

حلول امتحان البجروت 371

صيف 2024، الموعد أ

3 وحدات . الصفّ الحادي عشر . النموذج العربيّ الرسميّ

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسية التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائيّ مع الوحدة.

في النموذج ستّة أسئلة؛ لكلّ سؤال 23 درجة. تُسمح الإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاؤون، لكنّ مجموع الدرجات لا يزيد على 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائيّة.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة والرسوم من النموذج العربيّ الرسميّ لامتحان وزارة التربية والتعليم؛ حقوقها للوزارة. الحلول والشروح تعليميّة أصليّة وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . السّكان في مدينتين

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 3: قانون التزايد والتناقص . تمهيد 4: إيجاد الكمية في الماضي . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين . تمهيد 8: الرسوم البيانية

عنقود المجتمع والعلوم

1. عدد السّكان في المدينة "أ" يزداد في كلّ سنة بـ 6% .

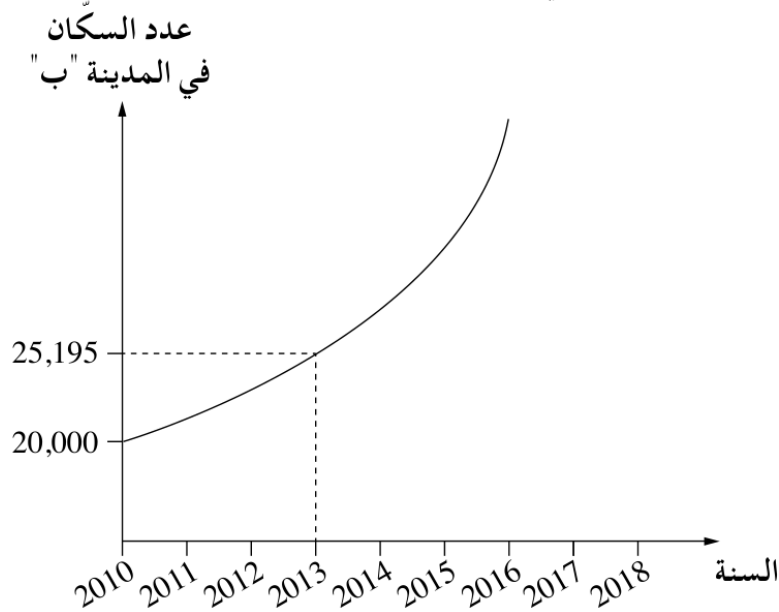
أ. في مطلع سنة 2010 ، كان في المدينة "أ" 24,000 ساكن .

(1) كم ساكناً كان في المدينة "أ" في مطلع سنة 2015 ؟

(2) كم ساكناً كان في المدينة "أ" في مطلع سنة 2008 ؟

عدد السّكان في المدينة "ب" يزداد في كلّ سنة بنسبة مئوية ثابتة .

أمامكم رسم بيانيّ يصف عدد السّكان في المدينة "ب" ، حسب السنوات .



استعينوا بالرسم البيانيّ ، وأجيبوا عن البندين "ب" — "ج" .

ب. كم كان عدد السّكان في المدينة "ب" في مطلع سنة 2013 ؟

ج. في أيّة مدينة، "أ" أم "ب" ، يزداد عدد السّكان بنسبة مئوية أكبر في كلّ سنة؟ علّلوا إجابتكم .

البند أ (1)

عدد السّكان في المدينة "أ" يزداد في كلّ سنة بـ 6% .

في مطلع سنة 2010 ، كان في المدينة "أ" 24,000 ساكن .

(1) كم ساكناً كان في المدينة "أ" في مطلع سنة 2015 ؟

1 . المعطيات وعامل التزايد

$A_0 = 24,000$ ساكن، ونسبة التزايد 6% في السنة.

$$n = 2015 - 2010 = 5$$

$$q = 1 + \frac{6}{100} = 1.06$$

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$A_5 = 24,000 \cdot 1.06^5$$

$$A_5 = 24,000 \cdot 1.3382255776$$

$$A_5 \approx 32,117.41$$

نقرب إلى ساكن كامل؛ في مطلع 2015 كان في المدينة أ حوالي 32,117 ساكناً.

3 . فحص

$$\frac{32,117.41}{1.06^5} \approx 24,000$$

الرجوع خمس سنوات يعيد عدد السكان الأصلي ✓

الجواب النهائي

حوالي 32,117 ساكناً.

البند أ (2)

(2) كم ساكناً كان في المدينة "أ" في مطلع سنة 2008؟

1 . المعطيات

نرجع من 2010 إلى 2008؛ $2010 - 2008 = 2$ سنوات، وعامل التزايد 1.06.

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$24,000 = A_0 \cdot 1.06^2$$

$$A_0 = \frac{24,000}{1.06^2} = \frac{24,000}{1.1236}$$

$$A_0 \approx 21,359.91$$

في مطلع 2008 كان في المدينة أ حوالي 21,360 ساكناً.

3 . فحص

$$21,359.91 \cdot 1.06^2 \approx 24,000$$

نضرب بعامل التزايد لسنتين ونحصل على العدد المعطى ✓

الجواب النهائي

حوالي 21,360 ساكناً.

البند ب

عدد السكّان في المدينة "ب" يزداد في كلّ سنة بنسبة مئوية ثابتة. أمامكم رسم بياني يصف عدد السكّان في المدينة "ب"، حسب السنوات. استعينوا بالرسم البياني، وأجيبوا عن البندين "ب" - "ج". كم كان عدد السكّان في المدينة "ب" في مطلع سنة 2013؟

1 . نقرأ المحورين

المحور الأفقي يصف السنة؛ والمحور العمودي يصف عدد السكّان في المدينة ب.

2 . نقرأ العدد

من 2013 نصعد إلى المنحنى، ثمّ نتحرّك أفقياً نحو محور عدد السكّان؛ القيمة 25,195.

3 . فحص

الخطّان المتقطّعان في الرسم يصلان بين السنة 2013 والمنحنى والعدد 25,195 ✓

الجواب النهائي

25,195 ساكناً.

البند ج

في آية مدينة، "أ" أم "ب"، يزداد عدد السكّان بنسبة مئوية أكبر في كلّ سنة؟ علّلوا إجابتكم.

