

حلول امتحان البجروت 371

شتاء 2023

3 وحدات · الصفّ الحادي عشر · ترجمة تعليمية غير رسمية

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

في النموذج ستّة أسئلة؛ لكلّ سؤال 20 درجة. تُسمح الإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاؤون، لكنّ مجموع الدرجات لا يزيد على 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلم الشخصي أو الصفّي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

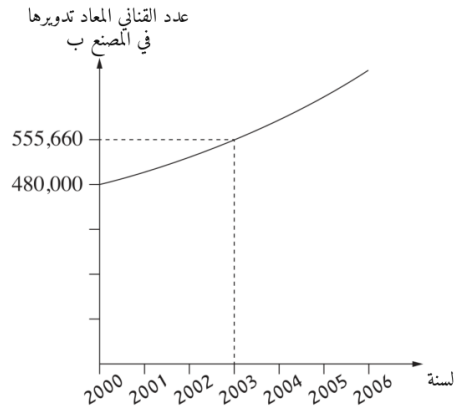
نصوص الأسئلة: ترجمة تعليمية غير رسمية لامتحان وزارة التربية والتعليم المنشور بالعبريّة (شتاء 2023، النموذج 035371)؛ حقوق النصّ الأصليّ والرسوم للوزارة. الحلول والشروح تعليمية أصلية وليست حلًا رسميًا.

السؤال 1 . إعادة تدوير القناني

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 3: قانون التزايد والتناقص . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين . تمهيد 9: مقارنة بين كميتين

1. عنقود المجتمع والعلوم

- في المصنع أ يُعاد تدوير قناني. يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع أ بنسبة 3% في كل سنة.
في سنة 2000 أُعيد تدوير 500,000 قنينة في المصنع أ.
أ. كم قنينة أُعيد تدويرها في المصنع أ في سنة 2006؟
في المصنع ب أيضًا يُعاد تدوير قناني. يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع ب بنسبة مئوية ثابتة في كل سنة.
أمامكم رسم بياني يصف عدد القناني التي أُعيد تدويرها في المصنع ب حسب السنوات. استعينوا به، وأجيبوا عن البنود ب-د.



- ب. (1) كم قنينة أُعيد تدويرها في المصنع ب في سنة 2000؟
(2) كم قنينة أُعيد تدويرها في المصنع ب في سنة 2003؟
ج. بكم بالمئة يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع ب في كل سنة؟
في بداية سنة 2006 أعلنت وزارة حماية البيئة أن المصنع الذي يعيد تدوير أكثر من 600,000 قنينة في تلك السنة يحصل على منحة.
د. حدّدوا، بالنسبة إلى كل واحد من المصنعين أ وب، هل يحصل على المنحة. علّلوا.

البند أ

- في المصنع أ يُعاد تدوير قناني. يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع أ بنسبة 3% في كل سنة.
في سنة 2000 أُعيد تدوير 500,000 قنينة في المصنع أ.
كم قنينة أُعيد تدويرها في المصنع أ في سنة 2006؟

1 . المعطيات والعامل

$A_0 = 500,000$ قنينة، ونسبة التزايد 3% في السنة.

$$n = 2006 - 2000 = 6$$

$$q = 1 + \frac{3}{100} = 1.03$$

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$A_6 = 500,000 \cdot 1.03^6$$

$$A_6 \approx 597,026.15$$

في سنة 2006 أعيد تدوير حوالي 597,026 قنينة، إلى قنينة كاملة.

3 . فحص

$$\frac{597,026.15}{1.03^6} \approx 500,000$$

الرجوع ست سنوات يعيد العدد الأصلي ✓

الجواب النهائي

حوالي 597,026 قنينة.

البند ب (1)

في المصنع ب أيضاً يُعاد تدوير قناني. يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع ب بنسبة مئوية ثابتة في كل سنة. أمامكم رسم بياني يصف عدد القناني التي أُعيد تدويرها في المصنع ب حسب السنوات. استعينوا به، وأجيبوا عن البنود ب-د.
(1) كم قنينة أُعيد تدويرها في المصنع ب في سنة 2000؟

1 . نقرأ المحورين

المحور الأفقي السنة، والعمودي عدد القناني المعاد تدويرها في المصنع ب.

2 . نقرأ العدد

عند 2000 يبدأ المنحنى من 480,000 قنينة.

3 . فحص

نقطة بداية المنحنى تقابل العدد 480,000 على المحور العمودي ✓

الجواب النهائي

480,000 قَيِّنة.

البند ب (2)

(2) كم قَيِّنة أُعيد تدويرها في المصنع ب في سنة 2003؟

1 . نقرأ الرسم

الخطّ العمودي المتقطع عند 2003 يصل إلى المنحنى، والخطّ الأفقيّ منه يشير إلى 555,660.

2 . الاستنتاج والفحص

في 2003 أُعيد تدوير 555,660 قَيِّنة؛ الخطّان يربطان السنة والعدد نفسيهما ✓

الجواب النهائي

555,660 قَيِّنة.

البند ج

بكم بالمئة يزداد عدد القناني التي يُعاد تدويرها في المصنع ب في كلّ سنة؟

1 . المعطيات والقانون

$A_0 = 480,000$ ، و $A_3 = 555,660$ ، و $n = 2003 - 2000 = 3$

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

2 . نجد العامل

$$555,660 = 480,000 \cdot q^3$$

$$q^3 = \frac{555,660}{480,000} = 1.157625$$

$$q = \sqrt[3]{1.157625} = 1.05$$

3 . نسبة التزايد

$$(1.05 - 1) \cdot 100\% = 5\%$$

4 . فحص

$$480,000 \cdot 1.05^3 = 555,660$$

التعويض يعيد القيمة المقروءة من الرسم ✓

الجواب النهائي

5% في السنة.

