

حلول امتحان البجروت 371

صيف 2025، الموعد ب

3 وحدات . الصفّ الحادي عشر . النموذج العربيّ الرسميّ

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسية التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائيّ مع الوحدة.

في النموذج ستّة أسئلة؛ لكلّ سؤال 22 درجة. تُسمح الإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاءون، لكنّ مجموع الدرجات لا يزيد على 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائيّة.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلّم الشخصيّ أو الصفّيّ مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة والرسوم من النموذج العربيّ الرسميّ لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوقها للوزارة. الحلول والشروح تعليميّة أصليّة وليست حلًا رسميًا.

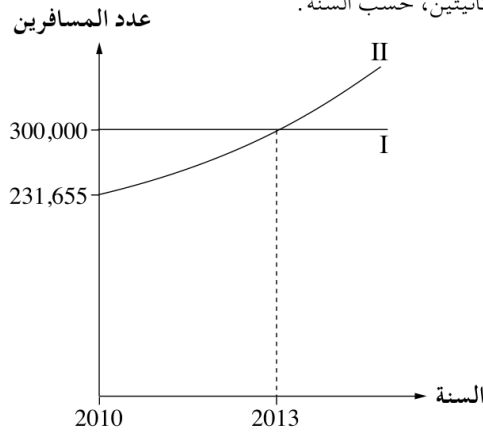
السؤال 1 . فحص جوازات السفر في المطار

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 3: قانون التزايد والتناقص . تمهيد 5: بعد كم فترة؟ . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين . تمهيد 8: الرسوم البيانية

1. توجد في مطار معين إمكانيّتان لفحص جوازات سفر المسافرين — بواسطة محطة مُحوسّبة أو بواسطة عاملي الأمن.

وُجِدَ أنه في السنوات 2010–2016 ، عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة ازداد بنسبة مئوية ثابتة في كلّ سنة، وعدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن لم يتغيّر.

أمامكم رسمان بيانيان II-I ، كلّ واحد منهما يصف عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم في المطار بواسطة إحدى الإمكانيتين، حسب السنة.



أ. حدّدوا أيّاً من الرسمين البيانيين II-I يصف عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة.

في مطلع سنة 2013 ، عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة كان مساوياً لعدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن.

ب. (1) حسب الرسم البياني، ما هو عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة في مطلع سنة 2013؟

(2) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها، في كلّ سنة، عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة.

ج. جدوا عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة في مطلع سنة 2016.

د. جدوا بعد مرور كم من الوقت منذ مطلع سنة 2013 ، كان عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة أكبر بـ 56,430 من عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن.

البند أ

توجد في مطار معين إمكانيّتان لفحص جوازات سفر المسافرين — بواسطة محطة مُحوسّبة أو بواسطة عاملي الأمن. وُجِدَ أنه في السنوات 2010–2016 ، عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة ازداد بنسبة مئوية ثابتة في كلّ سنة، وعدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن لم يتغيّر.

أمامكم رسمان بيانيان II-I ، كلّ واحد منهما يصف عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم في المطار بواسطة إحدى الإمكانيتين، حسب السنة.

حدّدوا أيّاً من الرسمين البيانيين II-I يصف عدد المسافرين الذين فُحصت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحوسّبة.

1 . نقرأ المعطى

عدد المفحوصين بالمحطة المحوسبة يزداد، وعدد المفحوصين بواسطة عاملي الأمن ثابت.

2 . نختار الرسم

الرسم II تصاعدي، أما الرسم I فأفقي، إذن II يصف المحطة المحوسبة.

3 . فحص

في الرسم II العدد في 2013 أكبر منه في 2010، كما يشترط التزايد ✓

الجواب النهائي

الرسم II؛ لأن العدد يزداد مع السنوات.

البند (1)

في مطلع سنة 2013، عدد المسافرين الذين حُصَّت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحسَّبة كان مساوياً لعدد المسافرين الذين حُصَّت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن.

(1) حسب الرسم البياني، ما هو عدد المسافرين الذين حُصَّت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحسَّبة في مطلع سنة 2013؟

1 . نقرأ نقطة الالتقاء

في سنة 2013 يلتقي الرسمان عند العدد 300,000.

2 . الاستنتاج

في مطلع سنة 2013 حُصَّت جوازات 300,000 مسافر بالمحطة المحوسبة.

3 . فحص

الرسم الأفقي لعاملي الأمن عند 300,000 أيضاً، فالعددان متساويان ✓

الجواب النهائي

300,000 مسافر.

البند ب (2)

(2) جدوا النسبة المئوية التي يزداد بها، في كل سنة، عدد المسافرين الذين تُحَصَّت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحَسَّبة.

1 . المعطيات والقانون

$A_0 = 231,655$ في مطلع 2010، و $A_3 = 300,000$ في مطلع 2013؛ $n = 2013 - 2010 = 3$.

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . نجد عامل التزايد

$$300,000 = 231,655 \cdot q^3$$

$$q^3 = \frac{300,000}{231,655} \approx 1.29502925$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{300,000}{231,655}} \approx 1.09$$

3 . النسبة المئوية

$$(1.09 - 1) \cdot 100\% = 9\%$$

يزداد العدد بحوالي 9% في كل سنة.

4 . فحص

$$231,655 \cdot 1.09^3 \approx 299,999.94$$

حوالي 300,000؛ الفرق أقل من مسافر واحد وينشأ من تقريب المعطى والعامل ✓

الجواب النهائي

حوالي 9% في كل سنة.

البند ج

جدوا عدد المسافرين الذين تُحَصَّت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحَسَّبة في مطلع سنة 2016.

1 . المعطيات والقانون

$A_0 = 300,000$ ، $q \approx 1.09$ ، $n = 2016 - 2013 = 3$.

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . التعويض والحساب

$$A_3 \approx 300,000 \cdot 1.09^3$$

$$A_3 \approx 300,000 \cdot 1.295029 = 388,508.7$$

3 . الاستنتاج والفحص

في مطلع 2016 حوالي 388,509 مسافرين.

$$\frac{388,508.7}{1.09^3} = 300,000$$

الرجوع ثلاث سنوات يعيد العدد المعطى ✓

الجواب النهائي

حوالي 388,509 مسافرين (388,508.7 قبل التقريب إلى عدد صحيح).