1 . المعطيات والقانون

من الرسم، في المدينة ب 20,000 ساكن في 2010 و 25,195 في 2013، $n = 2013 - 2010 = 3$

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . نجد عامل التزايد

$$25,195 = 20,000 \cdot q^3$$

$$q^3 = \frac{25,195}{20,000} = 1.25975$$

$$q = \sqrt[3]{1.25975} \approx 1.08$$

3 . النسبة والمقارنة

$$(1.08 - 1) \cdot 100\% = 8\%$$

في المدينة أ التزايد 6%، وفي ب حوالي 8%؛ $8\% > 6\%$ ، ولذلك النسبة أكبر في المدينة ب.

4 . فحص

$$20,000 \cdot 1.08^3 = 25,194.24$$

الفرق عن 25,195 أقلّ من ساكن واحد، نتيجة تقريب العامل؛ العامل من المعطيات حوالي 1.08001086، أي تزايد حوالي 8.0011%، وأيضاً أكبر من 6% ✓

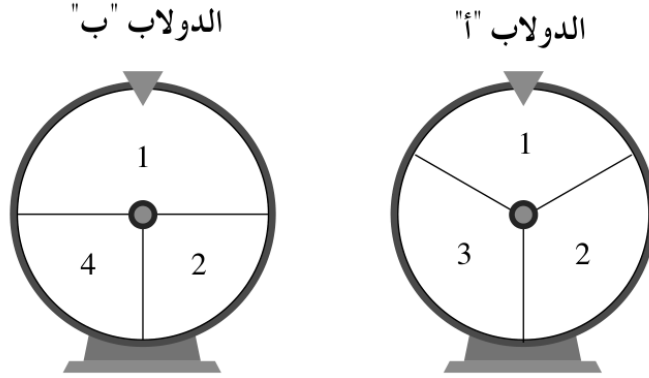
الجواب النهائي

المدينة «ب»: حوالي 8% في السنة، مقابل 6% في المدينة «أ».

السؤال 2 . الدولابان

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (شجرة، ضرب الفروع وجمعها)

2. في الرسم الذي أمامكم دولابان، الدولاب "أ" والدولاب "ب".



الدولاب "أ" مقسم إلى ثلاثة قطاعات كبرها متساوٍ: على كل قطاع مسجل أحد الأعداد 1، 2، 3 .
الدولاب "ب" مقسم إلى ثلاثة قطاعات: قطاع واحد كبره $\frac{1}{2}$ دائرة ومسجل عليه العدد 1 ،
وقطاعتين آخريين كبر كل واحد منهما $\frac{1}{4}$ دائرة، وعلى كل واحد منهما مسجل أحد العددين 2، 4 .
(انظروا الرسم) .

يدير كل دولاب مرة واحدة. يتوقف كل واحد من الدولابين بشكل عشوائي على أحد الأعداد (لا يتوقف الدولاب على الخطوط التي تفصل بين القطاعات) .

أ. ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولاب "أ" على عدد أكبر من 1 ؟

ب. ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولابان على العدد 2 ؟

ج. ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولابان على نفس العدد؟

د. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يتوقف عليهما الدولابان هو 5 ؟

البند أ

في الرسم الذي أمامكم دولابان، الدولاب "أ" والدولاب "ب".

الدولاب "أ" مقسم إلى ثلاثة قطاعات كبرها متساوٍ: على كل قطاع مسجل أحد الأعداد 1، 2، 3.

الدولاب "ب" مقسم إلى ثلاثة قطاعات: قطاع واحد كبره $\frac{1}{2}$ دائرة ومسجل عليه العدد 1، وقطاعتين آخريين كبر كل واحد منهما $\frac{1}{4}$ دائرة، وعلى كل واحد منهما مسجل أحد العددين 2، 4 . (انظروا الرسم) .

يدير كل دولاب مرة واحدة. يتوقف كل واحد من الدولابين بشكل عشوائي على أحد الأعداد (لا يتوقف الدولاب على الخطوط التي تفصل بين القطاعات) .

ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولاب "أ" على عدد أكبر من 1؟

1 . ترتب الاحتمالات

الدولاب	العدد 1	العدد 2	العدد 3	العدد 4
أ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	غير موجود
ب	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	غير موجود	$\frac{1}{4}$

2 . النتائج الملائمة

العددان الأكبر من 1 في الدولاب أ هما 2 و 3.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3 . فحص

الاحتمال الآخر هو الوقوف على 1؛ $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ ✓

الجواب النهائي

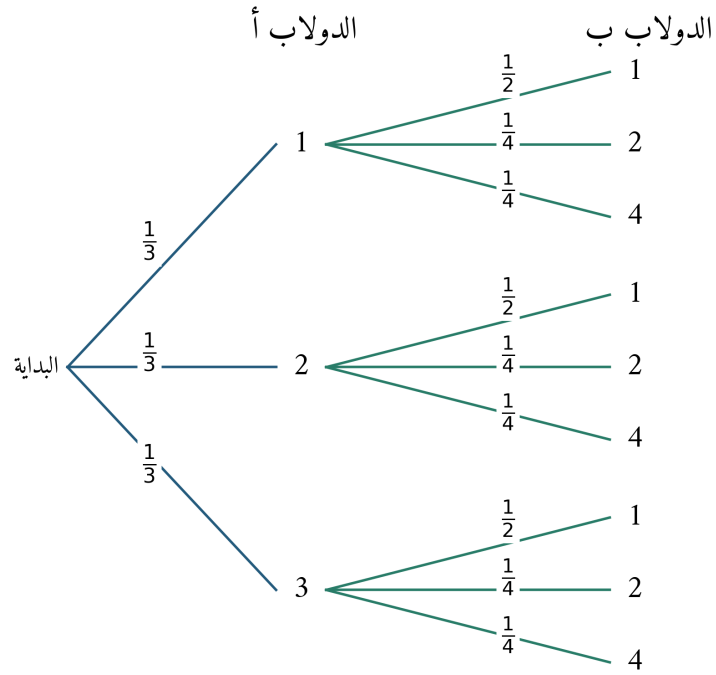
$$\frac{2}{3}$$

البند ب

ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولابان على العدد 2؟

1 . الفرع الملائم

احتمال 2 في أ هو $\frac{1}{3}$ ، وفي ب $\frac{1}{4}$ ؛ ندير الدولابين كلاً على حدة.



على طول كل فرع نضرب احتمالات الدولابين.

2 . الحساب

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

3 . فحص

نقسم دولاب ب إلى أربعة أرباع متساوية، اثنان منها يحملان 1؛ من 12 زوجاً متساوي الاحتمال، يوجد زوج واحد يحمل 2 في الدولابين ✓

الجواب النهائي

$$\cdot \frac{1}{12}$$

البند ج

ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولابان على نفس العدد؟

1 . الفروع الملائمة

العددان	احتمال الفرع
1 و 1	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
2 و 2	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

لا يوجد 3 في ب، ولا 4 في أ.

