

حلول امتحان البجروت 371

صيف 2022، الموعد ب

3 وحدات · الصفّ الحادي عشر · ترجمة تعليمية غير رسمية

حلّ أسئلة الامتحان بخطوات مفصّلة بطرق كراسة التحضير لامتحان البجروت - النموذج 371 ولغتها: المعطيات، القانون، التعويض، الحساب سطرًا بعد سطر، والجواب النهائي مع الوحدة.

في هذه الدورة ستّة أسئلة، لكلّ سؤال 20 درجة. يُسمح بالإجابة، بشكل كامل أو جزئيّ، عن أيّ عدد من الأسئلة، ومجموع الدرجات لا يزيد عن 100.

في آخر الملفّ: جدول الإجابات النهائية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

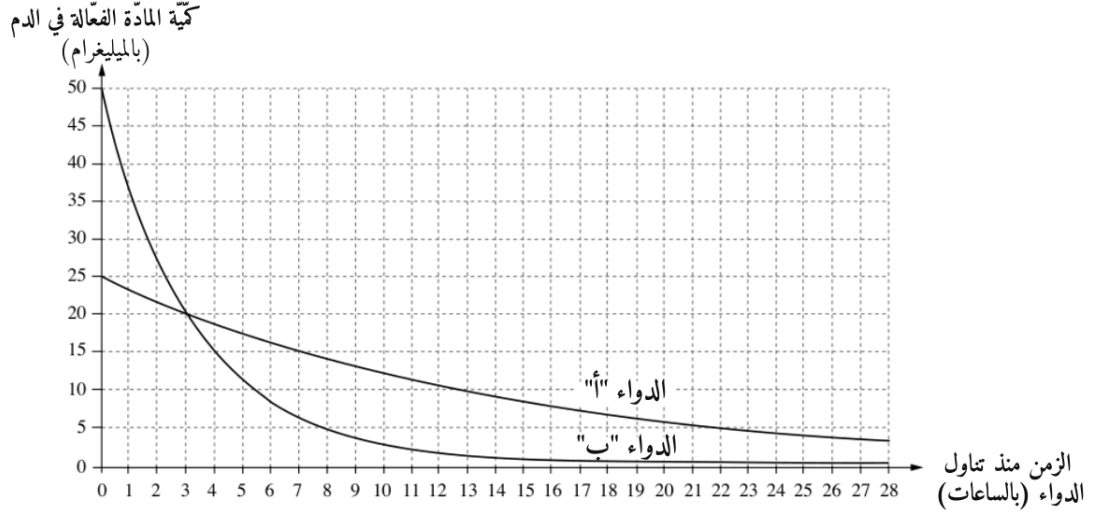
© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالطباعة للتعلّم الشخصي أو الصّفيّ مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع تحتاج إذنًا خطّيًا.

نصوص الأسئلة ترجمة تعليمية غير رسمية لامتحان وزارة التربية والتعليم المنشور بالعبريّة، حقوق النّص الأصليّ والرسوم للوزارة. الحلول تعليمية أصلية وليست حلًّا رسميًا.

السؤال 1 . المادة الفعّالة في دوائين

التزايد والتناقص — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 4 . تمهيد 8: الرسوم البيانية . تمهيد 6: إيجاد النسبة المئوية من قيمتين

1. في بحث طبيّ يفحصون كمّية المادة الفعّالة في الدم بعد تناول دوائين: الدواء "أ" والدواء "ب".
تتناقص كمّية المادة الفعّالة في الدم بشكل أُسيّ في كلّ واحد من الدوائين.
أمامكم رسم بيانيّ يصف كمّية المادة الفعّالة في الدم حسب الزمن الذي مرّ منذ تناول كلّ واحد من الدوائين.