البند د

جدوا بعد مرور كم من الوقت منذ مطلع سنة 2013، كان عدد المسافرين الذين حُصَّت جوازات سفرهم بواسطة محطة مُحَسَّبة أكبر بـ 56,430 من عدد المسافرين الذين حُصَّت جوازات سفرهم بواسطة عاملي الأمن.

1 . العدد المطلوب

عدد المفحوصين بواسطة عاملي الأمن ثابت 300,000.

$$300,000 + 56,430 = 356,430$$

2 . القانون وجدول القيم

$$A_n \approx 300,000 \cdot 1.09^n$$

3	2	1	n (سنوات منذ 2013)
388,508.7	356,430	327,000	$300,000 \cdot 1.09^n$

القيمة المطلوبة تظهر عند $n = 2$.

3 . الاستنتاج والفحص

$$356,430 - 300,000 = 56,430$$

$$2013 + 2 = 2015$$

بعد حوالي سنتين، في مطلع 2015 ✓

الجواب النهائي

بعد حوالي سنتين، أي في مطلع 2015.

السؤال 2 . قائمة أغاني عبير وسهير

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (جدول النتائج وضرب الفروع وجمعها)

2. تحضيراً للرحلة السنوية، كوّنت عبير وسهير قائمة مشتركة لأغانٍ كلتاها تحبّان سماعها.

كان في القائمة عدد كليّ من الأغاني بلغ 72 أغنية، بثلاث لغات:

— 38 أغنية بالعربية.

— 20 أغنية بالإنجليزية.

— والبقية، أغانٍ بالإسبانية.

اختارت عبير بشكل عشوائي أغنية واحدة من كلّ القائمة.

أ. ما هو الاحتمال بأنّها اختارت أغنية بالإسبانية؟

سهير أيضاً اختارت بشكل عشوائي أغنية واحدة من كلّ القائمة.

ب. ما هو الاحتمال بأنّ عبير وسهير أيضاً اختارتا أغنية بالعربية؟

ج. ما هو الاحتمال بأنّ عبير وسهير أيضاً اختارتا أغنية بنفس اللغة؟

د. ما هو الاحتمال بأنّ واحدة منهما بالضبط اختارت أغنية بالعربية؟

البند أ

تحضيراً للرحلة السنوية، كوّنت عبير وسهير قائمة مشتركة لأغانٍ كلتاها تحبّان سماعها.

كان في القائمة عدد كليّ من الأغاني بلغ 72 أغنية، بثلاث لغات:

— 38 أغنية بالعربية.

— 20 أغنية بالإنجليزية.

— والبقية، أغانٍ بالإسبانية.

اختارت عبير بشكل عشوائي أغنية واحدة من كلّ القائمة.

ما هو الاحتمال بأنّها اختارت أغنية بالإسبانية؟

1 . عدد الأغاني الناقصة

$$72 - 38 - 20 = 14$$

اللغة	العربية	الإنجليزية	الإسبانية	المجموع
عدد الأغاني	38	20	14	72

2 . القانون والتعويض

الاحتمال = عدد النتائج الملائمة ÷ عدد النتائج الممكنة.

$$\frac{14}{72} = \frac{7}{36}$$

3 . فحص

✓ $72 = 38 + 20 + 14$ ؛ عدّدنا القائمة كلّها مرّة واحدة

الجواب النهائيّ

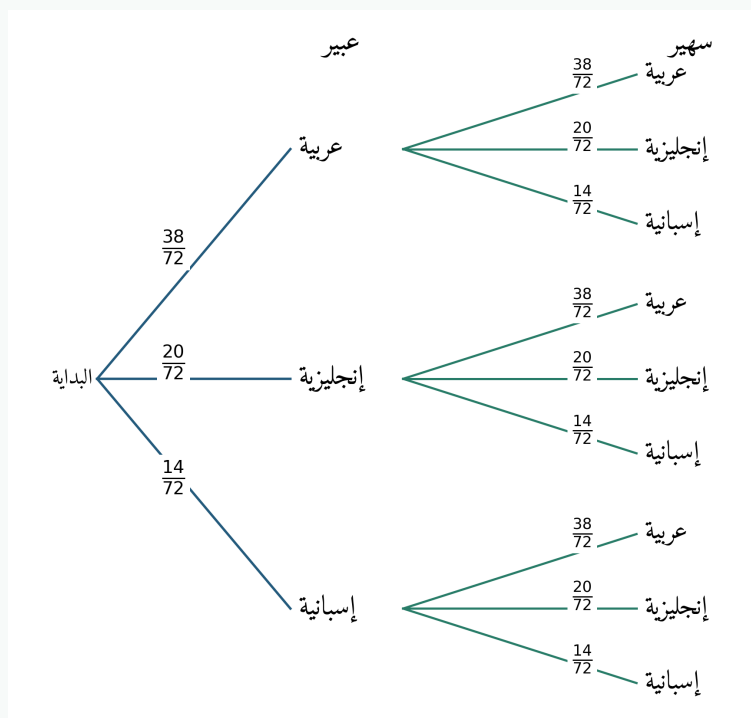
$$\cdot \frac{7}{36}$$

البند ب

سهير أيضًا اختارت بشكل عشوائيّ أغنية واحدة من كلّ القائمة. ما هو الاحتمال بأنّ عبير وسهير أيضًا اختارتا أغنية بالعربيّة؟

1 . الاختياران

كلّ اختيار من جميع 72 أغنية؛ لا تُحذف أغنية عبير من قائمة سهير. احتمال العربيّة لكلّ واحدة $\frac{38}{72} = \frac{19}{36}$.



لكلّ واحدة ثلاث لغات؛ النسب نفسها في الاختيارين.