2 . نجمع

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

3 . فحص

من 12 زوج أرباع متساوي الاحتمال يوجد زوجان للعدد 1 وزوج واحد للعدد 2؛ $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ✓

الجواب النهائي

$$\frac{1}{4}$$

البند د

ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يتوقف عليهما الدولابان هو 5؟

1 . الأزواج الملائمة

الدولاب أ	الدولاب ب	احتمال الفرع
1	4	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
3	2	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

الزوج 2 و 3 غير ممكن، لأن 3 غير موجود في الدولاب ب.

2 . نجمع

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

3 . فحص

الزوجان مختلفان ولا يتكرر أي فرع؛ عددنا نتيجتين من 12 نتيجة متساوية الاحتمال ✓

الجواب النهائي

$$\frac{1}{6}$$

السؤال 3 . المرآتان وسلسلة اللهب

التشابه — في الكرّاسة: كرّاسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 1: نظرية فيثاغورس . تمهيد 5: نسبة التشابه . تمهيد 6: إيجاد أضلاع ناقصة . تمهيد 9: المحيط والمساحة في مثلثين متشابهين

عنقود الاهتداء في المستوى وفي الفراغ

3. في ساحة مدخل مدرسة ثانوية، وضعوا مرآتين شكلهما مثلثان متساويا الساقين: ABC و DEF ($DE = DF$ ، $AB = AC$) .
المثلثان متشابهان (انظروا الرسم) .

معطى أن: طول قاعدة المرآة ABC هو 40 سم،

وطول ساقها هو 52 سم .

أ. جدوا طول AK ، الارتفاع على القاعدة BC .

ب. جدوا مساحة المرآة ABC .

نسبة التشابه بين المثلث ABC

والمثلث DEF هي 2 .

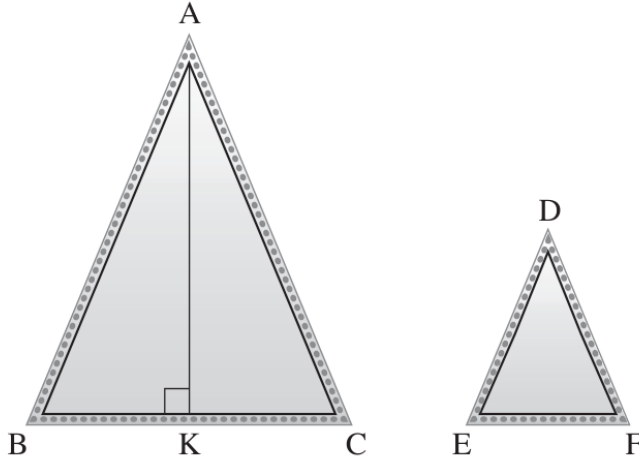
ج. جدوا طول القاعدة EF .

د. جدوا مساحة المرآة DEF .

وجد طلاب فرع الفن سلسلة لامبات طولها متران .

قرر الطلاب أن يُزيّنوا بها محيط المرآتين .

هـ. هل طول السلسلة التي وجدوها كان كافياً لتزيين كل محيط المرآتين؟ علّلوا إجابتكم .



البند أ

في ساحة مدخل مدرسة ثانوية، وضعوا مرآتين شكلهما مثلثان متساويا الساقين: ABC و DEF ($DE = DF$ ، $AB = AC$) .
المثلثان متشابهان (انظروا الرسم) .

معطى أن: طول قاعدة المرآة ABC هو 40 سم، وطول ساقها هو 52 سم .

جدوا طول AK ، الارتفاع على القاعدة BC .

1 . نصف القاعدة

بما أن $AB = AC$ و AK ارتفاع، فإن K منتصف BC .

$$BK = KC = \frac{40}{2} = 20$$

2 . القانون والتعويض

في المثلث القائم ABK الوتر 52، وأحد القائمين 20.

$$AB^2 = AK^2 + BK^2$$

$$52^2 = AK^2 + 20^2$$

$$AK^2 = 2,704 - 400 = 2,304$$

$$AK = \sqrt{2,304} = 48$$

3 . فحص

$$48^2 + 20^2 = 2,304 + 400 = 2,704 = 52^2$$

الوتر 52 أطول من القائمين ✓

الجواب النهائي

48 سم.

البند ب

جدوا مساحة المثلث ABC .

1 . المعطيات والقانون

$BC = 40$ سم، و $AK = 48$ سم؛ مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$.

2 . التعويض والحساب

$$S_{ABC} = \frac{40 \cdot 48}{2} = \frac{1,920}{2} = 960$$

3 . فحص

المثلثان القائمان متساويان؛ مساحة كلّ واحد $= \frac{20 \cdot 48}{2} = 480$ سم²، والمجموع 960 سم² ✓

الجواب النهائي

960 سم².

البند ج

نسبة التشابه بين المثلث ABC والمثلث DEF هي 2.
جدوا طول القاعدة EF .

1 . التناظر والنسبة

الرأس A يناظر D ، B يناظر E ، و C يناظر F ؛ القاعدتان BC و EF متناظرتان.