البند د

في بداية سنة 2006 أعلنت وزارة حماية البيئة أن المصنع الذي يعيد تدوير أكثر من 600,000 قنينة في تلك السنة يحصل على منحة. حدّدوا، بالنسبة إلى كلّ واحد من المصنعين أ وب، هل يحصل على المنحة. علّلوا.

1 . المصنع أ

حسب البند أ، العدد حوالي 597,026.15 قنينة.

$$597,026.15 < 600,000$$

المصنع أ لا يحصل على المنحة.

2 . المصنع ب

نبدأ من 480,000 في 2000، والعامل 1.05، وعدد السنوات 6.

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$A_6 = 480,000 \cdot 1.05^6$$

$$A_6 \approx 643,245.91$$

$$643,245.91 > 600,000$$

المصنع ب يحصل على المنحة.

3 . فحص المقارنة

المصنع	أ	ب
القناني في 2006	597,026.15 تقريباً	643,245.91 تقريباً
أكثر من 600,000؟	لا	نعم

قارنّا العددين في السنة نفسها؛ رغم أنّ ب بدأ بعدد أقلّ، نسبة تزايد 5% أكبر من 3% ✓

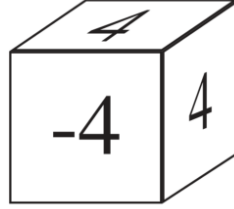
الجواب النهائيّ

أ: لا، حوالي 597,026 قنينة؛ ب: نعم، حوالي 643,246 قنينة، أكثر من 600,000.

السؤال 2 . المكعب ذو العددين

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (جدول، ضرب الفروع وجمعها)

2. أمامكم مكعب متوازن له 6 أوجه. على كل وجه من أوجهه مكتوب عدد. على خمسة أوجه مكتوب العدد 4، وعلى وجه واحد مكتوب العدد -4.



- أ. نلقي المكعب مرة واحدة. ما هو احتمال الحصول على العدد 4؟
نلقي المكعب مرتين.
ب. ما هو احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين نحصل عليهما 8؟
ج. ما هو احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين نحصل عليهما 0؟
د. ما هو احتمال أن يكون حاصل ضرب العددين اللذين نحصل عليهما 16؟

البند أ

- أمامكم مكعب متوازن له 6 أوجه. على كل وجه من أوجهه مكتوب عدد. على خمسة أوجه مكتوب العدد 4، وعلى وجه واحد مكتوب العدد -4.
نلقي المكعب مرة واحدة. ما هو احتمال الحصول على العدد 4؟

1 . المعطيات

العدد	4	-4	المجموع
عدد الأوجه	5	1	6

2 . الاحتمال

$$\frac{5}{6}$$

3 . فحص

$$\checkmark \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1 \text{ ؛ } \frac{1}{6} \text{ احتمال العدد الآخر}$$

الجواب النهائي

$$\frac{5}{6}$$

البند ب

نلقي المكعب مرتين.

ما هو احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين نحصل عليهما 8؟

1 . جدول الفروع

الأول	الثاني	احتمال الفرع	المجموع
4	4	$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$	8
4	-4	$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$	0
-4	4	$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$	0
-4	-4	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$	-8

2 . الفرع الملائم

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

3 . فحص

من 36 زوج أوجه متساوي الاحتمال، يوجد $5 \cdot 5 = 25$ زوجاً يعطي 8 ✓

الجواب النهائي

$$\frac{25}{36}$$

البند ج

ما هو احتمال أن يكون مجموع العددين اللذين نحصل عليهما 0؟

1 . الفرعان

المجموع 0 يتحقق عندما العددان مختلفان في الإشارة.

$$4 + (-4) = 0$$

$$(-4) + 4 = 0$$

2 . تجمع الاحتمالين

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

3 . فحص

في الجدول فرعان منفصلان، لكل واحد 5 أزواج أوجه؛ مجموعها 10 من 36 ✓

الجواب النهائي

$$\frac{5}{18}$$

البند د

ما هو احتمال أن يكون حاصل ضرب العددين اللذين نحصل عليهما 16؟

1 . الأزواج الملائمة

$$4 \cdot 4 = 16$$

$$(-4) \cdot (-4) = 16$$

أما مختلفا الإشارة فيعطيان -16، فلا يلائمان.

2 . تجمع

$$\frac{25}{36} + \frac{1}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

3. فحص بالمكمل

$$1 - \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

طرح احتمال مختلفي الإشارة يعيد النتيجة نفسها ✓

الجواب النهائي

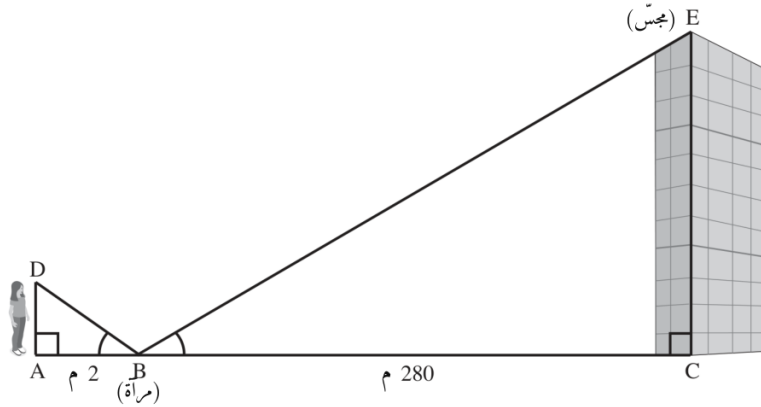
$$\frac{13}{18}$$

السؤال 3 . ارتفاع المبنى والمرآة

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 4: كيف نفسر أنّ المثلثين متشابهان؟ . تمهيد 5: نسبة التشابه . تمهيد 8: الظلال و«الساعة الرملية»

3. عنقود الاهتداء في المستوى وفي الفراغ

قاست روني ارتفاع مبنى معين. تقع النقطة C في أسفل المبنى. وضعت روني مرآة على الأرض في النقطة B ، التي تبعد 280 متراً عن النقطة C . وقفت روني في النقطة A ، الواقعة على امتداد القطعة CB ، على بُعد 2 متر من المرآة. أطلقت روني شعاع ليزر من النقطة D باتجاه المرآة. اصطدم الشعاع بالمرآة، ثم أصاب مجسّاً موجوداً على سطح المبنى في النقطة E (انظروا الرسم). معطى: $\angle CBE = \angle ABD$ ، $AD \perp AB$ ، $EC \perp BC$.



