوا نسبة التشابه بين المثلثين ABE و DEG .

معطى أنّ: $AD = 217$ سم .

ج. جدوا طول القطعة DG .

د. (1) احسبوا المساحة الكلّية التي لَوْنُوها بالرماديّ .

(2) احسبوا المساحة التي لَوْنُوها بالأبيض (الشكل الرباعيّ BEGC) .

البند أ

معطى باب شكله المستطيل ABCD .

النقطة E تقع على الضلع AD ، والنقطة G تقع على الضلع DC .

لَوْنُوا المثلثين ABE و DEG باللون الرماديّ، ولَوْنُوا القسم الباقي بالأبيض (انظروا الرسم) .

معطى أنّ: $\angle DEG = \angle ABE$.

فسّروا لماذا المثلثان ABE و DEG متشابهان .

1 . الزاوية الأولى

$$\angle DEG = \angle ABE$$

معطى في السؤال .

2 . الزاوية الثانية

$$\angle EDG = \angle BAE = 90^\circ$$

كلاهما قائمتان؛ زاويتا المستطيل عند D و A .

3 . الاستنتاج والتناظر

المثلث DEG يشبه المثلث ABE . الرأس D يناظر A ، E يناظر B ، و G يناظر E .
 DE يناظر AB ، و DG يناظر AE ، و EG يناظر BE ؛ الترتيب يحافظ على الزوايا المتساوية ✓

الجواب النهائي

المثلث DEG يشبه المثلث ABE ؛ زاويتان متساويتان بالمعطى، والزاويتان عند D و A قائمتان لأن الشكل مستطيل.

البند ب

معطى أن: $AB = 140$ سم، $DE = 112$ سم.
جدوا نسبة التشابه بين المثلثين ABE و DEG .

1 . الأضلاع المتناظرة

DE في المثلث الأول يناظر AB في الثاني؛ المطلوب نسبة الصغير إلى الكبير.

2 . الحساب

$$k = \frac{DE}{AB} = \frac{112}{140} = \frac{4}{5} = 0.8$$

3 . فحص

$112 = 140 \cdot 0.8$ ؛ النسبة أصغر من 1 لأن الأول أصغر ✓

الجواب النهائي

$$k = \frac{4}{5} = 0.8$$

البند ج

معطى أن: $AD = 217$ سم.
جدوا طول القطعة DG .

1 . الضلع الكبير المناظر

النقطة E على AD ؛ لذلك $AE = AD - DE$.

$$AE = 217 - 112 = 105$$

2 . التشابه

DG يناظر AE ؛ من الكبير إلى الصغير نضرب في $k = 0.8$.

$$DG = 0.8 \cdot 105 = 84$$

3 . فحص

$$\frac{84}{105} = 0.8 = \frac{112}{140}$$

الضلعان المتناظران يحققان النسبة نفسها ✓

الجواب النهائي

84 سم.

البند د (1)

(1) احسبوا المساحة الكلية التي لونها بالرمادي.

1 . القانون

مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$ ؛ في المثلث القائم نستعمل القائمين.

2 . المثلث الكبير

$$S_{ABE} = \frac{AB \cdot AE}{2} = \frac{140 \cdot 105}{2} = 7,350$$

3 . المثلث الصغير

$$S_{DEG} = \frac{DE \cdot DG}{2} = \frac{112 \cdot 84}{2} = 4,704$$

4 . المجموع والفحص

$$7,350 + 4,704 = 12,054$$

$$\frac{4,704}{7,350} = 0.64 = 0.8^2$$

نسبة المساحتين تساوي مربع نسبة التشابه ✓

الجواب النهائي

12,054 سم²

البند (2)

(2) احسبوا المساحة التي لونها بالأبيض (الشكل الرباعي BEGC).