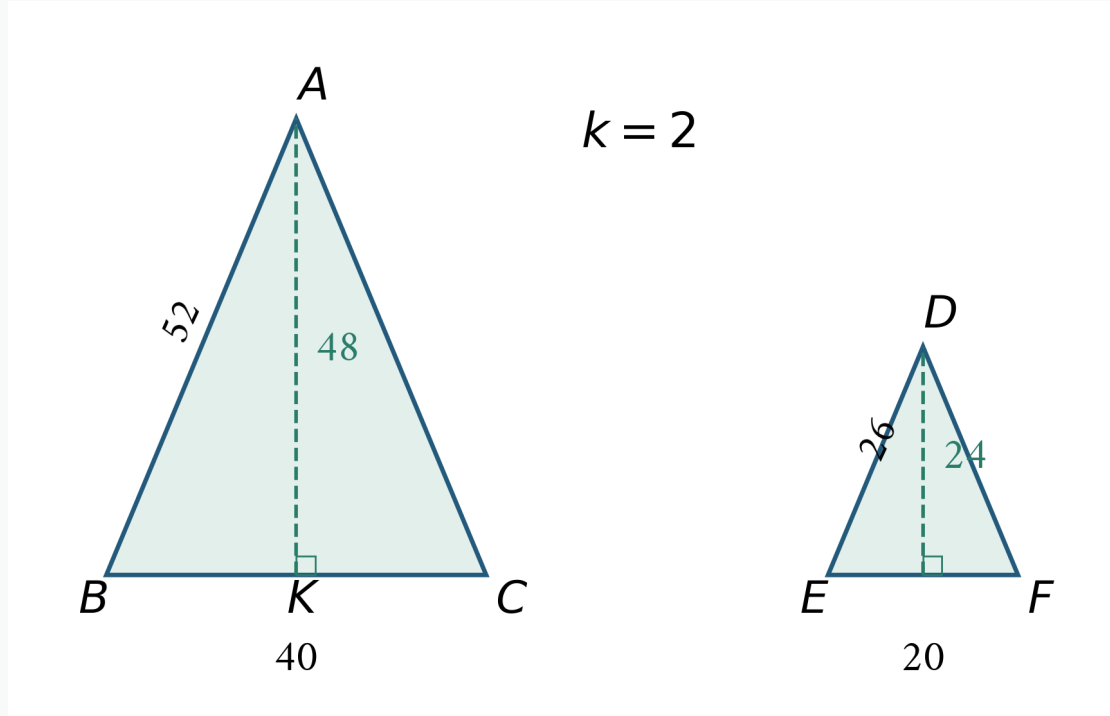
$$k = \frac{BC}{EF} = 2$$

2 . من الكبير إلى الصغير

$$EF = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{40}{20} = 2$$

نسبة الأول إلى الثاني توافق المعطى ✓



الأضلاع والارتفاعان بنسبة اثنين، والمساحتان بنسبة أربعة.

الجواب النهائي

20 سم.

البند د

جدوا مساحة المראה DEF .

1 . القانون

نسبة مساحة المثلث الأول إلى مساحة الثاني تساوي k^2 .

$$k^2 = 2^2 = 4$$

2 . التعويض

$$S_{DEF} = \frac{S_{ABC}}{4} = \frac{960}{4} = 240$$

3 . فحص مباشر

ارتفاع المرأة الصغيرة $24 = \frac{48}{2}$ سم، وقاعدتها 20 سم.

$$\frac{20 \cdot 24}{2} = 240$$

المساحتان المحسوبتان متفقتان ✓

الجواب النهائي

240 سم².

البند هـ

وجد طلاب فرع الفن سلسلة لمبات طولها متران.
قرر الطلاب أن يزيّنوا بها محيط المراتين.
هل طول السلسلة التي وجدوها كان كافياً لتزيين كل محيط المراتين؟ علّلوا إجابكم.

1 . محيط الكبيرة

المحيط = مجموع أطوال الأضلاع.

$$52 + 52 + 40 = 144$$

2 . محيط الصغيرة

المحيطان بنسبة التشابه نفسها.

$$\frac{144}{2} = 72$$

للتحقّق، طول الساق الصغيرة $26 = \frac{52}{2}$ سم؛ $26 + 26 + 20 = 72$ سم.

3 . المجموع وتوحيد الوحدات

$$144 + 72 = 216$$

طول السلسلة متران، أي 200 سم.

$$216 > 200$$

$$216 - 200 = 16$$

4 . الاستنتاج والفحص

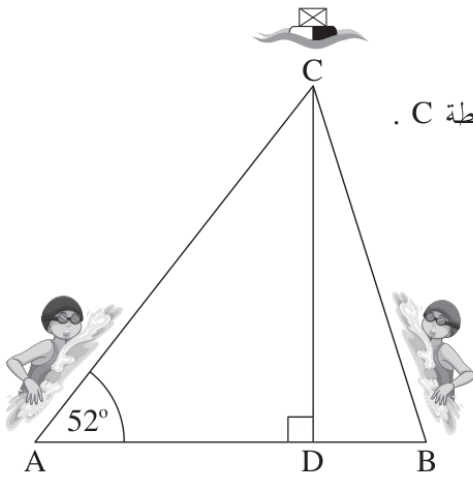
السلسلة لا تكفي؛ نحتاج 2.16 متر، أي 16 سم إضافيًا ✓

الجواب النهائي

لا؛ نحتاج 216 سم، والسلسلة 200 سم، فينقص 16 سم.

السؤال 4 . السباحة إلى العوامة

حساب المثلثات — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 6 . تمهيد 2: تذكير: نظرية فيثاغورس . تمهيد 5: إيجاد ضلع (1) . تمهيد 7: إيجاد زاوية . تمهيد 8: حساب المثلثات في الأشكال



4. خرجت رانية ومريم للسباحة في البحر.

خرجت رانية من النقطة A ، وخرجت مريم من النقطة B .

سبحت رانية ومريم بخطّ مستقيم، إلى عوامة في البحر موجودة في النقطة C .

النقطة D تقع على القطعة AB ، بحيث CD يعامد AB

(انظروا الرسم) .

معطى أنّ المسافة التي سبحتها رانية حتّى العوامة (AC) هي 180 مترًا .

مقدار الزاوية التي بين مسار سباحة رانية والقطعة AB هو 52° .

أ. جدوا بُعد العوامة عن القطعة AB (CD) .

معطى أنّ البُعد بين نقطة خروج مريم والنقطة D (BD) هو 45 مترًا .

ب. جدوا مقدار الزاوية التي بين مسار سباحة مريم والقطعة AB ($\angle CBD$) .

ج. جدوا البُعد بين النقطتين اللّتين خرجت منهما رانية ومريم للسباحة .

بعد أن وصلت مريم إلى العوامة، عادت سابحةً إلى النقطة B في نفس المسار بالضبط .

د. جدوا العدد الكلّي للأمتار التي سبحتها مريم .

البند أ

خرجت رانية ومريم للسباحة في البحر.

خرجت رانية من النقطة A ، وخرجت مريم من النقطة B .

سبحت رانية ومريم بخطّ مستقيم، إلى عوامة في البحر موجودة في النقطة C .

النقطة D تقع على القطعة AB ، بحيث CD يعامد AB (انظروا الرسم) .

معطى أنّ المسافة التي سبحتها رانية حتّى العوامة (AC) هي 180 مترًا .

مقدار الزاوية التي بين مسار سباحة رانية والقطعة AB هو 52° .

جدوا بُعد العوامة عن القطعة AB (CD) .

1 . تحديد الأضلاع

المثلث ACD قائم عند D؛ بالنسبة للزاوية A، الضلع CD مقابل و $AC = 180$ وتر.