2 . نضرب على طول الفرع

$$\frac{38}{72} \cdot \frac{38}{72} = \frac{1,444}{5,184} = \frac{361}{1,296}$$

3 . فحص

يمكن اختيار واحدة من 38 أغنية عربية في كل مرة؛ $38 \cdot 38 = 1,444$ زوجاً ملائماً من $72 \cdot 72 = 5,184$ زوجاً ✓

الجواب النهائي

$$\frac{361}{1,296}$$

البند ج

ما هو الاحتمال بأن عبير وسهير أيضاً اختارتا أغنية بنفس اللغة؟

1 . الفروع الملائمة

احتمال الفرع	لغة سهير	لغة عبير
$\frac{38}{72} \cdot \frac{38}{72} = \frac{1,444}{5,184}$	العربية	العربية
$\frac{20}{72} \cdot \frac{20}{72} = \frac{400}{5,184}$	الإنجليزية	الإنجليزية
$\frac{14}{72} \cdot \frac{14}{72} = \frac{196}{5,184}$	الإسبانية	الإسبانية

2 . نجمع الفروع

$$\frac{1,444 + 400 + 196}{5,184} = \frac{2,040}{5,184} = \frac{85}{216}$$

3 . فحص

فروع اللغتين المختلفتين عددها $2 \cdot (38 \cdot 20 + 38 \cdot 14 + 20 \cdot 14) = 3,144$ ؛ $2,040 + 3,144 = 5,184$ ✓

الجواب النهائي

$$\frac{85}{216}$$

البند د

ما هو الاحتمال بأن واحدة منهما بالضبط اختارت أغنية بالعربية؟

1 . العربية وغير العربية

$$72 - 38 = 34$$

$$\text{احتمال غير العربية} = \frac{34}{72} = \frac{17}{36}$$

2 . الفرعان

احتمال الفرع	سهير	عبيد
$\frac{38}{72} \cdot \frac{34}{72} = \frac{1,292}{5,184}$	غير عربيّة	عربيّة
$\frac{34}{72} \cdot \frac{38}{72} = \frac{1,292}{5,184}$	عربيّة	غير عربيّة

3 . تجميع

$$\frac{1,292 + 1,292}{5,184} = \frac{2,584}{5,184} = \frac{323}{648}$$

4 . فحص

نضيف حالتي «كلتاها عربيّة» و«كلتاها غير عربيّة»:

$$\frac{2,584 + 1,444 + 1,156}{5,184} = 1$$

كلّ الحالات محسوبة مرّة واحدة ✓

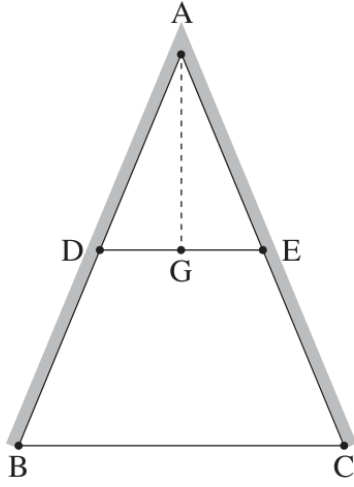
الجواب النهائي

$$\frac{323}{648}$$

السؤال 3 . البيت الخشبي والنافذة

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 1: نظرية فيثاغورس . تمهيد 5: نسبة التشابه . تمهيد 6: إيجاد أضلاع ناقصة

عنقود إدراك المستوى والفراغ



3. بنى يزيد بيتاً خشبياً فيه طابقان، واجهته شكلها مثلث

متساوي الساقين ABC ($AC = AB$).

أضاف يزيد في واجهة البيت، بين الطابقين، عارضة داعمة DE

توازي قاعدة واجهة البيت BC ، كما هو موصوف في الرسم.

أ. فسّروا لماذا المثلث ABC يشبه المثلث ADE .

معطى أن نسبة التشابه بين المثلث ABC والمثلث ADE هي 2 .

طول قاعدة واجهة البيت BC هو 8 أمتار،

وطول الضلع AD هو 5.2 متر.

ب. (1) جدوا طول الضلع AB .

(2) جدوا محيط واجهة البيت (ΔABC) .

ركّب يزيد نافذة زجاجية على كل مساحة واجهة الطابق العلوي.

شكل الواجهة مثلث متساوي الساقين ADE ($AE = AD$).

النقطة G هي منتصف القاعدة DE .

ج. (1) جدوا طول القطعة DG .

(2) جدوا مساحة النافذة.

البند أ

بنى يزيد بيتاً خشبياً فيه طابقان، واجهته شكلها مثلث متساوي الساقين ABC ($AB = AC$).

أضاف يزيد في واجهة البيت، بين الطابقين، عارضة داعمة DE توازي قاعدة واجهة البيت BC ، كما هو موصوف في الرسم.

فسّروا لماذا المثلث ABC يشبه المثلث ADE .

1 . الزاوية الأولى

$$\angle BAC = \angle DAE$$

زاوية مشتركة عند A ؛ لأن D على AB و E على AC .

2 . الزاوية الثانية

$$\angle ABC = \angle ADE$$

زاويتان متناظرتان بين المتوازيين DE و BC ، والقاطع AB .

3 . الاستنتاج وفحص التناظر

المثلث ABC يشبه المثلث ADE . الرأس A يناظر A ، و B يناظر D ، و C يناظر E ؛ لذلك AB يناظر AD و BC يناظر DE ✓

الجواب النهائي

المثلث ABC يشبه المثلث ADE ؛ الزاوية عند A مشتركة، و $\angle ABC = \angle ADE$ متناظرتان بين متوازيين.

البند ب (1)

معطى أن نسبة التشابه بين المثلث ABC والمثلث ADE هي 2. طول قاعدة واجهة البيت BC هو 8 أمتار، وطول الضلع AD هو 5.2 متر. (1) جدوا طول الضلع AB .

1 . النسبة والمعطيات

AB يناظر AD ؛ النسبة من المثلث الأول الكبير إلى الثاني الصغير.

$$k = \frac{AB}{AD} = 2$$

2 . التعويض والحساب

$$AB = 2 \cdot 5.2 = 10.4$$

3 . فحص

$$\frac{10.4}{5.2} = 2$$

النسبة صحيحة ✓

الجواب النهائي

10.4 متر.

البند ب (2)

(2) جدوا محيط واجهة البيت $(\triangle ABC)$.

1 . الأضلاع

بما أن $AB = AC$ ، فكلّ ساق 10.4 م، والقاعدة 8 م.