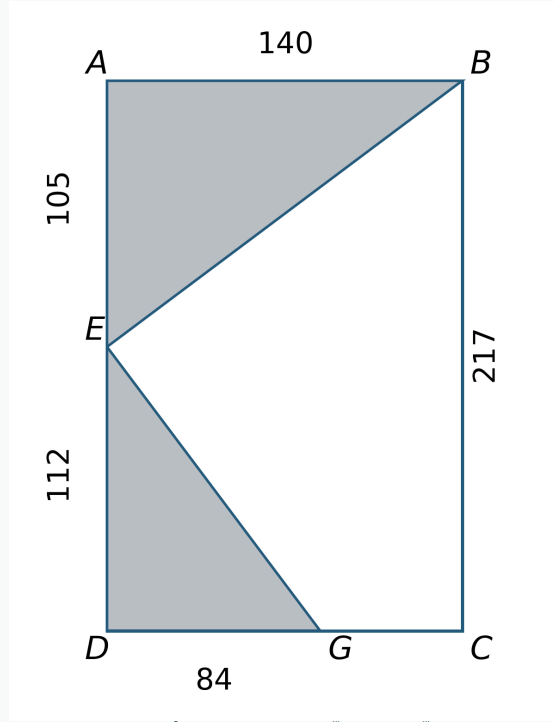
1 . مساحة المستطيل

مساحة المستطيل = الطول × العرض.

$$S_{ABCD} = 140 \cdot 217 = 30,380$$

2 . المساحة البيضاء

$$S_{BEGC} = 30,380 - 12,054 = 18,326$$



المثلثان الرماديان وباقي الباب الأبيض.

3 . فخص

$$18,326 + 12,054 = 30,380$$

المساحات الملونة والبيضاء تغطي المستطيل كاملاً ✓

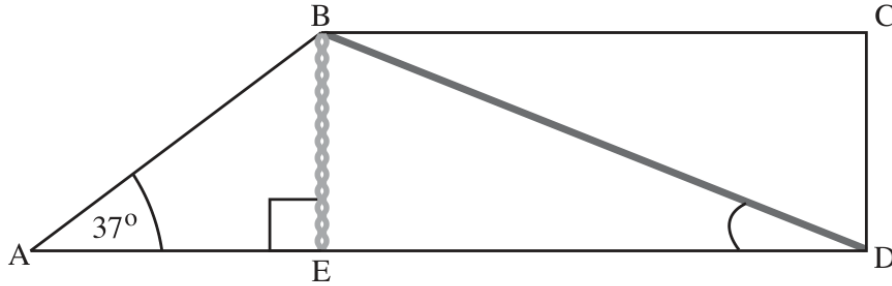
الجواب النهائي

18,326 سم².

السؤال 4 . منشأة اللعب وحبل التسلق

حساب المثلثات — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 6 . تمهيد 2: تذكير: نظرية فيثاغورس . تمهيد 5: إيجاد ضلع (1): الضلع المجهول في البسط . تمهيد 7: إيجاد زاوية . تمهيد 9: مثلثان لهما ضلع مشترك، وزاوية الارتفاع .

4. في حديقة ألعاب، بنوا منشأة للعب شكلها شبه منحرف قائم الزاوية $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $\angle BCD = 90^\circ$). الضلع AD موضوع على الأرض. من النقطة D إلى النقطة B ، بنوا عارضة سائدة للمنشأة (BD) . BE هو حبل تسلق يُعتمد الأرض (انظروا الرسم).



معطى أن: $AB = 4$ أمتار، $\angle BAE = 37^\circ$.

أ. جدوا طول حبل التسلق (BE) .

معطى أن طول العارضة السائدة (BD) هو 6.5 متر.

ب. (1) جدوا طول القطعة ED .

(2) جدوا طول الضلع AD .

حسب طلب مهندس البلدية، الزاوية التي بين العارضة السائدة والأرض $(\angle BDE)$ يجب أن تكون أكبر من 20° .

ج. هل المنشأة تلائم طلب المهندس؟ عللوا إجابتكم.

البند أ

- في حديقة ألعاب، بنوا منشأة للعب شكلها شبه منحرف قائم الزاوية $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $\angle BCD = 90^\circ$). الضلع AD موضوع على الأرض. من النقطة D إلى النقطة B ، بنوا عارضة سائدة للمنشأة (BD) . BE هو حبل تسلق يُعتمد الأرض (انظروا الرسم). معطى أن: $AB = 4$ أمتار، $\angle BAE = 37^\circ$. جدوا طول حبل التسلق (BE) .