2 . المعادلة والتعويض

$$\sin 52^\circ = \frac{CD}{180}$$

$$\sin 52^\circ \approx 0.7880$$

$$CD \approx 180 \cdot 0.7880 = 141.84$$

3 . فحص

بعد العوامة عن الشاطئ حوالي 141.84 متر، $141.84 < 180$ ، فالوتر أطول من القائم ✓

الجواب النهائي

حوالي 141.84 متر.

البند ب

معطى أن البعد بين نقطة خروج مريم والنقطة D (BD) هو 45 متراً.
جدوا مقدار الزاوية التي بين مسار سباحة مريم والقطعة AB ($\angle CBD$).

1 . تحديد الأضلاع

في المثلث القائم BCD ، بالنسبة إلى الزاوية B ، المقابل $CD \approx 141.84$ والمجاور $BD = 45$.

2 . النسبة والزاوية

$$\tan B = \frac{141.84}{45} = 3.1520$$

$$\angle CBD = \tan^{-1}(3.1520) \approx 72.40^\circ$$

3 . فحص

المقابل أطول من المجاور، ولذلك الزاوية أكبر من 45 درجة وأصغر من 90، كما حصلنا ✓

الجواب النهائي

حوالي 72.4° .

البند ج

جدوا البعد بين النقطتين اللتين خرجت منهما رانية ومريم للسباحة.

1 . تحديد الأضلاع

نطلب $AB = AD + DB$ ؛ في المثلث ACD الضلع AD مجاور للزاوية 52° ، والضلع $AC = 180$ وتر.

2 . المعادلة والحساب

$$\cos 52^\circ = \frac{AD}{180}$$

$$\cos 52^\circ \approx 0.6157$$

$$AD \approx 180 \cdot 0.6157 = 110.826$$

$$AD \approx 110.83$$

3 . نجع القطعتين

$$AB \approx 110.83 + 45 = 155.83$$

4 . فحص

المسافة بين نقطتي الخروج أكبر من كل قطعة من القطعتين؛ $155.83 - 45 = 110.83$ ✓

بحسب تقريب النسبة إلى أربع منازل والطول إلى منزلتين، نحصل على 155.83 متر. دون تقريب وسيط نحصل على 155.82 متر كما في الإجابات الرسمية؛ فرق 0.01 متر من التقريب فقط.

الجواب النهائي

حوالي 155.83 متر.

البند د

بعد أن وصلت مريم إلى العوامة، عادت سابحة إلى النقطة B في نفس المسار بالضبط. جدوا العدد الكلي للأمتار التي سبحتها مريم.

1 . المعطيات والقانون

في المثلث القائم BCD ، القائمان $CD \approx 141.84$ متر و $BD = 45$ متر.

$$BC^2 = CD^2 + BD^2$$

2 . التعويض والحساب

$$BC^2 \approx 141.84^2 + 45^2$$

$$BC^2 \approx 20,118.5856 + 2,025$$

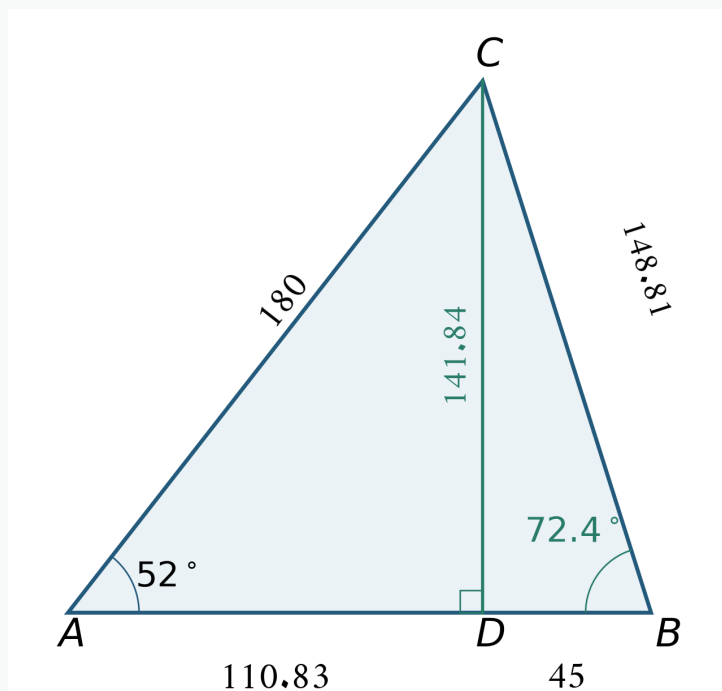
$$BC^2 \approx 22,143.5856$$

$$BC \approx \sqrt{22,143.5856} \approx 148.81$$

3 . الذهاب والعودة

$$2 \cdot 148.81 = 297.62$$

سبحت مريم حوالي 297.62 متر في المسارين معاً.



مسار مريم هو الضلع من نقطة خروجها إلى العوامة، ذهاباً وإياباً.

4 . فحص

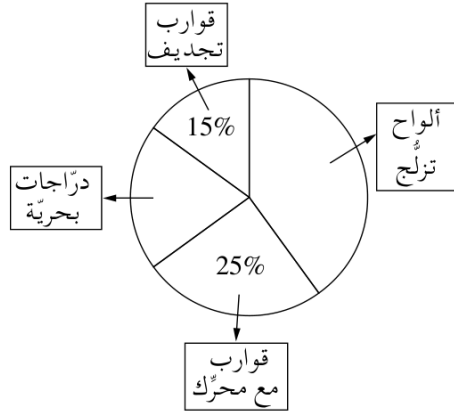
طول كلّ مسار 148.81 أطول من كلّ قائم؛ $148.81 > 45$ و $148.81 > 141.84$ ؛ والمجموع يساوي ضعفه ✓

الجواب النهائي

حوالي 297.62 متر.

السؤال 5 . تأجير وسائل الإبحار

الإحصاء — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (النسبة المئوية، المعدل من جدول تكرارات، قيمة ناقصة من معدل)



عنقود المال والاقتصاد

5. في شركة لتأجير وسائل إبحار، يؤجرون أربعة أنواع من وسائل الإبحار.

يوجد في الشركة ما مجموعه 40 وسيلة إبحار للتأجير.

المخطط الدائري الذي أمامكم يصف توزيع وسائل الإبحار

حسب كل نوع.

معطى أن عدد ألواح التزلج هو ضعف عدد الدراجات البحرية.

أ. ما هي النسبة المئوية للدراجات البحرية؟

الجدول الذي أمامكم يعرض أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة، حسب النوع.