2 . القانون والتعويض

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه.

$$10.4 + 10.4 + 8 = 28.8$$

3 . فحص

مجموع الساقين $20.8 = 2 \cdot 10.4$ ؛ بإضافة القاعدة نحصل على 28.8 ✓

الجواب النهائي

28.8 متر.

البند ج (1)

رَكَّبَ يزيد نافذة زجاجية على كلّ مساحة واجهة الطابق العلوي.
شكل الواجهة مثلث متساوي الساقين ADE ($AD = AE$).
النقطة G هي منتصف القاعدة DE .
(1) جدوا طول القطعة DG .

1 . القاعدة الصغيرة

BC يناظر DE ؛ نقسم الكبير على $k = 2$.

$$DE = \frac{8}{2} = 4$$

2 . نصف القاعدة

G منتصف DE .

$$DG = \frac{4}{2} = 2$$

3 . فحص

✓ $2 \cdot 4 = 8$ كذلك $2 + 2 = 4$ ، و $DG = GE = 2$

الجواب النهائي

متران.

البند ج (2)

(2) جدوا مساحة النافذة.

1 . الارتفاع

في المثلث المتساوي الساقين ADE ، القطعة من الرأس إلى منتصف القاعدة هي ارتفاع؛ إذن $AG \perp DE$.
 $AD = 5.2$ م، و $DG = 2$ م.

$$AD^2 = AG^2 + DG^2$$

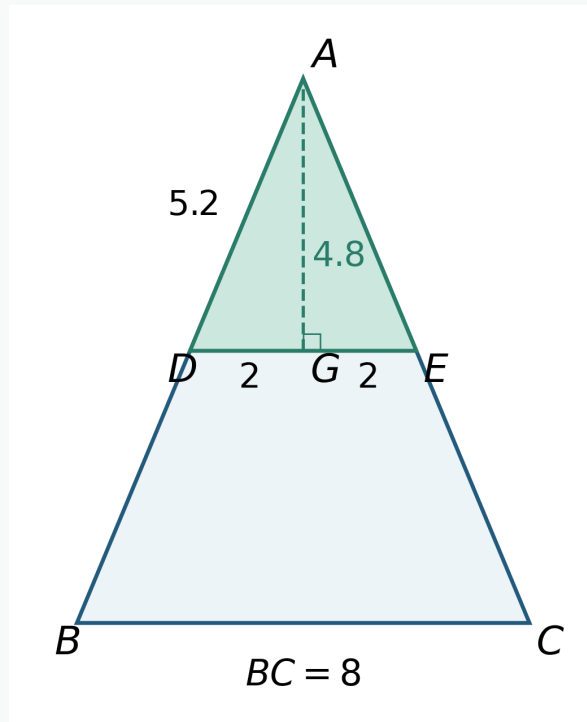
$$AG^2 = 5.2^2 - 2^2 = 27.04 - 4 = 23.04$$

$$AG = \sqrt{23.04} = 4.8$$

2 . قانون المساحة والتعويض

مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$.

$$S = \frac{DE \cdot AG}{2} = \frac{4 \cdot 4.8}{2} = 9.6$$



النافذة مثلث قاعدته 4 م وارتفاعه 4.8 م.

3 . فحص

فيثاغورس: $4.8^2 + 2^2 = 23.04 + 4 = 27.04 = 5.2^2$

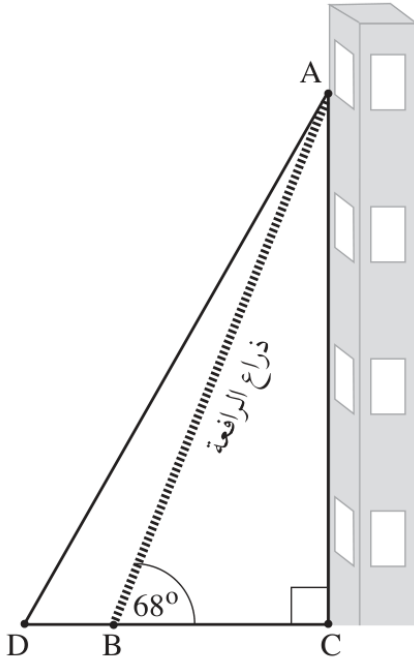
المثلثان القائمان في نصفي النافذة مساحة كل واحد منهما $4.8 = \frac{2 \cdot 4.8}{2}$ ؛ المجموع 9.6 م² ✓

الجواب النهائي

9.6 م²

السؤال 4 . رافعة الأثاث

حساب المثلثات — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 6 . تمهيد 5: إيجاد ضلع (1) . تمهيد 7: إيجاد زاوية . تمهيد 8: حساب المثلثات في الأشكال



4. انتقلت سماهر إلى السكن في شقة موجودة في الطابق الأخير في بناية . طلبت سماهر رافعة من أجل رفع أثاث إلى الشقة، وإدخاله عبر النافذة .

نافذة شقة سماهر موجودة في النقطة A .
سائق الرافعة يوسف، وضع الرافعة على الشارع BC ، في النقطة B ،
ووجه ذراع الرافعة بزاوية مقدارها 68° ($\angle ABC$)، كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن: AC يعامد BC ،

12 مترًا AC = .

أ. جدوا طول BC .

ب. جدوا طول ذراع الرافعة في هذه الزاوية (AB) .

بعد فترة معينة، عرقلت الرافعة حركة السير .

حرك يوسف الرافعة إلى النقطة D ، التي تقع على امتداد الشارع BC ،
ووجهها وفقًا لذلك، كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن طول القطعة BD هو متران .

جـ. (1) جدوا مقدار الزاوية الجديدة لاتجاه ذراع الرافعة ($\angle ADC$) .

(2) جدوا بكم مترًا يزيد طول ذراع الرافعة بعد التحريك (AD)

عن طول ذراع الرافعة قبل التحريك (AB) .

البند أ

انتقلت سماهر إلى السكن في شقة موجودة في الطابق الأخير في بناية . طلبت سماهر رافعة من أجل رفع أثاث إلى الشقة، وإدخاله عبر النافذة .
نافذة شقة سماهر موجودة في النقطة A .