1 . تحديد الأضلاع

المثلث ABE قائم عند E ؛ بالنسبة إلى الزاوية $A = 37^\circ$ ، $AB = 4$ م وتر BE مقابل.

2 . المعادلة والحساب

$$\sin 37^\circ = \frac{BE}{4}$$

$$\sin 37^\circ \approx 0.6018$$

$$BE \approx 4 \cdot 0.6018 = 2.4072 \approx 2.41$$

3 . فحص

الوتر 4 أطول من القائم 2.41؛ الحبل طوله حوالي 2.41 م ✓

الجواب النهائي

حوالي 2.41 متر.

البند ب (1)

معطى أن طول العارضة الساندة (BD) هو 6.5 متر.
(1) جدوا طول القطعة ED .

1 . المعطيات والقانون

المثلث BED قائم عند E ؛ $BD = 6.5$ م وتر، و $BE \approx 2.41$ م قائم.

$$BD^2 = BE^2 + ED^2$$

2 . التعويض والحساب

$$ED^2 \approx 6.5^2 - 2.41^2 = 42.25 - 5.8081 = 36.4419$$

$$ED \approx \sqrt{36.4419} \approx 6.04$$

3 . فحص

الوتر 6.5 أطول من كل قائم؛ وباستعمال مربع الطول قبل التقريب: $36.4419 + 5.8081 = 42.25 = 6.5^2$ ✓

الجواب النهائي

حوالي 6.04 متر.

البند ب (2)

(2) جدوا طول الضلع AD .

1 . نجد القطعة الأولى

في المثلث ABE ، AE مجاور للزاوية A ، و $AB = 4$ م وتر.

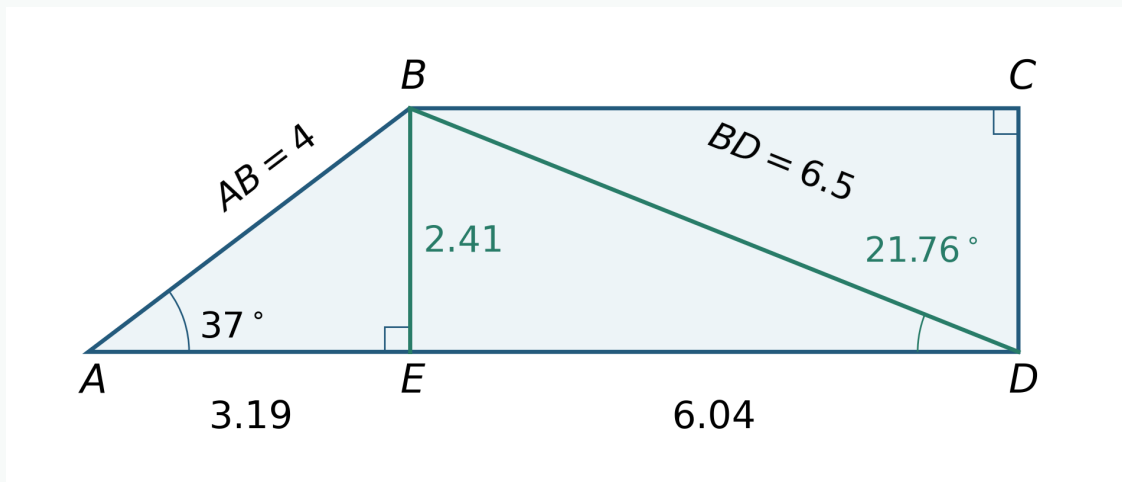
$$\cos 37^\circ = \frac{AE}{4}$$

$$\cos 37^\circ \approx 0.7986$$

$$AE \approx 4 \cdot 0.7986 = 3.1944 \approx 3.19$$

2 . نجمع القطعتين

$$AD = AE + ED \approx 3.19 + 6.04 = 9.23$$



الحبل المشترك يقسم المنشأة إلى مثلثين قائمين.

3 . فحص

✓ $9.23 - 6.04 = 3.19$ ؛ طرح القطعة الثانية يعيد الأولى ✓

نستعمل الأطوال المقربة إلى منزلتين كما في المرشد. الرسم يعرض 2.407 م و 6.038 م و 9.232 م؛ فروقها عن 2.41 م و 6.04 م و 9.23 م فروق تقريب فقط، وكلها مقبولة في الفحص.