نوع وسيلة الإبحار	قارب مع محرك	دراجة بحرية	قارب تجديف	لوح تزلج
السعر لساعة استئجار (بالشواكل)	400	280	150	120
عدد وسائل الإبحار				

ب. أكملوا في الجدول عدد وسائل الإبحار من كل نوع.

ج. احسبوا معدل أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة.

اشترت شركة التأجير 4 دراجات بحرية إضافية.

د. هل بعد إضافة الدراجات البحرية الجديدة، كبر معدل أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة

أم صغر أم لم يتغير؟ عللوا إجابتكم.

في أحد الأيام، استأجرت مجموعة من السياح ما مجموعه 10 وسائل إبحار لمدة ساعة واحدة.

استأجرت المجموعة قوارب مع محرك وقوارب تجديف فقط.

معدل أسعار استئجار قارب واحد في الساعة، الذي دفعته المجموعة، كان 350 شيكلاً.

ارمزوا بـ x إلى عدد القوارب مع محرك التي استأجرتها المجموعة.

هـ. جدوا x .

البند أ

في شركة لتأجير وسائل إبحار، يؤجرون أربعة أنواع من وسائل الإبحار.

يوجد في الشركة ما مجموعه 40 وسيلة إبحار للتأجير.

المخطط الدائري الذي أمامكم يصف توزيع وسائل الإبحار حسب كل نوع.

معطى أن عدد ألواح التزلج هو ضعف عدد الدراجات البحرية.

ما هي النسبة المئوية للدراجات البحرية؟

1 . نقرأ المخطط

القوارب مع محرك 25%، وقوارب التجديف 15%؛ الباقي للدراجات وألواح التزلج.

$$100\% - 25\% - 15\% = 60\%$$

2 . نقسم النسبة الباقية

ألواح التزلج ضعف الدراجات؛ الدراجات جزء واحد والألواح جزآن.

$$1 + 2 = 3$$

$$\frac{60\%}{3} = 20\%$$

3 . فحص

الدراجات 20% والألواح 40%؛ النسبة الثانية ضعف الأولى، والمجموع $25\% + 15\% + 20\% + 40\% = 100\%$ ✓

الجواب النهائي

20%.

البند ب

الجدول الذي أمامكم يعرض أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة، حسب النوع. أكمّلوا في الجدول عدد وسائل الإبحار من كلّ نوع.

1 . القانون

عدد وسائل كلّ نوع = العدد الكليّ · النسبة المئوية ككسر.

2 . الحساب

$$40 \cdot \frac{25}{100} = 10$$

$$40 \cdot \frac{20}{100} = 8$$

$$40 \cdot \frac{15}{100} = 6$$

$$40 \cdot \frac{40}{100} = 16$$

3 . الجدول بعد الإكمال

نوع وسيلة الإبحار	قارب مع محرك	درّاجة بحريّة	قارب تجديف	لوح تزلّج
السعر لساعة استئجار (بالشواكل)	400	280	150	120
عدد وسائل الإبحار	10	8	6	16

4 . فحص

$$10 + 8 + 6 + 16 = 40$$

والألواح 16 ضعف الدراجات 8 ✓

الجواب النهائي

النوع	قارب مع محرك	درّاجة بحريّة	قارب تجديف	لوح تزلّج
العدد	10	8	6	16

البند ج

احسبوا معدّل أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة.

1 . القانون

المعدّل $\bar{x}$ = مجموع القيم ÷ عدد القيم؛ من جدول تكرارات نضرب السعر بعدد الوسائل من نوعه.

2 . مجموع الأسعار

النوع	قارب مع محرك	درّاجة بحريّة	قارب تجديف	لوح تزلّج
السعر . العدد	$400 \cdot 10 = 4,000$	$280 \cdot 8 = 2,240$	$150 \cdot 6 = 900$	$120 \cdot 16 = 1,920$

$$4,000 + 2,240 + 900 + 1,920 = 9,060$$

3 . التعويض

$$\bar{x} = \frac{400 \cdot 10 + 280 \cdot 8 + 150 \cdot 6 + 120 \cdot 16}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{9,060}{40} = 226.5$$

4 . فحص

$$226.5 \cdot 40 = 9,060$$

$$\bar{x} = \frac{9,060}{40} = 226.5$$

المعدل بين 120 و 400 شيكل ✓

الجواب النهائي

226.5 شيكل.

البند د

اشترت شركة التأجير 4 دراجات بحرية إضافية.
هل بعد إضافة الدراجات البحرية الجديدة، كبر معدل أسعار استئجار وسيلة إبحار واحدة في الساعة أم صغر أم لم يتغير؟ عللوا إجابتكم.

1 . نقارن القيمة المضافة

سعر الدراجة 280 شيكل، أكبر من المعدل 226.5؛ $280 > 226.5$ ، ولذلك المعدل كبر.

2 . فحص بالمعدل الجديد

$$40 + 4 = 44$$

$$4 \cdot 280 = 1,120$$

$$9,060 + 1,120 = 10,180$$

$$\bar{x} = \frac{10,180}{44} \approx 231.36$$

المعدل الجديد 231.36 أكبر من 226.5، كما استنتجنا ✓

الجواب النهائي

كبر، سعر كل وسيلة مضافة 280 شيكل، أكبر من 226.5 (المعدل الجديد حوالي 231.36 شيكل).

البند هـ

في أحد الأيام، استأجرت مجموعة من السياح ما مجموعه 10 وسائل إبحار لمدة ساعة واحدة. استأجرت المجموعة قوارب مع محرك وقوارب تجديف فقط. معدل أسعار استئجار قارب واحد في الساعة، الذي دفعته المجموعة، كان 350 شيكلاً. ارمزوا بـ x إلى عدد القوارب مع محرك التي استأجرتها المجموعة. جدوا x .