أ. (1) أثبتوا أنّ المثلث CBE يشابه المثلث ABD .

(2) احسبوا نسبة التشابه بين المثلث CBE والمثلث ABD .

أطلقت روني شعاع الليزر من ارتفاع 1.6 متر عن الأرض (AD).

ب. جدوا ارتفاع المبنى (CE).

يعمل مصعد للركاب دون توقّف من الطابق الأرضي حتّى سطح المبنى. سرعة المصعد 8 أمتار في الثانية.

ج. خلال كم من الوقت يصعد المصعد من الطابق الأرضي إلى سطح المبنى؟

البند أ (1)

قاست روني ارتفاع مبنى معين. تقع النقطة C في أسفل المبنى. وضعت روني مرآة على الأرض في النقطة B ، التي تبعد 280 متراً عن النقطة C . وقفت روني في النقطة A ، الواقعة على امتداد القطعة CB ، على بُعد 2 متر من المرآة. أطلقت روني شعاع ليزر من النقطة D باتجاه المرآة. اصطدم الشعاع بالمرآة، ثم أصاب مجسّاً موجوداً على سطح المبنى في النقطة E (انظروا الرسم).

معطى: $\angle CBE = \angle ABD$ ، $AD \perp AB$ ، $EC \perp BC$.
(1) أثبتوا أن المثلث CBE يشابه المثلث ABD .

1. الزاويتان القائمتان

$$\angle ECB = \angle DAB = 90^\circ$$

السبب: التعامدان $AD \perp AB$ و $EC \perp BC$ معطيان.

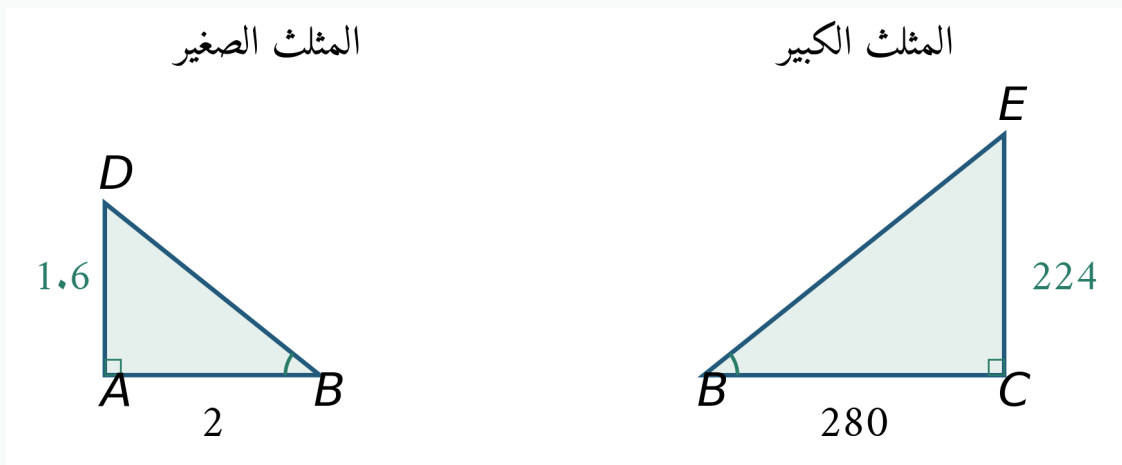
2. زاويتا المراءة

$$\angle CBE = \angle ABD$$

السبب: مساواة الزاويتين معطاة.

3. الاستنتاج والتناظر

زاويتان متساويتان، إذن المثلث CBE يشبه المثلث ABD . الرأس C يناظر A ، B يناظر B ، و E يناظر D .



رسم توضيحي للمثلثين المتناظرين؛ فرق الأطوال الكبير لا يظهر بمقياس واحد.

4. فحس

ترتيب التناظر يضع الزاويتين القائمتين معاً وزاويتي المراءة معاً، كما يلزم ✓

الجواب النهائي

المثلث CBE يشبه المثلث ABD : زاويتان قائمتان (التعامدان المعطيان)، وزاويتا المراءة متساويتان (معطى).

البند أ (2)

(2) احسبوا نسبة التشابه بين المثلث CBE والمثلث ABD .

1 . الضلعان المتناظران

الضلع $CB = 280$ متراً يناظر $AB = 2$ متر، بحسب ترتيب الرؤوس.

2 . النسبة

$$k = \frac{CB}{AB} = \frac{280}{2} = 140$$

3 . فحص

$$2 \cdot 140 = 280$$

نسبة الكبير إلى الصغير 140 ✓

الجواب النهائي

$$k = 140$$

البند ب

أطلقت روني شعاع الليزر من ارتفاع 1.6 متر عن الأرض (AD).
جدوا ارتفاع المبنى (CE).

1 . المعطيات والتناظر

الضلع CE يناظر $AD = 1.6$ متر، ونسبة الكبير إلى الصغير 140.

2 . التعويض والحساب

$$CE = AD \cdot k$$

$$CE = 1.6 \cdot 140 = 224$$

3 . فحص

$$\frac{224}{1.6} = 140$$

نسبة الارتفاعين تساوي نسبة المسافتين عن المرآة ✓

الجواب النهائي

224 متراً.

البند ج

يعمل مصعد للركاب دون توقّف من الطابق الأرضي حتّى سطح المبنى . سرعة المصعد 8 أمتار في الثانية .
خلال كم من الوقت يصعد المصعد من الطابق الأرضي إلى سطح المبنى ؟

1 . المعطيات والقانون

المسافة 224 متراً، والسرعة 8 أمتار في الثانية؛ الزمن = المسافة ÷ السرعة .