الجواب النهائي

حوالي 9.23 متر.

البند ج

حسب طلب مهندس البلدية، الزاوية التي بين العارضة الساندة والأرض ($\angle BDE$) يجب أن تكون أكبر من 20° . هل المنشأة تلائم طلب المهندس؟ علّلوا إجابتكم.

1 . تحديد الأضلاع

في المثلث BDE ، بالنسبة إلى الزاوية D ، $BE \approx 2.41$ م مقابل $BD = 6.5$ م وتر.

2 . النسبة والزاوية

$$\sin D \approx \frac{2.41}{6.5} \approx 0.3708$$

$$\angle BDE \approx \sin^{-1}(0.3708) \approx 21.76^\circ$$

3 . المقارنة والفحص

$21.76 > 20$ ؛ لذلك المنشأة تلائم طلب المهندس.

للتأكد، الحبل اللازم لزاوية 20° درجة هو $6.5 \cdot \sin 20^\circ \approx 2.22$ م، وهو أقصر من 2.41 م ✓

الجواب النهائي

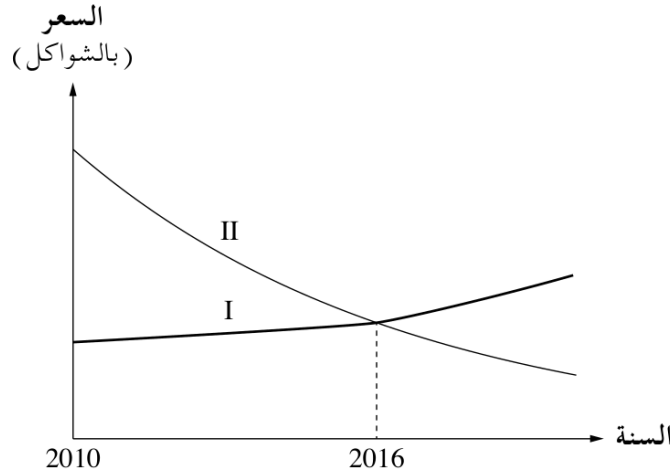
نعم؛ زاوية العارضة مع الأرض حوالي 21.76° ، وهي أكبر من 20° .

السؤال 5 . السيارة القديمة والسيارة العائلية

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 3: قانون التزايد والتناقص . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين . تمهيد 8: الرسوم البيانية

عنقود المال والاقتصاد

5. سعر سيارة قديمة (عتيقة) يزداد في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة، وسعر سيارة عائلية يقل في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة.
- الرسمان البيانيان I-II اللذان أمامكم يصفان سعر كل واحدة من السيارتين، حسب السنة.



- أ. حسب الرسمين البيانيين؛ هل كان سعر السيارة القديمة في مطلع سنة 2010 أعلى من سعر السيارة العائلية؟

في مطلع سنة 2010 كان سعر السيارة القديمة 40,000 شيكل،

وفي مطلع سنة 2012 كان سعرها 42,436 شيكلاً.

ب. (1) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها سعر السيارة القديمة في كل سنة.

(2) جدوا كم كان سعر السيارة القديمة في مطلع سنة 2016.

في مطلع سنة 2016، كان سعر السيارتين متساوياً.

سعر السيارة العائلية يقل في كل سنة بـ 15%.

وفُرت عبيير مالا لشراء سيارة. في مطلع سنة 2017 كان بحوزتها 41,000 شيكل.

ج. هل استطاعت عبيير في مطلع هذه السنة أن تشتري السيارة العائلية؟ عللوا إجابتكم.

البند أ

سعر سيارة قديمة (عتيقة) يزداد في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة، وسعر سيارة عائلية يقل في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة.

الرسمان البيانيان I-II اللذان أمامكم يصفان سعر كل واحدة من السيارتين، حسب السنة.

حسب الرسمين البيانيين؛ هل كان سعر السيارة القديمة في مطلع سنة 2010 أعلى من سعر السيارة العائلية؟

1 . نحدّد الرسمين

القديمة يزداد سعرها، فيمثّلها الرسم التصاعدي I؛ والعائلة يقلّ سعرها، فيمثّلها الرسم II.