سائق الرافعة يوسف، وضع الرافعة على الشارع BC ، في النقطة B ،
ووجه ذراع الرافعة بزاوية مقدارها 68° ($\angle ABC$)، كما هو موصوف في الرسم .

معطى أن: AC يعامد BC ،

12 مترًا AC = .

جدوا طول BC .

1 . تحديد الأضلاع

المثلث ABC قائم عند C ؛ بالنسبة إلى الزاوية $B = 68^\circ$ ، $AC = 12$ م مقابل BC مجاور.

2 . المعادلة والحساب

$$\tan 68^\circ = \frac{12}{BC}$$

$$\tan 68^\circ \approx 2.4751$$

$$BC \approx \frac{12}{2.4751} \approx 4.85$$

3 . فحص

الزاوية أكبر من 45 درجة؛ المقابل 12 أكبر من المجاور 4.85 ، كما حصلنا ✓

الجواب النهائي

حوالي 4.85 متر.

البند ب

جدوا طول ذراع الرافعة في هذه الزاوية (AB) .

1 . تحديد الأضلاع

بالنسبة إلى الزاوية $B = 68^\circ$ ، $AC = 12$ م مقابل AB وتر.

2 . المعادلة والحساب

$$\sin 68^\circ = \frac{12}{AB}$$

$$\sin 68^\circ \approx 0.9272$$

$$AB \approx \frac{12}{0.9272} \approx 12.94$$

3 . فحص

الوتر 12.94 أكبر من كل قائم، وبفيثاغورس $\sqrt{12^2 + 4.85^2} \approx 12.94$ ✓

الجواب النهائي

حوالي 12.94 متر.

البند ج (1)

بعد فترة معينة، عرقلت الرافعة حركة السير.
حرك يوسف الرافعة إلى النقطة D ، التي تقع على امتداد الشارع BC ، ووجهها وفقاً لذلك، كما هو موصوف في الرسم.
معطى أن طول القطعة BD هو متران.
(1) جدوا مقدار الزاوية الجديدة لأتجاه ذراع الرافعة ($\angle ADC$).

1 . المعطيات في المثلث الجديد

$DC = DB + BC$ لأن B تقع قبل C على امتداد الشارع؛ لذلك $DC = DB + BC$

$$DC \approx 2 + 4.85 = 6.85$$

في المثلث ADC القائم عند C ، المقابل للزاوية D هو 12 م والمجاور 6.85 م.

2 . النسبة والزاوية

$$\tan D \approx \frac{12}{6.85} \approx 1.7518$$

$$\angle ADC \approx \tan^{-1}(1.7518) \approx 60.28^\circ$$

3 . فحص

ابتعدت الرافعة عن البناية؛ تقلّ الزاوية عن 68° درجة، و $60.28 < 68$ ✓

نستعمل الأطوال المقربة من البنود السابقة كما في الكراسة. دون تقريب وسيط نحصل على 60.29° درجة كما في الإجابات الرسمية؛ الفرق 0.01 درجة فقط.

الجواب النهائي

حوالي 60.28° (حوالي 60.29° دون تقريب وسيط).

البند ج (2)

(2) جدوا بِكَمَ متراً يزيد طول ذراع الرافعة بعد التحريك (AD) عن طول ذراع الرافعة قبل التحريك (AB).

1 . الوتر الجديد

$AC = 12$ م و $DC \approx 6.85$ م، والمثلث قائم عند C .

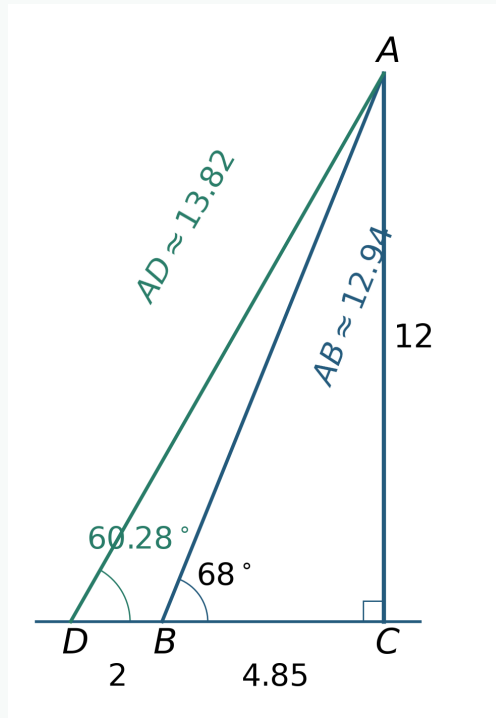
$$AD^2 = AC^2 + DC^2$$

$$AD^2 \approx 12^2 + 6.85^2 = 144 + 46.9225 = 190.9225$$

$$AD \approx \sqrt{190.9225} \approx 13.82$$

2 . الزيادة بالطول

$$AD - AB \approx 13.82 - 12.94 = 0.88$$



الابتعاد مترين يطيل الذراع ويصغر زاوية ارتفاعها.

3 . فحص

الذراع الجديدة أطول، والفرق موجب؛ $12.94 + 0.88 = 13.82$ ✓

الإجابات الرسمية تعطي 0.874 م باستعمال قيم غير مقربة في الطرح؛ نحصل على 0.88 م باستعمال الأطوال المقربة إلى منزلتين.
القيمتان مقبولتان في الفحص.

الجواب النهائي

حوالي 0.88 متر (0.874 متر دون تقريب وسيط).

السؤال 5 . العروض الاستجمامية

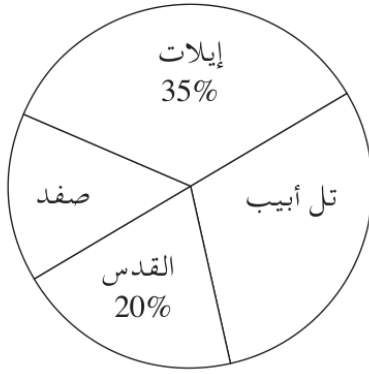
الإحصاء — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المعدل والوسيط والمخطط الدائري)

عقود المال والاقتصاد

5. تُقدّم شركة سياحة معيّنة عروضاً استجماميةً لخمس غايات مختلفة في البلاد .
الجدول الذي أمامكم يعرض أسعار (بالشواكل) كلّ واحد من العروض الاستجمامية في هذه الشركة، حسب الغاية .