1 . المعطيات في جدول

النوع	عدد القوارب	السعر	السعر مضروباً بالعدد
قارب مع محرك	x	400	$400x$
قارب تجديف	$10 - x$	150	$150(10 - x)$
المجموع	10	—	$400x + 150(10 - x)$

2 . قانون المعدل والتعويض

$$\bar{x} = \frac{400x + 150(10 - x)}{10}$$

$$350 = \frac{400x + 150(10 - x)}{10}$$

3 . نحلّ المعادلة

$$3,500 = 400x + 1,500 - 150x$$

$$3,500 - 1,500 = 250x$$

$$2,000 = 250x$$

$$x = \frac{2,000}{250} = 8$$

4 . ففص

عدد قوارب التجديف $2 = 10 - 8$ ؛ المجموع 10.

$$\bar{x} = \frac{400 \cdot 8 + 150 \cdot 2}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{3,500}{10} = 350$$

المعدّل يعود إلى المعطى ✓

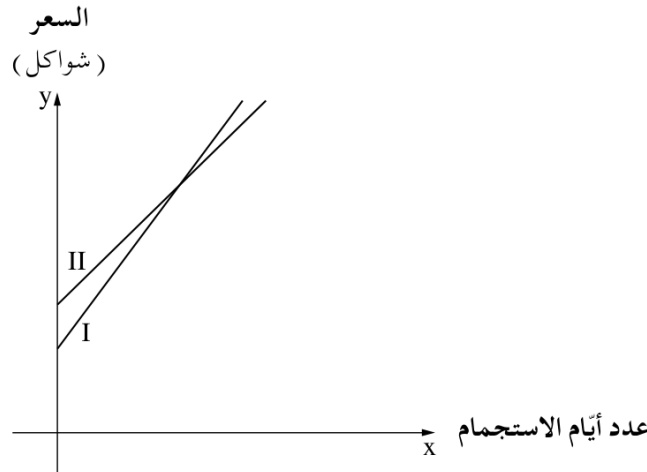
الجواب النهائيّ

8 قوارب مع محرّك.

السؤال 6 . عرضا الاستجمام

النموذج الخطي – في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المبلغ الثابت، الانحدار، التعويض والتساوي)

6. يوجد في شركة سياحة عرضان سياحيّان: العرض "أ" والعرض "ب". كلّ واحد من العرضين يشمل تذكرة السفر وأيام استجمام في الفندق .
 سعر العرض "أ" هو 946 شيكلاً مقابل تذكرة السفر، وبالإضافة إلى ذلك 317 شيكلاً مقابل كلّ يوم استجمام .
 سعر العرض "ب" هو 1,450 شيكلاً مقابل تذكرة السفر، وبالإضافة إلى ذلك 293 شيكلاً مقابل كلّ يوم استجمام .
 أمامكم رسمان بيانيّان II-I . كلّ واحد منهما يصف أحد العرضين – "أ" أو "ب" .



- أ. حدّدوا أيّ رسم بيانيّ يصف العرض "أ" .
 طلبت سامية من شركة السياحة استجماماً لـ 9 أيام حسب العرض "أ" .
 ب. ما هو المبلغ الكلّي الذي دفعته سامية لشركة السياحة؟
 ارمزوا بـ x إلى عدد أيام الاستجمام .
 ج. اكتبوا تعبيراً جبرياً يلائم سعر الاستجمام حسب كلّ واحد من العرضين .
 طلب أكرم من شركة السياحة استجماماً حسب العرض "ب" . دفع أكرم لشركة السياحة مبلغاً كلياً قدره 6,431 شيكلاً .
 د. كم يوم استجمام طلب أكرم؟
 هـ. ما هو عدد أيام الاستجمام التي يكون السعر مقابلها متساوياً في العرضين؟

البند أ

- يوجد في شركة سياحة عرضان سياحيّان: العرض "أ" والعرض "ب". كلّ واحد من العرضين يشمل تذكرة السفر وأيام استجمام في الفندق .
 سعر العرض "أ" هو 946 شيكلاً مقابل تذكرة السفر، وبالإضافة إلى ذلك 317 شيكلاً مقابل كلّ يوم استجمام .
 سعر العرض "ب" هو 1,450 شيكلاً مقابل تذكرة السفر، وبالإضافة إلى ذلك 293 شيكلاً مقابل كلّ يوم استجمام .
 أمامكم رسمان بيانيّان II-I . كلّ واحد منهما يصف أحد العرضين – "أ" أو "ب" .
 حدّدوا أيّ رسم بيانيّ يصف العرض "أ" .

1 . المبلغ الثابت

في العرض أ المبلغ الثابت 946 شيكلاً، وفي ب 1,450 شيكلاً؛ إذن أ يبدأ من قيمة أصغر على محور السعر.

2 . الانحدار والاختيار

العرض أ يزداد 317 شيكلاً لكل يوم، مقابل 293 في ب؛ أ أشد انحداراً. الرسم I يبدأ من القيمة الأصغر وهو أشد انحداراً، فيصف أ.

3 . فحوص

عند صفر أيام، سعراً 946 وسعر ب 1,450؛ يوافق نقطتي البداية في الرسم ✓

الجواب النهائي

الرسم I؛ مبلغه الثابت أصغر وهو أشد انحداراً.

البند ب

طلبت سامية من شركة السياحة استجماماً لـ 9 أيام حسب العرض "أ".
ما هو المبلغ الكلي الذي دفعته سامية لشركة السياحة؟

1 . المعطيات والقانون

المبلغ الكلي = المبلغ الثابت + المبلغ لكل يوم · عدد الأيام.

2 . التعويض والحساب

$$946 + 317 \cdot 9$$

$$317 \cdot 9 = 2,853$$

$$946 + 2,853 = 3,799$$

3 . فحص

$$\frac{3,799 - 946}{317} = 9$$

المبلغ بعد طرح تذكرة السفر يكفي بالضبط لتسعة أيام ✓

الجواب النهائي

3,799 شيكلاً.

البند ج

ارمزوا x إلى عدد أيام الاستجمام.
اكتبوا تعبيراً جبرياً يلائم سعر الاستجمام حسب كل واحد من العرضين.

1 . المعطيات

العرض	المبلغ الثابت	السعر لكل يوم
أ	946	317
ب	1,450	293

2 . التعبيران

سعر العرض أ بالشواكل:

$$946 + 317x$$

سعر العرض ب بالشواكل:

$$1,450 + 293x$$

3 . فحص

عند $x = 0$ نحصل على 946 و 1,450؛ وعند إضافة يوم واحد يزيد السعر 317 و 293، وفق المعطيات ✓

الجواب النهائي

العرض «أ»: $946 + 317x$ شيكلاً.

العرض «ب»: $1,450 + 293x$ شيكلاً.

البند د

طلب أكرم من شركة السياحة استجماماً حسب العرض "ب". دفع أكرم لشركة السياحة مبلغاً كلياً قدره 6,431 شيكلاً. كم يوم استجمام طلب أكرم؟

1 . المعادلة

$$1,450 + 293x = 6,431$$

2 . نحلّ

$$293x = 6,431 - 1,450 = 4,981$$

$$x = \frac{4,981}{293} = 17$$

3 . فحص

$$1,450 + 293 \cdot 17 = 1,450 + 4,981 = 6,431$$

التعويض يعيد المبلغ المدفوع ✓

الجواب النهائي

17 يوماً.