2 . نقارن البديتين

عند 2010 يبدأ الرسم I أسفل II؛ إذن القديمة أرخص، وليس سعرها أعلى.

3 . فحص

يلتقي الرسمان لاحقاً في 2016؛ قبل الالتقاء يكون سعر القديمة أقلّ كما يظهر في الرسم ✓

الجواب النهائي

لا؛ الرسم I للقديمة يبدأ أسفل الرسم II للعائلة في 2010.

البند (1)

في مطلع سنة 2010 كان سعر السيارة القديمة 40,000 شيكل، وفي مطلع سنة 2012 كان سعرها 42,436 شيكلاً.
(1) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها سعر السيارة القديمة في كلّ سنة.

1 . المعطيات والقانون

$A_0 = 40,000$ شيكل، $A_2 = 42,436$ شيكلاً، $n = 2012 - 2010 = 2$.

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . نجد العامل

$$42,436 = 40,000 \cdot q^2$$

$$q^2 = \frac{42,436}{40,000} = 1.0609$$

$$q = \sqrt{1.0609} = 1.03$$

3 . نسبة التزايد

$$(1.03 - 1) \cdot 100\% = 3\%$$

4 . فحص

$$40,000 \cdot 1.03^2 = 42,436$$

السعران يحققان المعطيات ✓

الجواب النهائي

يزداد السعر بـ 3% في كل سنة.

البند ب (2)

(2) جدوا كم كان سعر السيارة القديمة في مطلع سنة 2016.

1 . المعطيات والقانون

$A_0 = 40,000$ شيكل، $q = 1.03$ ، $n = 2016 - 2010 = 6$

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . التعويض والحساب

$$A_6 = 40,000 \cdot 1.03^6 \approx 47,762.09$$

3 . الاستنتاج والفحص

سعرها حوالي 47,762 شيكلاً.

$$\frac{47,762.09}{1.03^6} \approx 40,000$$

القسمة تعيد سعر 2010 ✓

الجواب النهائي

حوالي 47,762 شيكلاً (47,762.09 شيكلاً).

البند ج

في مطلع سنة 2016، كان سعر السيارتين متساوياً.
سعر السيارة العائلية يقل في كل سنة بـ 15%.

وفرت عبير مالا لشراء سيارة. في مطلع سنة 2017 كان بحوزتها 41,000 شيكل.
هل استطاعت عبير في مطلع هذه السنة أن تشتري السيارة العائلية؟ عللوا إجابتكم.

1 . المعطيات والعامل

سعر العائلية في 2016 أيضاً حوالي 47,762.09 شيكلاً؛ إلى 2017 سنة واحدة.

$$q = 1 - \frac{15}{100} = 0.85$$

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$A_1 \approx 47,762.09 \cdot 0.85 \approx 40,597.78$$

3 . المقارنة والفحص

$$41,000 - 40,597.78 = 402.22$$

المال المتوفر أكبر من السعر، فستطيع الشراء ويتبقى حوالي 402.22 شيكل.

كما يقتضي التناقص ✓ $40,597.78 < 47,762.09$

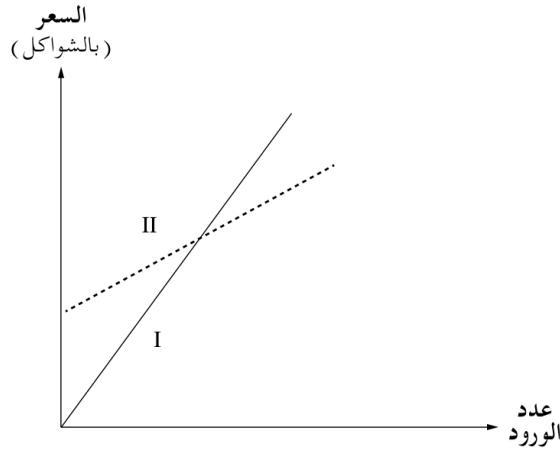
الجواب النهائي

نعم؛ السعر حوالي 40,597.78 شيكلاً، أقل من 41,000، ويتبقى حوالي 402.22 شيكل.