2 . الحساب

$$\frac{224}{8} = 28$$

3 . فحص

$$28 \cdot 8 = 224$$

خلال 28 ثانية يقطع المصعد الارتفاع كاملاً ✓

الجواب النهائي

28 ثانية.

السؤال 4 . جهاز الألعاب وشبكة التسلق

حساب المثلثات — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 6 . تمهيد 2: تذكير: نظرية فيثاغورس . تمهيد 6: إيجاد ضلع (2): الضلع المجهول في المقام . تمهيد 8: حساب المثلثات في الأشكال

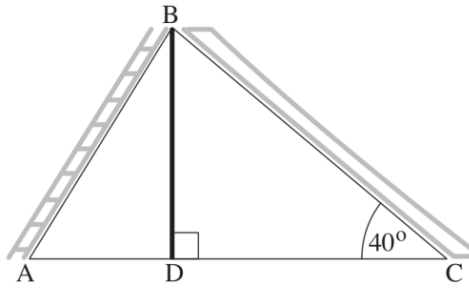
4. وُضع في ملعب ألعاب جهاز على شكل مثلث ABC .

الضلع AB هو سلم يصعدون عليه من الأرض إلى رأس الجهاز (النقطة B).

الضلع BC هو زلافة ينزلون عليها من رأس الجهاز إلى الأرض.

القطعة BD هي عمود داعم عمودي على الضلع AC (انظروا الرسم).

معطى: $BD = 5$ أمتار، $AD = 3.5$ أمتار.



أ. جدوا طول السلم AB .

وُضعت الزلافة بزاوية 40° مع الأرض.

ب. جدوا طول الزلافة BC .

قررت البلدية تركيب شبكة تسلق على وجه واحد من الجهاز (المثلث ABC).

ج. (1) جدوا طول الضلع AC .

(2) جدوا كم متراً مربعاً من الشبكة يلزم لتغطية مساحة المثلث ABC .

تكلفة 1 م² من شبكة التسلق هي 38 شيكلاً. بالإضافة إلى ذلك، دفعت البلدية للعمال الذين ركبوا الشبكة 2,600 شيكل.

د. ما هو المبلغ الكلي الذي دفعته البلدية مقابل تركيب شبكة التسلق؟

البند أ

وُضع في ملعب ألعاب جهاز على شكل مثلث ABC .

الضلع AB هو سلم يصعدون عليه من الأرض إلى رأس الجهاز (النقطة B).

الضلع BC هو زلافة ينزلون عليها من رأس الجهاز إلى الأرض.

القطعة BD هي عمود داعم عمودي على الضلع AC (انظروا الرسم).

معطى: $BD = 5$ أمتار، $AD = 3.5$ أمتار.

جدوا طول السلم AB .

1 . المعطيات والقانون

المثلث ABD قائم عند D ، وقائمه 5 و 3.5 أمتار.

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

2 . التعويض والحساب

$$AB^2 = 3.5^2 + 5^2 = 12.25 + 25 = 37.25$$

$$AB = \sqrt{37.25} \approx 6.1$$

3 . فحص

السلم هو الوتر؛ $6.1 > 3.5$ و $6.1 > 5$ ✓

الجواب النهائي

حوالي 6.1 متر.

البند ب

وُضعت الزلّاقة بزاوية 40° مع الأرض.
جدوا طول الزلّاقة BC .

1 . تحديد الأضلاع

في المثلث القائم BCD ، بالنسبة للزاوية $C = 40^\circ$ ، الضلع $BD = 5$ مقابل BC وتر.

2 . المعادلة والحساب

$$\sin 40^\circ = \frac{5}{BC}$$

$$\sin 40^\circ \approx 0.6428$$

$$BC \approx \frac{5}{0.6428} \approx 7.78$$

3 . فحص

الوتر 7.78 أطول من القائم 5؛ وطول الزلافة أكبر من طول السلم 6.1، كما يناسب زاويتها الأصغر مع الأرض ✓

الجواب النهائي

حوالي 7.78 متر.

البند ج (1)

قررت البلدية تركيب شبكة تسلق على وجه واحد من الجهاز (المثلث ABC).
(1) جدوا طول الضلع AC .

1 . أجزاء القاعدة

$$AC = AD + DC$$

نعرف $AD = 3.5$ متر. في المثلث القائم الأيمن، $BD = 5$ مقابل للزاوية 40° ، و DC مجاور.