- أ. ما هي كمّية المادة الفعّالة في الدم في لحظة تناول كلّ واحد من الدوائين؟
ب. في أيّ دواء، الدواء "أ" أم الدواء "ب"، تتناقص كمّية المادة الفعّالة في الدم بوتيرة أسرع؟
ج. يرغب طبيب يعالج مريضاً معيّناً في أن تكون في دم المريض، في الساعة الـ 6 منذ تناوله الدواء، أكثر من 12 ميليغراماً من المادة الفعّالة. أيّ دواء من الدوائين سيوصيه الطبيب بتناوله؟ علّلوا.
د. في الساعة 8:00 تناول المريض "أ" الدواء "أ"، وتناول المريض "ب" الدواء "ب".
(1) في أيّ ساعة كانت كمّية المادة الفعّالة في دم المريض "أ" مساوية لكمّيّتها في دم المريض "ب"؟
(2) ما هي كمّية المادة الفعّالة في دم المريض "أ" في الساعة التي وجدتموها في البند "د" (1)؟

هـ. تناول مريض الدواء "أ". بكم بالمئة تتناقص كمّية المادة الفعّالة في دمه في كلّ ساعة؟

البند أ

- في بحث طبيّ يفحصون كمّية المادة الفعّالة في الدم بعد تناول دوائين: الدواء "أ" والدواء "ب".
تتناقص كمّية المادة الفعّالة في الدم بشكل أُسيّ في كلّ واحد من الدوائين.
أمامكم رسم بيانيّ يصف كمّية المادة الفعّالة في الدم حسب الزمن الذي مرّ منذ تناول كلّ واحد من الدوائين.
ما هي كمّية المادة الفعّالة في الدم في لحظة تناول كلّ واحد من الدوائين؟

1 . نقرأ المحورين

المحور الأفقي: الزمن منذ تناول الدواء بالساعات؛ كل قفزة ساعة واحدة. المحور العمودي: كمية المادة الفعالة بالمليغرام؛ كل قفزة رئيسية 5 ميليغرامات.

2 . لحظة تناول الدواء

في البداية $n = 0$ ، فنقرأ على المحور العمودي: الدواء «أ» يبدأ من 25، والدواء «ب» يبدأ من 50.

الدواء	أ	ب
الكمية في البداية (مليغرام)	25	50

3 . فحص

المنحنى الذي يبدأ أعلى هو منحنى الدواء «ب»: $50 > 25$ ✓

الجواب النهائي

الدواء «أ»: 25 ميليغراماً، والدواء «ب»: 50 ميليغراماً.

البند ب

في أي دواء، الدواء "أ" أم الدواء "ب"، تتناقص كمية المادة الفعالة في الدم بوتيرة أسرع؟

1 . نقرأ زمنًا مشتركًا

بعد 3 ساعات يمر المنحنيان بالنقطة نفسها، والكمية في كل منهما 20 ميليغراماً.

2 . نقارن النسب

$$\frac{20}{25} = 0.8$$

$$\frac{20}{50} = 0.4$$

في الدواء «أ» يبقى 80% من كمية البداية، وفي الدواء «ب» يبقى 40% فقط.

3 . الاستنتاج والفحص

الدواء «ب» يتناقص بوتيرة أسرع: في الزمن نفسه فقد جزءاً أكبر من كميّته البدائيّة؛ $80\% < 40\%$ ✓

الجواب النهائيّ

الدواء «ب»: بعد 3 ساعات يبقى 40% من كميّته البدائيّة، مقابل 80% في الدواء «أ».

البند ج

يرغب طبيب بعلاج مريض معيّن بأن تكون في دم المريض، في الساعة الـ 6 منذ تناوله الدواء، أكثر من 12 ميليغراماً من المادّة الفعّالة. أيّ دواء من الدواءين سيوصي الطبيب بتناوله؟ علّوا.

1 . المعطيات

المطلوب أكثر من 12 ميليغراماً بعد 6 ساعات من تناول الدواء.

2 . نقرأ عند الساعة السادسة

الدواء	أ	ب
الكميّة عند الساعة السادسة (ميليغرام)	حوالي 16	حوالي 8
أكثر من 12؟	نعم	لا

نصعد من 6 على المحور الأفقيّ إلى كلّ منحنيّ ثمّ نقرأ الكميّة على المحور العموديّ.

3 . الاستنتاج والفحص

يوصي الطبيب بالدواء «أ»: $16 > 12$ ، أمّا الدواء «ب» ففيه $8 < 12$ ✓

الجواب النهائيّ

الدواء «أ»: حوالي 16 ميليغراماً بعد 6 ساعات، وهو أكثر من 12 (في الدواء «ب» حوالي 8).

البند د (1)

في الساعة 8 : 00 تناول المريض "أ" الدواء "أ"، وتناول المريض "ب" الدواء "ب".
في أيّ ساعة كانت كمّيّة المادّة الفعّالة في دم المريض "أ" مساوية لكمّيّتها في دم المريض "ب"؟

1 . نقطة التقاطع

عند تقاطع المنحنيين تكون الكميتان متساويتين؛ نقرأ الزمن: 3 ساعات منذ تناول الدواء.