السؤال 6 . شراء الورود من المشتل

النموذج الخطّي — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المبلغ الثابت، الانحدار، التعبير، التساوي والميزانية)

6. في مشتل معيّن، يمكن شراء ورود بطريقتين: من دكان المشتل أو من موقع الإنترنت التابع للمشتل .
عند الشراء من الدكان، سعر كل وردة هو 7.5 شيكل .
عند الشراء من موقع الإنترنت، سعر كل وردة هو 5 شواكل، وبالإضافة إلى ذلك يجب دفع 40 شيكلًا مقابل التوصيل .
أمامكم رسمان بيانيان II-I يصفان الطريقتين الممكنتين لشراء الورود .



- أ. حدّدوا أيّ من الرسمين البيانيين II-I يصف شراء الورود من موقع الإنترنت .
ب. أمامكم ثلاثة تعابير، 3-I . حدّدوا ما هو التعبير الملائم لثمن x ورود عند الشراء من الدكان .
1. 7.5
2. $7.5x$
3. $7.5x + 40$
ج. اكتبوا تعبيرًا يلائم ثمن x ورود عند الشراء من موقع الإنترنت .
د. جدوا مقابل كم وردة، سيكون ثمن الشراء من الدكان مساويًا لثمن الشراء من موقع الإنترنت .
هـ. جدوا كم وردة يمكن شراؤها من موقع الإنترنت بمبلغ 210 شواكل .
اشترت عرين ورودًا من الدكان، وبعد ذلك اشترت من موقع الإنترنت ورودًا إضافية .
عدد الورود التي اشترتها عرين من الدكان كان مساويًا لعدد الورود التي اشترتها من موقع الإنترنت .
دفعت عرين مبلغًا كليًا قدره 490 شيكلًا .
و. جدوا كم وردة اشترت عرين من موقع الإنترنت .

البند أ

- في مشتل معيّن، يمكن شراء ورود بطريقتين: من دكان المشتل أو من موقع الإنترنت التابع للمشتل .
عند الشراء من الدكان، سعر كل وردة هو 7.5 شيكل .
عند الشراء من موقع الإنترنت، سعر كل وردة هو 5 شواكل، وبالإضافة إلى ذلك يجب دفع 40 شيكلًا مقابل التوصيل .
أمامكم رسمان بيانيان II-I يصفان الطريقتين الممكنتين لشراء الورود .
حدّدوا أيّ من الرسمين البيانيين II-I يصف شراء الورود من موقع الإنترنت .

1 . المبلغ الثابت

للإنترنت 40 شيكلاً توصيلاً حتى قبل حساب ثمن الورود؛ يبدأ الرسم أعلى من نقطة الأصل.

2 . الانحدار والاختيار

يزداد ثمن الإنترنت 5 شواكل لكلّ وردة، أقلّ من 7.5 في الدّكان؛ رسمه أقلّ انحداراً. الرسم II هو المطلوب.

3 . فحص

الرسم II يبدأ بمبلغ موجب، بينما رسم الدّكان I يبدأ من الأصل وهو أشدّ انحداراً ✓

الجواب النهائيّ

الرسم II؛ يبدأ من 40 شيكلاً ويزداد 5 شواكل لكلّ وردة.

البند ب

أمامكم ثلاثة تعابير، 1-3. حدّدوا ما هو التعبير الملائم لثمن x ورود عند الشراء من الدّكان.

1. 7.5

2. $7.5x$

3. $7.5x + 40$

1 . التعبير

ثمن وردة واحدة 7.5 شيكل؛ ثمن x ورود هو $7.5x$ ، التعبير 2.

2 . فحص

عند $x = 1$ الثمن 7.5، وعند $x = 0$ الثمن 0؛ لا توجد رسوم توصيل في الدّكان ✓

الجواب النهائيّ

التعبير 2: $7.5x$ شيكل.

البند ج

اكتبوا تعبيراً يلائم ثمن x ورود عند الشراء من موقع الإنترنت.

1 . الثابت والمتغير

40 شيكلاً للتوصيل، و 5 شواكل لكلّ وردة من x ورود.