2 . المعادلة والحساب

$$\tan 40^\circ = \frac{5}{DC}$$

$$\tan 40^\circ \approx 0.8391$$

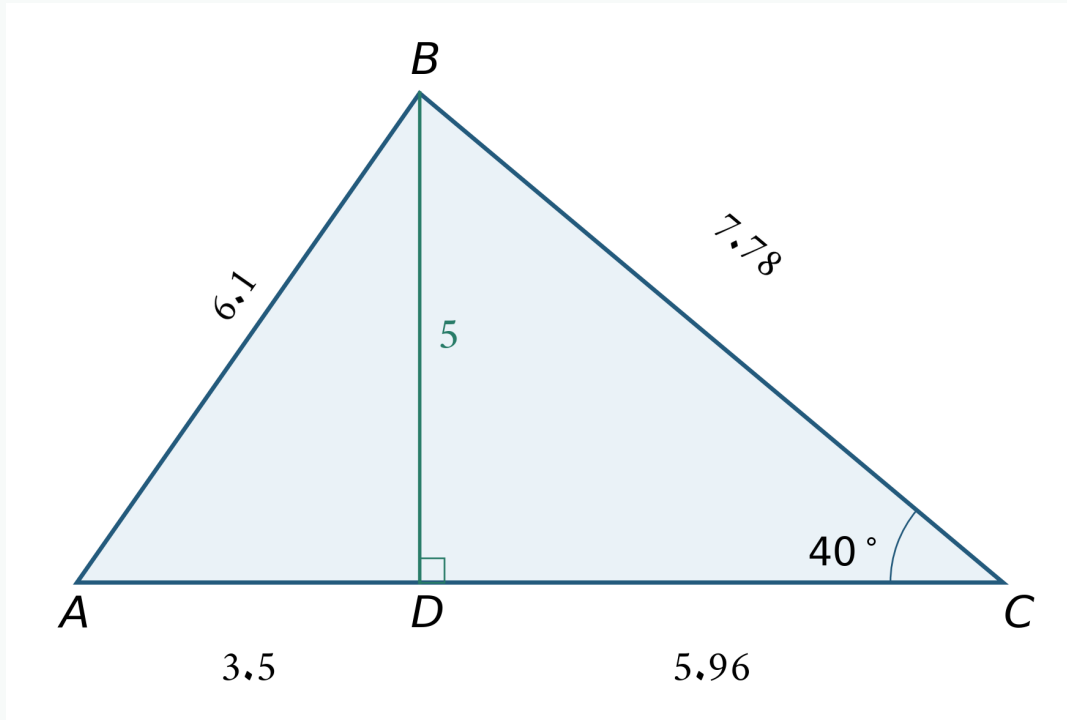
$$DC \approx \frac{5}{0.8391} \approx 5.96$$

3 . نجمع القطعتين

$$AC \approx 3.5 + 5.96 = 9.46$$

4 . فحص

القاعدة 9.46 أطول من كلّ جزء منها، و $9.46 - 3.5 = 5.96$ ✓



نجد الجزء الأيمن من القاعدة ثمّ نجمعه مع الجزء الأيسر.

الجواب النهائي

حوالي 9.46 متر.

البند جـ (2)

(2) جدوا كم متراً مربعاً من الشبكة يلزم لتغطية مساحة المثلث ABC .

1 . المعطيات والقانون

مساحة المثلث = القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$ ؛ القاعدة $AC \approx 9.46$ متر، والارتفاع $BD = 5$ أمتار.

2 . التعويض

$$S_{ABC} \approx \frac{9.46 \cdot 5}{2} = \frac{47.3}{2} = 23.65$$

3 . فحص بالجزأين

$$\frac{3.5 \cdot 5}{2} = 8.75$$

$$\frac{5.96 \cdot 5}{2} = 14.9$$

$$8.75 + 14.9 = 23.65$$

جمع مساحتي المثلثين يعطي المساحة نفسها ✓

الجواب النهائي

حوالي 23.65 م².

البند د

تكلفة 1 م² من شبكة التسلق هي 38 شيكلًا. بالإضافة إلى ذلك، دفعت البلدية للعمال الذين ركبوا الشبكة 2,600 شيكل. ما هو المبلغ الكلي الذي دفعته البلدية مقابل تركيب شبكة التسلق؟

1 . ثمن الشبكة

$$23.65 \cdot 38 = 898.7$$

2 . المبلغ الكلي

$$2,600 + 898.7 = 3,498.7$$

3 . فحص

$$3,498.7 - 2,600 = 898.7$$

بعد طرح الأجرة يبقى ثمن الشبكة ✓

نستعمل الأطوال والمساحة المقربة كما في الكراسة، فنحصل على 3,498.7 شيكل. الرسمي 3,498.6 (والصفحة المترجمة 3,498.58) ناتج عن إبقاء القيم الوسيطة دون تقريب؛ الفرق أقل من 0.12 شيكل.

الجواب النهائي

حوالي 3,498.7 شيكل.

السؤال 5 . إمكانيّات الدفع لدروس السياقة

النموذج الخطّي — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمّة (المبلغ الثابت، الانحدار، مقارنة إمكانيّات الدفع والتساوي)

5. عنقود المال والاقتصاد

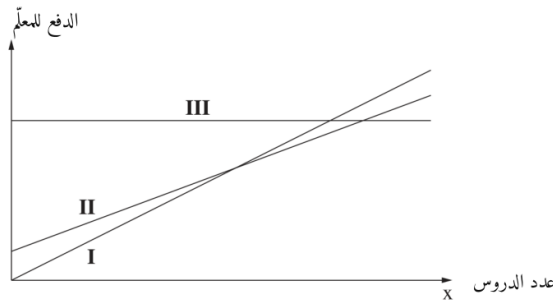
يُوفاّل، طالبة في الصفّ الثاني عشر، ترغب في تعلّم السياقة. عرض عليها معلّم السياقة اختيار إحدى ثلاث إمكانيّات للدفع:

الإمكانيّة "أ": مبلغ كلّ قدره 7,350 شيكلاً دون تقييد عدد الدروس.

الإمكانيّة "ب": دفعة لمرة واحدة قدرها 1,280 شيكلاً، ويُضاف إليها 160 شيكلاً لكلّ درس.

الإمكانيّة "ج": 200 شيكل لكلّ درس.

تصف المستقيمات I-III العلاقة بين الدفع الذي يتلقاه المعلّم وعدد الدروس التي يتعلّمها الطالب.



أ. بالنسبة إلى كلّ مستقيم من المستقيمات I-III، اكتبوا إمكانيّة الدفع التي يصفها. علّوا.

ب. ثلاث معادلات من المعادلات (1)-(4) التالية تصف المستقيمات I-III. لكلّ مستقيم، انسخوا المعادلة التي تصفه.

$$(1) y = 1,280 + 160x$$

$$(2) y = 200x$$

$$(3) y = 7,350x$$

$$(4) y = 7,350$$

للتقدّم لامتحان سياقة عمليّ يجب تعلّم 28 درساً على الأقلّ. تعتقد يوفاّل أنّها ستنتجح بعد 28 درساً فقط.

ج. أيّ إمكانيّة دفع يُفضّل أن تختارها يوفاّل إذا أرادت دفع أقلّ مبلغ مقابل دروس السياقة؟ علّوا.