البند هـ

ما هو عدد أيام الاستجمام التي يكون السعر مقابلها متساوياً في العرضين؟

1 . نساوي السعرين

نرمز بـ x إلى السعر المشترك بالشواكل للحلّ الإضافي.

$$946 + 317x = 1,450 + 293x$$

2 . نحلّ بالموازنة

$$317x - 293x = 1,450 - 946$$

$$24x = 504$$

$$x = \frac{504}{24} = 21$$

$$y = 946 + 317 \cdot 21 = 7,603$$

3. حل آخر: طريقة المربعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -317x + y = 946 \\ -293x + y = 1,450 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 946 & 1 \\ \hline 1,450 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$D = \begin{array}{|c|c|} \hline -317 & 1 \\ \hline -293 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline -317 & 946 \\ \hline -293 & 1,450 \\ \hline \end{array}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-317) \cdot 1 - (-293) \cdot 1 = -317 - (-293) = -24$$

$$D_x = 946 \cdot 1 - 1,450 \cdot 1 = 946 - 1,450 = -504$$

$$D_y = (-317) \cdot 1,450 - (-293) \cdot 946 = -459,650 - (-277,178) = -182,472$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-504}{-24} = 21$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-182,472}{-24} = 7,603$$

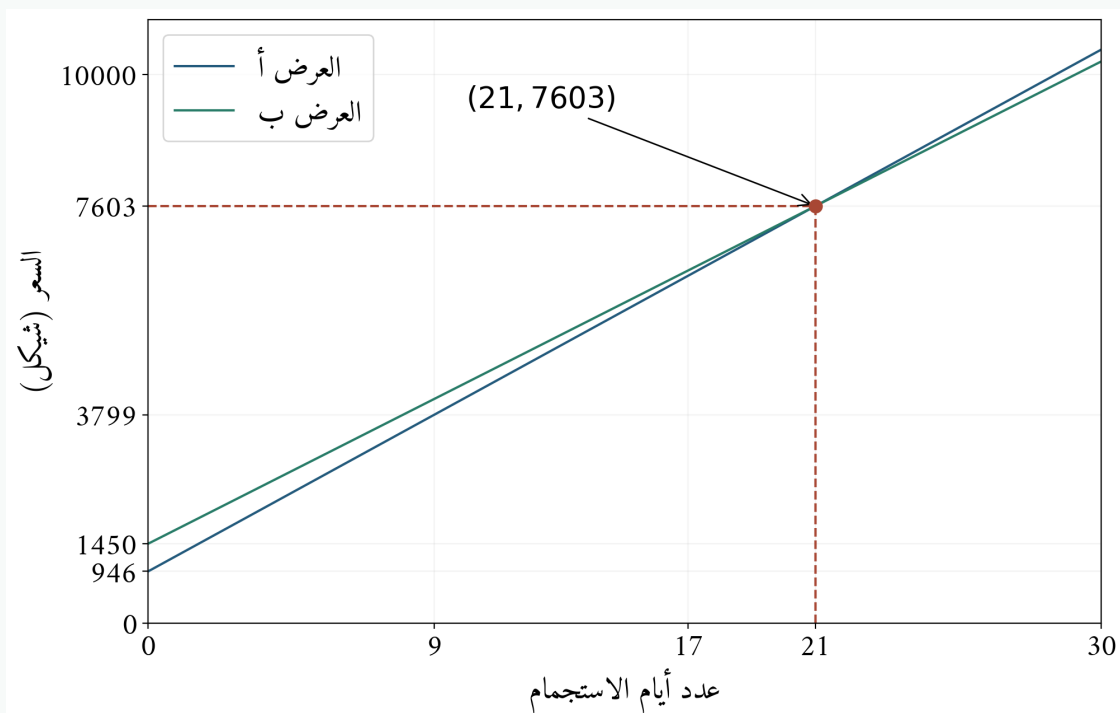
تحقق: $946 = (-317) \cdot 21 + 1 \cdot 7,603$ ، $1,450 = (-293) \cdot 21 + 1 \cdot 7,603$ ✓

افتحوا هذه الهئية في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

$$1,450 + 293 \cdot 21 = 1,450 + 6,153 = 7,603$$

بعد 21 يومًا السعر 7,603 شواكل في العرضين ✓



نقطة التقاء السعرين عند واحد وعشرين يومًا.

الجواب النهائي

21 يومًا؛ السعر المشترك 7,603 شواكل.

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب									
1	أ (1)	حوالي 32,117 ساكاً.									
	أ (2)	حوالي 21,360 ساكاً.									
	ب	25,195 ساكاً.									
	ج	المدينة «ب»: حوالي 8% في السنة، مقابل 6% في المدينة «أ».									
2	أ	$\frac{2}{3}$.									
	ب	$\frac{1}{12}$.									
	ج	$\frac{1}{4}$.									
	د	$\frac{1}{6}$.									
3	أ	48 سم.									
	ب	960 سم ² .									
	ج	20 سم.									
	د	240 سم ² .									
	هـ	لا؛ نحتاج 216 سم، والسلسلة 200 سم، فينقص 16 سم.									
4	أ	حوالي 141.84 متر.									
	ب	حوالي 72.4°.									
	ج	حوالي 155.83 متر.									
	د	حوالي 297.62 متر.									
5	أ	20%.									
	ب	<table><tr><td>النوع</td><td>قارب مع محرّك</td><td>درّاجة بحريّة</td><td>قارب تجديف</td><td>لوح تزلّج</td></tr><tr><td>العدد</td><td>10</td><td>8</td><td>6</td><td>16</td></tr></table>	النوع	قارب مع محرّك	درّاجة بحريّة	قارب تجديف	لوح تزلّج	العدد	10	8	6
النوع	قارب مع محرّك	درّاجة بحريّة	قارب تجديف	لوح تزلّج							
العدد	10	8	6	16							
	ج	226.5 شيكل.									

د	كبر؛ سعر كل وسيلة مضافة 280 شيكل، أكبر من 226.5 (المعدل الجديد حوالي 231.36 شيكل).	
هـ	8 قوارب مع محرك.	
أ	الرسم I؛ مبلغه الثابت أصغر وهو أشد انحداراً.	6
ب	3,799 شيكلاً.	
ج	العرض «أ»: $946 + 317x$ شيكلاً. العرض «ب»: $1,450 + 293x$ شيكلاً.	
د	17 يوماً.	
هـ	21 يوماً؛ السعر المشترك 7,603 شواكل.	