الغاية	صفد	طبريا	القدس	تل أبيب	إيلات
سعر العرض الاستجمامي (بالشواكل)	1,300	1,900	2,700	3,800	4,300

- أ. جدوا معدل أسعار العروض الاستجمامية للغايات الخمس .
قرّرت شركة السياحة أن تُقدّم عرضاً استجمامياً لغاية إضافية — البحر الميت .
معطى أنّه بعد إضافة الغاية الجديدة، معدل أسعار العروض الاستجمامية للغايات الستّ هو 2,700 شيكل .
ب. (1) جدوا سعر العرض الاستجمامي للبحر الميت .
(2) جدوا وسيط أسعار العروض الاستجمامية للغايات الستّ .



- وكيل السفرات أكرم، طلب من شركة السياحة عدداً كلياً يبلغ 80 عرضاً استجمامياً، لأربع غايات .
المخطط الدائري الذي أمامكم يعرض توزيع العروض الاستجمامية التي طلبها أكرم، حسب الغاية .
معطى أنّ عدد العروض الاستجمامية التي طلبها أكرم لتل أبيب هو ضعف عدد العروض الاستجمامية التي طلبها لصفد .
ج. (1) جدوا النسبة المئوية للعروض الاستجمامية لصفد من بين جميع العروض الاستجمامية التي طلبها أكرم .
(2) جدوا كم دفع أكرم مقابل جميع العروض الاستجمامية التي طلبها لصفد .

البند أ

- تُقدّم شركة سياحة معيّنة عروضاً استجماميةً لخمس غايات مختلفة في البلاد .
الجدول الذي أمامكم يعرض أسعار (بالشواكل) كلّ واحد من العروض الاستجمامية في هذه الشركة، حسب الغاية .
جدوا معدل أسعار العروض الاستجمامية للغايات الخمس .

1 . المعطيات والقانون

إيالت	تل أبيب	القدس	طبريا	صفد	الغاية
4,300	3,800	2,700	1,900	1,300	سعر العرض الاستجماميّ (بالشواكل)

المعدّل $\bar{x}$ = مجموع القيم ÷ عدد القيم .

2 . التعويض والحساب

$$\bar{x} = \frac{1,300 + 1,900 + 2,700 + 3,800 + 4,300}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{14,000}{5} = 2,800$$

3 . فحص

$$\bar{x} = \frac{14,000}{5} = 2,800$$

وبالعكس: $2,800 \cdot 5 = 14,000$ ؛ قيمة المعدّل بين أصغر الأسعار وأكبرها ✓

الجواب النهائي

2,800 شيكل .

البند ب (1)

قرّرت شركة السياحة أن تُقدّم عرضاً استجمامياً لغاية إضافية - البحر الميت .
معطى أنّه بعد إضافة الغاية الجديدة، معدّل أسعار العروض الاستجمامية للغايات الستّ هو 2,700 شيكل .
(1) جدوا سعر العرض الاستجماميّ للبحر الميت .

1 . المجهول والقانون

نرمز بـ x إلى سعر العرض للبحر الميت؛ مجموع الأسعار الخمسة 14,000 شيكل .

$$\bar{x} = \frac{14,000 + x}{6} = 2,700$$

2 . نحلّ المعادلة

$$14,000 + x = 2,700 \cdot 6 = 16,200$$

$$x = 16,200 - 14,000 = 2,200$$

3 . فحص

$$\bar{x} = \frac{14,000 + 2,200}{6} = \frac{16,200}{6} = 2,700$$

المعدّل الجديد كما في المعطى ✓

الجواب النهائيّ

2,200 شيكل.

البند ب (2)

(2) جدوا وسيط أسعار العروض الاستجمامية للغايات الستّ.

1 . نرتّب ونحدّد المكانين

6	5	4	3	2	1	المكان
4,300	3,800	2,700	2,200	1,900	1,300	السعر (شيكّل)

عدد القيم 6، وهو زوجيّ؛ المكانان الأوسطان $3 = \frac{6}{2}$ و $4 = \frac{6}{2} + 1$.

2 . الوسيط

$$\frac{2,200 + 2,700}{2} = \frac{4,900}{2} = 2,450$$

3 . فحص

ثلاثة أسعار أصغر من 2,450 وثلاثة أكبر منه؛ وهو معدّل السعريّن الأوسطين ✓

الجواب النهائيّ

2,450 شيكلًا.

البند ج (1)

ويكِل السفرّيّات أكرم، طلب من شركة السياحة عددًا كليًّا يبلغ 80 عرضًا استجماميًّا، لأربع غايات. المخطّط الدائريّ الذي أمامكم يعرض توزيع العروض الاستجماميّة التي طلبها أكرم، حسب الغاية. معطى أنّ عدد العروض الاستجماميّة التي طلبها أكرم لتل أيب هو ضعف عدد العروض الاستجماميّة التي طلبها لصفد. (1) جدوا النسبة المئويّة للعروض الاستجماميّة لصفد من بين جميع العروض الاستجماميّة التي طلبها أكرم.

1 . النسبة الباقية

حسب المخطّط، إيالت 35% والقدس 20%.

$$100 - 35 - 20 = 45$$

لصفد وتل أيب معًا 45%.

2 . نستعمل الضعف

نسبة تل أيب ضعف نسبة صفد؛ مجموعهما ثلاثة أجزاء متساوية، جزء واحد لصفد.

$$\frac{45}{3} = 15$$

لصفد 15%، وتل أيب 30% $2 \cdot 15 = 30$.

3 . فحص

$$35 + 20 + 15 + 30 = 100$$

30 ضعف 15، ومجموع النسب 100% ✓

الجواب النهائيّ

15% لصفد.

البند ج (2)

(2) جدوا كم دفعّ أكرم مقابل جميع العروض الاستجماميّة التي طلبها لصفد.

1 . عدد عروض صفد

عدد عروض الغاية = النسبة $\times$ العدد الكليّ.

$$\frac{15}{100} \cdot 80 = 12$$

2 . المبلغ المدفوع

سعر عرض صفد 1,300 شيكل .

$$12 \cdot 1,300 = 15,600$$

3 . فحص

$$\frac{12}{80} \cdot 100\% = 15\%$$

$$\checkmark \frac{15,600}{1,300} = 12 \text{ عرضاً توافق النسبة؛ } 12$$

الجواب النهائي

15,600 شيكل .