د. احسبوا عدد الدروس الذي يجعل مبلغ الدفع حسب الإمكانيّة ب مساوياً بالضبط لمبلغ الدفع حسب الإمكانيّة ج.

البند أ

يُوفاّل، طالبة في الصفّ الثاني عشر، ترغب في تعلّم السياقة. عرض عليها معلّم السياقة اختيار إحدى ثلاث إمكانيّات للدفع:

الإمكانيّة "أ": مبلغ كلّ قدره 7,350 شيكلاً دون تقييد عدد الدروس.

الإمكانيّة "ب": دفعة لمرة واحدة قدرها 1,280 شيكلاً، ويُضاف إليها 160 شيكلاً لكلّ درس.

الإمكانيّة "ج": 200 شيكل لكلّ درس.

تصف المستقيمات I-III العلاقة بين الدفع الذي يتلقاه المعلّم وعدد الدروس التي يتعلّمها الطالب.

بالنسبة إلى كلّ مستقيم من المستقيمات I-III، اكتبوا إمكانيّة الدفع التي يصفها. علّوا.

1 . المبالغ الثابتة

أ: 7,350 شيكلاً مهما كان عدد الدروس؛ ب: 1,280 شيكلاً في البداية؛ ج: لا مبلغ ثابت.

2 . نطاق الرسوم

المستقيم	الإمكانية	السبب
I	ج	يبدأ من الأصل ويزداد 200 لكلّ درس
II	ب	يبدأ أعلى من الأصل ويزداد 160 لكلّ درس
III	أ	أفقيّ، فالدفع ثابت 7,350

3 . فحص

جأشد انحداراً من ب، لأنّ الزيادة 200 أكبر من 160؛ أمّا أ فلا يتغيّر دفعها ✓

الجواب النهائي

I: ج؛ II: ب؛ III: أ (حسب المبلغ الثابت والزيادة لكلّ درس).

البند ب

ثلاث معادلات من المعادلات (1)–(4) التالية تصف المستقيمات I–III. لكلّ مستقيم، انسخوا المعادلة التي تصفه.

$$(1) y = 1,280 + 160x$$

$$(2) y = 200x$$

$$(3) y = 7,350x$$

$$(4) y = 7,350$$

1 . المتغيّران

نرمز بـ x إلى عدد الدروس وبـ y إلى الدفع بالشواكل.

2 . المعادلات

ج، المستقيم I:

$$y = 200x$$

ب، المستقيم II:

$$y = 1,280 + 160x$$

أ، المستقيم III:

$$y = 7,350$$

3 . فحص

المعادلة 3 تضرب 7,350 بعدد الدروس، ولذلك لا تصف مبلغًا ثابتًا. المعادلة 4 وحدها تبقى 7,350 لكل عدد دروس ✓

الجواب النهائي

I: $y = 200x$ ، (2)

II: $y = 1,280 + 160x$ ، (1)

III: $y = 7,350$ ، (4)

البند ج

للتقدم لامتحان سيطرة عملي يجب تعلم 28 درسًا على الأقل. تعتقد يوفال أنها ستنتج بعد 28 درسًا فقط. أي إمكانية دفع يُفضل أن تختارها يوفال إذا أرادت دفع أقل مبلغ مقابل دروس السيطرة؟ عللوا.

1 . التعويض والحساب

الإمكانية	الدفع مقابل 28 درسًا
أ	7,350
ب	$1,280 + 160 \cdot 28 = 5,760$
ج	$200 \cdot 28 = 5,600$

2 . المقارنة

$$5,600 < 5,760 < 7,350$$

الإمكانية ج هي الأرخص.

3 . فخص

$$5,760 - 5,600 = 160$$

$$7,350 - 5,600 = 1,750$$

جد توفر 160 شيكلاً مقابل ب، و 1,750 شيكلاً مقابل أ ✓

الجواب النهائي

الإمكانية «ج»: 5,600 شيكل، مقابل 5,760 في «ب» و 7,350 في «أ».

البند د

احسبوا عدد الدروس الذي يجعل مبلغ الدفع حسب الإمكانية ب مساوياً بالضبط لمبلغ الدفع حسب الإمكانية ج.

1 . نسوي المبلغين

نرمز بـ x إلى عدد الدروس وبـ y إلى المبلغ المشترك.

$$1,280 + 160x = 200x$$

2 . نحلّ بالموازنة

$$1,280 = 200x - 160x = 40x$$

$$x = \frac{1,280}{40} = 32$$

$$y = 200 \cdot 32 = 6,400$$

3 . حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} -160x + y = 1,280 \\ -200x + y = 0 \end{cases}$$

نبني ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{bmatrix} 1,280 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -160 & 1 \\ -200 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_y = \begin{bmatrix} -160 & 1,280 \\ -200 & 0 \end{bmatrix}$$

في كلّ مرّبع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = (-160) \cdot 1 - (-200) \cdot 1 = -160 - (-200) = 40$$

$$D_x = 1,280 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 1,280 - 0 = 1,280$$

$$D_y = (-160) \cdot 0 - (-200) \cdot 1,280 = 0 - (-256,000) = 256,000$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{1,280}{40} = 32$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{256,000}{40} = 6,400$$

تحقق: $\checkmark (-200) \cdot 32 + 1 \cdot 6,400 = 0$ ، $\checkmark (-160) \cdot 32 + 1 \cdot 6,400 = 1,280$