2 . التعبير

$$40 + 5x$$

3 . فحص

عند صفر ورود يبقى الحدّ الثابت 40؛ كلّ وردة تزيد الثمن 5 شواكل ✓

الجواب النهائي

$$40 + 5x \text{ شيكلاً.}$$

البند د

جدوا مقابل كم وردة، سيكون ثمن الشراء من الدكان مساوياً لثمن الشراء من موقع الإنترنت.

1 . المعادلة

نرمز بـ x إلى عدد الورد، وبـ y إلى الثمن المشترك بالشواكل للحلّ الإضافي.

$$7.5x = 40 + 5x$$

2 . نحلّ بالموازنة

$$7.5x - 5x = 40$$

$$2.5x = 40$$

$$x = \frac{40}{2.5} = 16$$

$$7.5 \cdot 16 = 120$$

3 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -7.5x + y = 0 \\ -5x + y = 40 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 40 & 1 \\ \hline \end{array} \quad D = \begin{array}{|c|c|} \hline -7.5 & 1 \\ \hline -5 & 1 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline -7.5 & 0 \\ \hline -5 & 40 \\ \hline \end{array}$$

في كلّ مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-7.5) \cdot 1 - (-5) \cdot 1 = -7.5 - (-5) = -2.5$$

$$D_x = 0 \cdot 1 - 40 \cdot 1 = 0 - 40 = -40$$

$$D_y = (-7.5) \cdot 40 - (-5) \cdot 0 = -300 - 0 = -300$$

نقسم كلّ مربع جانبيّ على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-40}{-2.5} = 16$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-300}{-2.5} = 120$$

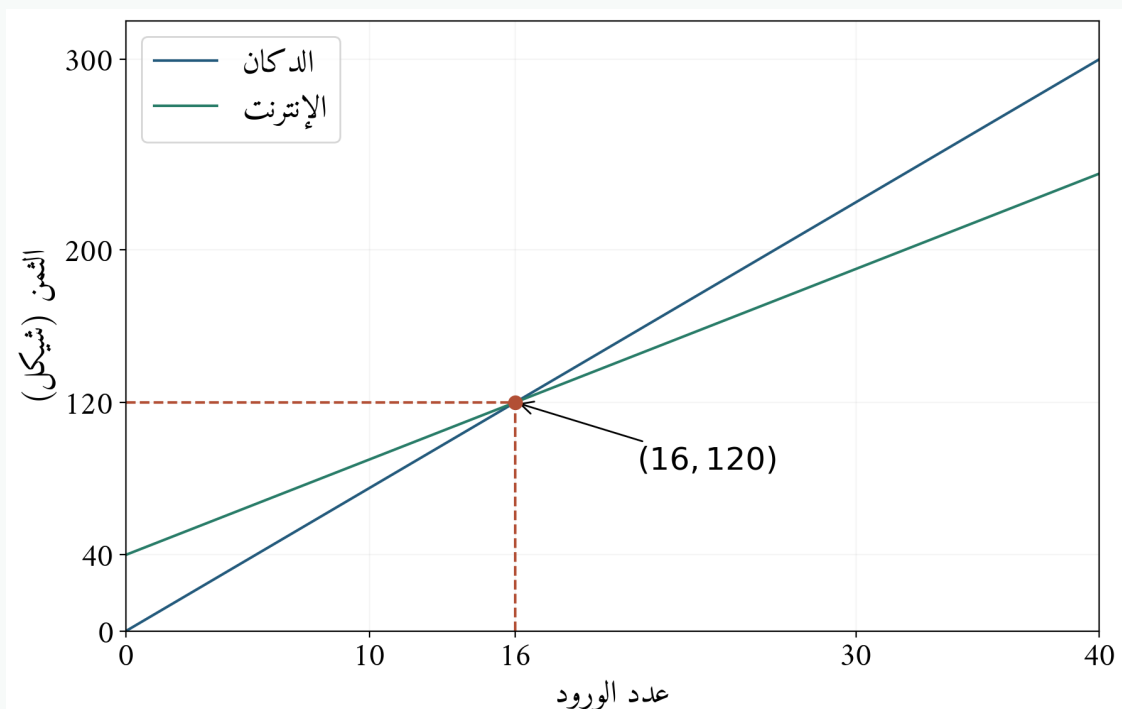
تحقّق: $0 = (-7.5) \cdot 16 + 1 \cdot 120$ ، $40 = (-5) \cdot 16 + 1 \cdot 120$ ✓

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

$$40 + 5 \cdot 16 = 40 + 80 = 120$$

لشراء 16 وردة، الثمن 120 شيكلاً بكتنا الطريقتين ✓



يتساوى الثمن عند 16 وردة و 120 شيكلاً.