السؤال 6 . تكلفة زراعة الخوخ والعنب

النموذج الخطّي — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المبلغ الثابت، التعبير، التساوي والتكلفة الكلية)

6. التكلفة الشهرية لزراعة كل واحد من نوعي الفواكه، خوخ وعنب، مكوّنة من مصروف ثابت ومن مصروف إضافي على كل دونم بستان .

التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ:

مصروف ثابت قدره 1,650 شيكلاً، ومصروف إضافي قدره 80 شيكلاً لكل دونم بستان .

التكلفة الشهرية لزراعة العنب:

مصروف ثابت قدره 1,200 شيكل، ومصروف إضافي قدره 130 شيكلاً لكل دونم بستان .

أ. ما هي التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ في بستان فيه 7 دونمات؟

نرمز بـ x إلى عدد الدونمات في البستان (الخوخ أو العنب) .

ب. (1) حدّدوا أيّاً من التعبيرين $II - I$ اللذين أمامكم يصف التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ .

$$I. 1,650 + 80x$$

$$II. 80 + 1,650x$$

(2) اكتبوا تعبيراً يصف التكلفة الشهرية لزراعة العنب .

ج. جدوا x الذي بالنسبة له تكون التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ مساوية للتكلفة الشهرية لزراعة العنب .

للمزارع عزيز يوجد بستان خوخ وبستان عنب .

عدد الدونمات في بستان الخوخ مساوٍ لعدد الدونمات في بستان العنب .

التكلفة الشهرية الكلية لبستاني عزيز هي 6,210 شواكل .

د. جدوا عدد الدونمات في بستان الخوخ التابع لعزيز .

البند أ

التكلفة الشهرية لزراعة كل واحد من نوعي الفواكه، خوخ وعنب، مكوّنة من مصروف ثابت ومن مصروف إضافي على كل دونم بستان .

التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ:

مصروف ثابت قدره 1,650 شيكلاً، ومصروف إضافي قدره 80 شيكلاً لكل دونم بستان .

التكلفة الشهرية لزراعة العنب:

مصروف ثابت قدره 1,200 شيكل، ومصروف إضافي قدره 130 شيكلاً لكل دونم بستان .

ما هي التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ في بستان فيه 7 دونمات؟

1 . المعطيات والقانون

التكلفة = المصروف الثابت + المصروف لكل دونم $\times$ عدد الدونمات .

للخوخ: 1,650 شيكلاً ثابتاً، و 80 شيكلاً لكل دونم.

2. التعويض والحساب

$$1,650 + 80 \cdot 7 = 1,650 + 560 = 2,210$$

3. فحص

$$2,210 - 1,650 = 560 = 80 \cdot 7$$

بعد طرح الثابت تبقى تكلفة سبعة دونمات ✓

الجواب النهائي

2,210 شواكل شهرياً.

البند ب (1)

نرمز x إلى عدد الدونمات في البستان (الخوخ أو العنب).
(1) حدّدوا أيّاً من التعبيرين I-II اللذين أمامكم يصف التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ.

I. $1,650 + 80x$

II. $80 + 1,650x$

1. الثابت أولاً

المصروف الثابت 1,650 شيكلاً، لذلك هو الحد الذي لا يُضرب في x .

2. المصروف المتغير والاختيار

عن x دونمات ندفع $80x$ ؛ إذن التعبير $1,650 + 80x$ ، وهو I.

3. فحص

عند $x = 7$ نحصل على 2,210 شواكل، كما في أ؛ وعند $x = 0$ تبقى 1,650 شيكلاً ✓

الجواب النهائي

التعبير I: $1,650 + 80x$.

البند ب (2)

(2) اكتبوا تعبيراً يصف التكلفة الشهرية لزراعة العنب.

1 . الثابت والمتغير

الثابت 1,200 شيكل، والمصروف عن كلّ دونم 130 شيكلاً.

2 . التعبير

$$1,200 + 130x$$

3 . فحص

عند $x = 0$ التكلفة 1,200، وكلّ دونم إضافي يزيد بها 130 شيكلاً ✓

الجواب النهائي

$$1,200 + 130x \text{ شيكل شهرياً.}$$

البند ج

جدوا x الذي بالنسبة له تكون التكلفة الشهرية لزراعة الخوخ مساوية للتكلفة الشهرية لزراعة العنب.

1 . نساوي التعبيرين

نرمز بـ y إلى التكلفة المشتركة بالشواكل للحلّ الإضافي بطريقة المربعات.

$$1,650 + 80x = 1,200 + 130x$$

2 . نحلّ بالموازنة

$$1,650 - 1,200 = 130x - 80x$$

$$450 = 50x$$

$$x = \frac{450}{50} = 9$$

$$1,650 + 80 \cdot 9 = 2,370$$

3 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -80x + y = 1,650 \\ -130x + y = 1,200 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 1,650 & 1 \\ \hline 1,200 & 1 \\ \hline \end{array} \quad D = \begin{array}{|c|c|} \hline -80 & 1 \\ \hline -130 & 1 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline -80 & 1,650 \\ \hline -130 & 1,200 \\ \hline \end{array}$$

في كلّ مربّع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-80) \cdot 1 - (-130) \cdot 1 = -80 - (-130) = 50$$

$$D_x = 1,650 \cdot 1 - 1,200 \cdot 1 = 1,650 - 1,200 = 450$$

$$D_y = (-80) \cdot 1,200 - (-130) \cdot 1,650 = -96,000 - (-214,500) = 118,500$$

نقسم كلّ مربّع جانبيّ على المربّع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{450}{50} = 9$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{118,500}{50} = 2,370$$

تحقّق: $\checkmark (-130) \cdot 9 + 1 \cdot 2,370 = 1,200$ ، $\checkmark (-80) \cdot 9 + 1 \cdot 2,370 = 1,650$