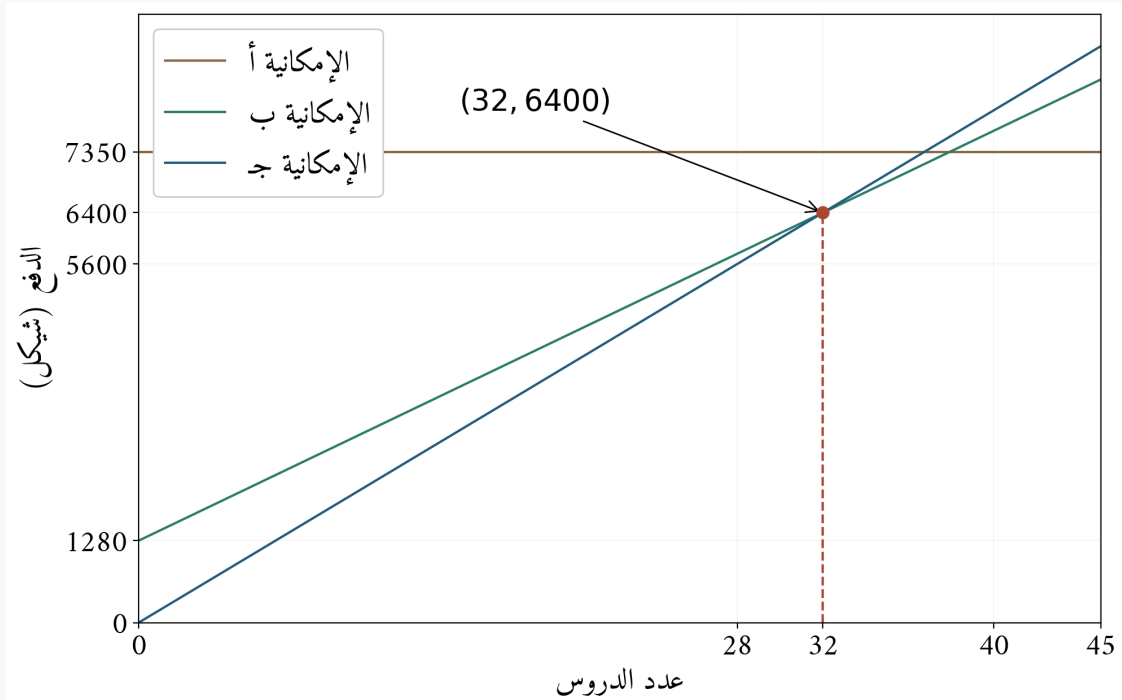
افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

4 . ففص

$$1,280 + 160 \cdot 32 = 1,280 + 5,120 = 6,400$$

بعد 32 درساً الدفع 6,400 شيكل في الإمكانيتين $\checkmark$



نقطة التقاء الإمكانيتين ب وج عند اثنين وثلاثين درساً.

الجواب النهائي

32 درساً الدفع المشترك 6,400 شيكل.

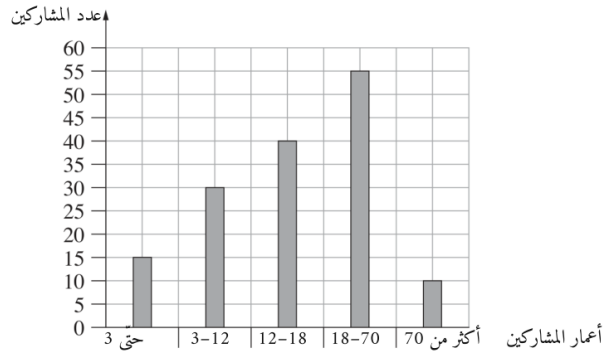
السؤال 6 . حفلة المسيح والبطاقات

الإحصاء — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (قراءة الأعمدة، المعدل من جدول تكرارات، تأثير إضافة قيم)

6. نُشر في بلدة معينة الإعلان الآتي:

استعدّوا... استعدّوا... حفلة نهاية الصيف في المسيح!
أسعار بطاقات الدخول: الأعمار من 3 إلى 12: 30 شيكلًا؛ من 12 إلى 18: 35 شيكلًا؛ من 18 إلى 45: 70 شيكلًا.
البطاقات مجانية للأطفال حتى سن 3 وللبالغين الذين تزيد أعمارهم عن 70. يجب على كل مشارك حجز بطاقة!

يعرض المخطط عدد المشاركين الذين حجزوا بطاقات مسبقًا، حسب أعمار المشاركين.



أ. احسبوا العدد الكلي للمشاركين الذين حجزوا بطاقات مسبقًا.

ب. كم مشاركًا حجز بطاقة مجانية؟

ج. انسخوا الجدول الآتي إلى دفتر الامتحان، وأكملوه حسب المخطط.

45	35	30	0	سعر البطاقة (بالشيك)
				عدد المشاركين الذين حجزوا مسبقًا

د. احسبوا متوسط سعر البطاقات التي حُجزت مسبقًا.

هنا، ابنة 16 عامًا، وجدّها، ابن 74 عامًا، لم يحجزوا بطاقات مسبقًا؛ حجزوا في يوم الحفلة.

هـ. هل يزداد متوسط سعر بطاقة الدخول بعد انضمامهما إلى الحفلة، أم ينقص، أم يبقى دون تغيير؟ علّلوا.

البند أ

نُشر في بلدة معينة الإعلان الآتي:

استعدّوا... استعدّوا... حفلة نهاية الصيف في المسيح!

أسعار بطاقات الدخول: الأعمار من 3 إلى 12: 30 شيكلًا؛ من 12 إلى 18: 35 شيكلًا؛ من 18 إلى 45: 70 شيكلًا.

البطاقات مجانية للأطفال حتى سن 3 وللبالغين الذين تزيد أعمارهم عن 70. يجب على كل مشارك حجز بطاقة!

يعرض المخطط عدد المشاركين الذين حجزوا بطاقات مسبقًا، حسب أعمار المشاركين.

احسبوا العدد الكلي للمشاركين الذين حجزوا بطاقات مسبقًا.

1 . نقرأ المحورين

الأفقّي يصف فئات العمر، والعموديّ عدد المشاركين؛ كلّ قفزة في التدرّج 5 مشاركين.