الجواب النهائي

16 وردة؛ الثمن المشترك 120 شيكلاً.

البند هـ

جدوا كم وردة يمكن شراؤها من موقع الإنترنت بمبلغ 210 شواكل.

1 . المعادلة

$$40 + 5x = 210$$

2 . الحساب

$$5x = 210 - 40 = 170$$

$$x = \frac{170}{5} = 34$$

3 . فحص

$$40 + 5 \cdot 34 = 40 + 170 = 210$$

الثن يساوي المبلغ المتوفّر تماماً ✓

الجواب النهائي

34 وردة.

البند و

اشترت عرين وروداً من الدكان، وبعد ذلك اشترت من موقع الإنترنت وروداً إضافية. عدد الورود التي اشترتها عرين من الدكان كان مساوياً لعدد الورود التي اشترتها من موقع الإنترنت. دفعت عرين مبلغاً كلياً قدره 490 شيكلاً. جدوا كم وردة اشترت عرين من موقع الإنترنت.

1 . المجهول والتعبيران

نرمز بـ x إلى عدد الورود من كلّ طريقة؛ العددين متساويان.

الطريقة	عدد الورود	الثن (شيكلاً)
الدكان	x	$7.5x$
الإنترنت	x	$40 + 5x$

2 . المعادلة والحساب

$$7.5x + (40 + 5x) = 490$$

$$40 + 12.5x = 490$$

$$12.5x = 490 - 40 = 450$$

$$x = \frac{450}{12.5} = 36$$

3 . فحس

للدكان: $270 = 7.5 \cdot 36$ شيكلاً. للإنترنت: $220 = 40 + 5 \cdot 36$ شيكلاً.

$$270 + 220 = 490$$

36 وردة من كل طريقة، والتوصيل محسوب مرّة واحدة ✓

الجواب النهائي

36 وردة من موقع الإنترنت (و 36 وردة من الدكان).

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ (1)	40 عاملاً.
	أ (2)	4.15 رحلة للعامل في السنة.
	أ (3)	4.5 رحلة.
	ب	67.5%.
	ج	$x = 9$ رحلات.
2	أ	$\frac{2}{3}$.
	ب	$\frac{1}{36}$.
	ج	$\frac{1}{3}$.
	د	$\frac{7}{36}$.
3	أ	المثلث DEG يشبه المثلث ABE ؛ زاويتان متساويتان بالمعطى، والزاويتان عند D و A قائمتان لأنّ الشكل مستطيل.
	ب	$k = \frac{4}{5} = 0.8$.
	ج	84 سم.
	د (1)	12,054 سم ² .
	د (2)	18,326 سم ² .
4	أ	حوالي 2.41 متر.
	ب (1)	حوالي 6.04 متر.
	ب (2)	حوالي 9.23 متر.
	ج	نعم؛ زاوية العارضة مع الأرض حوالي 21.76° ، وهي أكبر من 20° .
5	أ	لا؛ الرسم I للقدّيمة يبدأ أسفل الرسم II للعائليّة في 2010.
	ب (1)	يزداد السعر بـ 3% في كلّ سنة.
	ب (2)	حوالي 47,762 شيكلاً (47,762.09 شيكلاً).

	ج	نعم؛ السعر حوالي 40,597.78 شيكلاً، أقل من 41,000، ويتبقى حوالي 402.22 شيكل.
6	أ	الرسم II؛ يبدأ من 40 شيكلاً ويزداد 5 شواكل لكل وردة.
	ب	التعبير $2: 7.5x$ شيكل.
	ج	$40 + 5x$ شيكلاً.
	د	16 وردة؛ الثمن المشترك 120 شيكلاً.
	هـ	34 وردة.
	و	36 وردة من موقع الإنترنت (و 36 وردة من الدكان).