افتحوا هذه الهیئة في أداة «طريقة المربّعات» واحسبوا المربّعات خطوة خطوة ➔

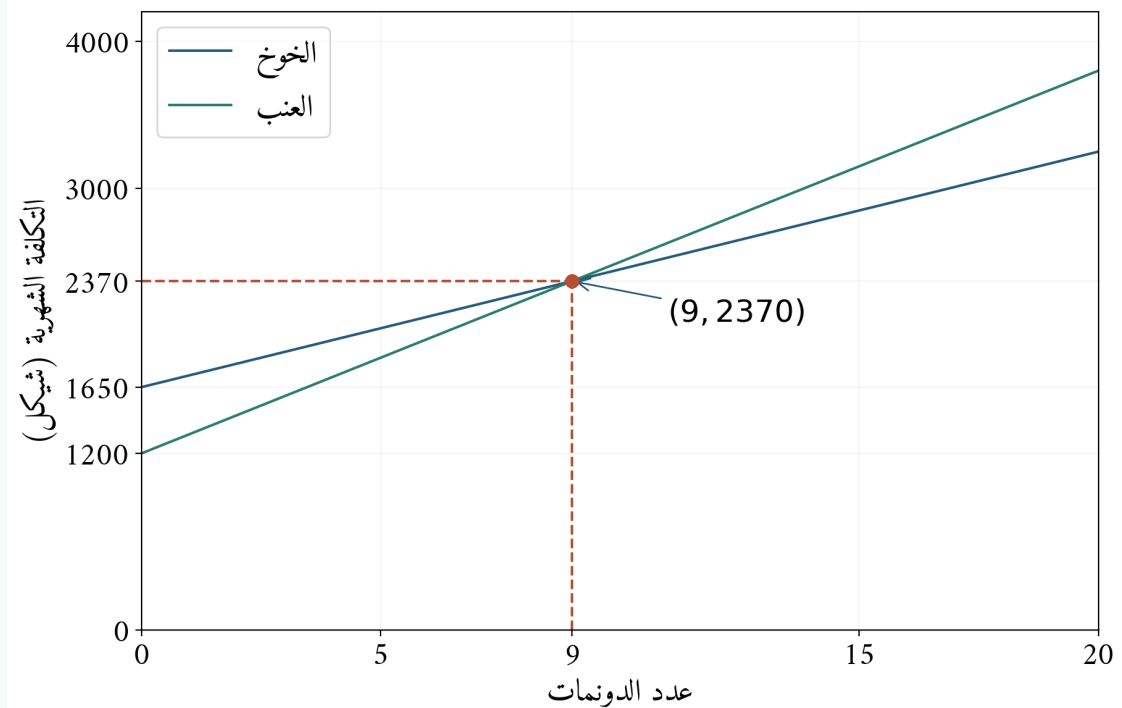
mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . ففص

في طريقة المربعات نرسم y إلى التكلفة المشتركة بالشواكل.

$$1,200 + 130 \cdot 9 = 1,200 + 1,170 = 2,370$$

التكلفتان متساويتان ✓



الخوخ يبدأ بثابت أكبر، العنب أشد انحداراً، يتساويان عند 9 دونمات.

الجواب النهائي

$x = 9$ دونمات؛ التكلفة المشتركة 2,370 شيكلاً شهرياً.

البند د

للمزارع عزيز يوجد بستان خوخ وبستان عنب.
عدد الدونمات في بستان الخوخ مساو لعدد الدونمات في بستان العنب.
التكلفة الشهرية الكلية لبستاني عزيز هي 6,210 شواكل.
جدوا عدد الدونمات في بستان الخوخ التابع لعزيز.

1 . المجهول والمعطيات

نرمز x إلى عدد الدونمات في كل بستان؛ العددان متساويان.

البستان	عدد الدونمات	التكلفة الشهرية (شيكل)
خوخ	x	$1,650 + 80x$
عنب	x	$1,200 + 130x$

2 . المعادلة والحساب

$$(1,650 + 80x) + (1,200 + 130x) = 6,210$$

$$2,850 + 210x = 6,210$$

$$210x = 6,210 - 2,850 = 3,360$$

$$x = \frac{3,360}{210} = 16$$

3 . فحص

تكلفة الخوخ: $1,650 + 80 \cdot 16 = 2,930$ شيكلاً.

تكلفة العنب: $1,200 + 130 \cdot 16 = 3,280$ شيكلاً.

$$2,930 + 3,280 = 6,210$$

في كل بستان 16 دونماً، والمجموع كما في المعطى ✓

الجواب النهائي

16 دونماً في بستان الخوخ (وكذلك في بستان العنب).

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	الرسم II؛ لأنّ العدد يزداد مع السنوات.
	ب (1)	300,000 مسافر.
	ب (2)	حوالي 9% في كلّ سنة.
	ج	حوالي 388,509 مسافرين (388,508.7 قبل التقريب إلى عدد صحيح).
	د	بعد حوالي سنتين، أي في مطلع 2015.
2	أ	$\frac{7}{36}$.
	ب	$\frac{361}{1,296}$.
	ج	$\frac{85}{216}$.
	د	$\frac{323}{648}$.
3	أ	المثلث ABC يشبه المثلث ADE ؛ الزاوية عند A مشتركة، و $\angle ABC = \angle ADE$ متناظرتان بين متوازيين.
	ب (1)	10.4 متر.
	ب (2)	28.8 متر.
	ج (1)	متران.
	ج (2)	9.6 م ² .
4	أ	حوالي 4.85 متر.
	ب	حوالي 12.94 متر.
	ج (1)	حوالي 60.28° (حوالي 60.29° دون تقريب وسيط).
	ج (2)	حوالي 0.88 متر (0.874 متر دون تقريب وسيط).
5	أ	2,800 شيكل.
	ب (1)	2,200 شيكل.
	ب (2)	2,450 شيكلاً.
	ج (1)	15% لصفد.

	ج (2)	15,600 شيكل.
6	أ	2,210 شواكل شهرياً.
	ب (1)	التعبير I: $1,650 + 80x$.
	ب (2)	$1,200 + 130x$ شيكل شهرياً.
	ج	$x = 9$ دوغمات؛ التكلفة المشتركة 2,370 شيكلاً شهرياً.
	د	16 دوغماً في بستان الخوخ (وكذلك في بستان العنب).