2 . نرتّب الأعداد

فئة العمر	حتى 3	من 3 إلى 12	من 12 إلى 18	من 18 إلى 70	أكثر من 70
عدد المشاركين	15	30	40	55	10

3 . المجموع

$$15 + 30 + 40 + 55 + 10 = 150$$

4 . فحص

عدّدنا الأعمدة الخمسة جميعها، بما فيها الفئتان اللتان تحصلان على بطاقات مجانية ✓

الجواب النهائيّ

150 مشاركاً.

البند ب

كم مشاركاً حجز بطاقة مجانية؟

1 . الفئتان الملائمتان

حتى 3 سنوات 15 مشاركاً، وفوق 70 عاماً 10 مشاركين.

2 . الحساب

$$15 + 10 = 25$$

3 . فحص

هاتان هما الفئتان المجانيتان في الإعلان؛ العدد 25 من أصل 150 ✓

الجواب النهائي

25 مشاركاً.

البند ج

انسخوا الجدول الآتي إلى دفتر الامتحان، وأكملوه حسب المخطط.

1 . نحول من الأعمار إلى الأسعار

السعر 0:25 مشاركاً؛ السعر 30:30؛ السعر 35:40؛ السعر 45:55.

2 . الجدول المكتمل

45	35	30	0	سعر البطاقة (بالشيكل)
55	40	30	25	عدد المشاركين الذين حجزوا مسبقاً

3 . فحص

$$25 + 30 + 40 + 55 = 150$$

المجموع يساوي العدد الكلي في أ ✓

الجواب النهائي

45	35	30	0	سعر البطاقة (بالشيكل)
55	40	30	25	عدد المشاركين

البند د

احسبوا متوسط سعر البطاقات التي حجزت مسبقاً.

1 . القانون

المعدل $\bar{x}$ = مجموع القيم ÷ عدد القيم؛ نضرب سعر كل بطاقة بتكراره.

2 . مجموع الأسعار

السعر	0	30	35	45
السعر · العدد	$0 \cdot 25 = 0$	$30 \cdot 30 = 900$	$35 \cdot 40 = 1,400$	$45 \cdot 55 = 2,475$

$$0 + 900 + 1,400 + 2,475 = 4,775$$

3 . التعويض

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 25 + 30 \cdot 30 + 35 \cdot 40 + 45 \cdot 55}{150}$$

$$\bar{x} = \frac{4,775}{150} \approx 31.83$$

4 . فحص

$$\frac{4,775}{150} \approx 31.83$$

المعدل بين 0 و 45، ويشمل جميع البطاقات المجانية والمدفوعة ✓

الجواب النهائي

حوالي 31.83 شيكل.

البند هـ

دانا، ابنة 16 عاماً، وجدّها، ابن 74 عاماً، لم يحجزا بطاقات مسبقاً؛ حجزا في يوم الحفلة. هل يزداد متوسط سعر بطاقة الدخول بعد انضمامهما إلى الحفلة، أم ينقص، أم يبقى دون تغيير؟ علّوا.

1 . سعرا البطاقتين

دانا في فئة 12 إلى 18 تدفع 35 شيكلاً؛ جدّها فوق 70، فبطاقته مجانية.

2 . معدّل الإضافة

$$\bar{x} = \frac{35 + 0}{2} = 17.5$$

$$17.5 < 31.83$$

معدّل البطاقتين أقلّ من المعدّل السابق، ولذلك المعدّل ينقص.

3 . فحص بالمعدّل الجديد

$$150 + 2 = 152$$

$$4,775 + 35 = 4,810$$

$$\bar{x} = \frac{4,810}{152} \approx 31.64$$

✓ $31.64 < 31.83$ ؛ الحساب يؤكّد النقصان

الجواب النهائي

ينقص؛ معدّل البطاقتين 17.5 شيكل، أقلّ من 31.83 (المعدّل الجديد حوالي 31.64 شيكل).

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	حوالي 597,026 قنينة.
	ب (1)	480,000 قنينة.
	ب (2)	555,660 قنينة.
	ج	5% في السنة.
	د	أ: لا، حوالي 597,026 قنينة؛ ب: نعم، حوالي 643,246 قنينة، أكثر من 600,000.
2	أ	$\frac{5}{6}$.
	ب	$\frac{25}{36}$.
	ج	$\frac{5}{18}$.
	د	$\frac{13}{18}$.
3	أ (1)	المثلث CBE يشبه المثلث ABD : زاويتان قائمتان (التعامدان المعطيان)، وزاويتا المراءة متساويتان (معطى).
	أ (2)	$k = 140$.
	ب	224 متراً.
	ج	28 ثانية.
	أ	حوالي 6.1 متر.
4	ب	حوالي 7.78 متر.
	ج (1)	حوالي 9.46 متر.
	ج (2)	حوالي 23.65 م ² .
	د	حوالي 3,498.7 شيكل.
	أ	I: ج؛ II: ب؛ III: أ (حسب المبلغ الثابت والزيادة لكل درس).
5	ب	I: (2)، $y = 200x$. II: (1)، $y = 1,280 + 160x$. III: (4)، $y = 7,350$.
	ج	الإمكانية «ج»: 5,600 شيكل، مقابل 5,760 في «ب» و 7,350 في «أ».

6	د	32 درسًا؛ الدفع المشترك 6,400 شيكل.										
	أ	150 مشاركًا.										
	ب	25 مشاركًا.										
	ج	<table><tr><td>45</td><td>35</td><td>30</td><td>0</td><td>سعر البطاقة (بالشيك)</td></tr><tr><td>55</td><td>40</td><td>30</td><td>25</td><td>عدد المشاركين</td></tr></table>	45	35	30	0	سعر البطاقة (بالشيك)	55	40	30	25	عدد المشاركين
	45	35	30	0	سعر البطاقة (بالشيك)							
55	40	30	25	عدد المشاركين								
د	حوالي 31.83 شيكل.											
	هـ	ينقص؛ معدل البطاقتين 17.5 شيكل، أقلّ من 31.83 (المعدّل الجديد حوالي 31.64 شيكل).										