2 . الساعة المطلوبة

$$8 + 3 = 11$$

إذن تساوت الكميتان في الساعة 11 : 00.

3 . فحص

من الساعة 8 : 00 إلى الساعة 11 : 00 مرّت 3 ساعات، وهي زمن نقطة التقاطع ✓

الجواب النهائي

في الساعة 11 : 00 (بعد 3 ساعات من تناول الدواء).

البند د (2)

ما هي كمية المادة الفعّالة في دم المريض "أ" في الساعة التي وجدتموها في بند د(1)؟

1 . الزمن المعروف

في البند د(1) وجدنا أنّ التساوي يحدث بعد 3 ساعات.

2 . قراءة الكمية

ننتقل أفقيّاً من نقطة التقاطع إلى محور الكمية، فنقرأ 20 ميليغراماً.

3 . فحص

النقطة تقع على المنحنيين، إذن الكمية في دم كلّ واحد من المريضين هي 20 ميليغراماً ✓

الجواب النهائي

20 ميليغراماً.

البند هـ

تناول مريض الدواء "أ". بكم بالمئة تتناقص كمية المادة الفعالة في دمه في كل ساعة؟

1 . المعطيات

$A_0 = 25$ ، $A_3 = 20$ ، $n = 3$ ؛ الكميّتان بالمليغرام.

2 . القانون والتعويض

$$A_n = A_0 \cdot q^n$$

$$20 = 25 \cdot q^3$$

$$q^3 = \frac{20}{25} = 0.8$$

3 . عامل التغيّر

$$q = 0.8^{\frac{1}{3}} \approx 0.9283$$

نستعمل مفتاح الجذر أو القوة؛ عامل التغيّر أصغر من 1، كما يلائم التناقص.

4 . نسبة التناقص

نسبة التناقص = واحد ناقص عامل التغيّر، مضروباً بـ 100%.

$$(1 - 0.9283) \cdot 100\% = 7.17\%$$

كمية المادة الفعالة تتناقص بحوالي 7.17% في كل ساعة.

5 . فحص

$$25 \cdot 0.9283^3 \approx 20$$

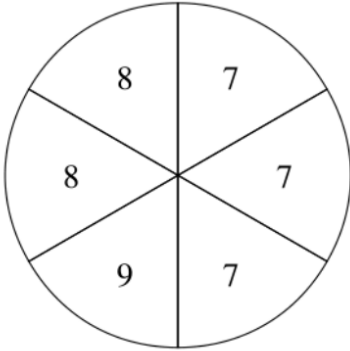
نحصل على الكمية المقروءة بعد 3 ساعات ✓

الجواب النهائي

حوالي 7.17% في كل ساعة.

السؤال 2 . قرص بستة قطاعات

الاحتمال — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 2 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة



2. معطى قرص مقسم إلى ستة قطاعات متساوية.

كُتب على كلّ قطاع أحد الأعداد 7 أو 8 أو 9.

كُتب العدد 7 على ثلاثة قطاعات، والعدد 8 على قطاعين، والعدد 9 على قطاع واحد، كما في الرسم الذي أمامكم.

عندما ندير القرص مرّة واحدة، يتوقّف بشكل عشوائي عند أحد الأعداد (لا يتوقّف القرص على الخطوط الفاصلة بين القطاعات).

ندير القرص مرّة واحدة.

أ. ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند العدد 9؟

ب. ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند العدد 8؟

ج. ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند عدد فردي؟

ندير القرص مرّتين.

د. ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند العدد 8 في المرّتين؟

ه. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يتوقّف عندهما القرص 16؟

البند أ

معطى قرص مقسم إلى ستة قطاعات متساوية.

كُتب على كلّ قطاع أحد الأعداد 7 أو 8 أو 9.

كُتب العدد 7 على ثلاثة قطاعات، والعدد 8 على قطاعين، والعدد 9 على قطاع واحد، كما في الرسم الذي أمامكم.

عندما ندير القرص مرّة واحدة، يتوقّف بشكل عشوائي عند أحد الأعداد (لا يتوقّف القرص على الخطوط الفاصلة بين القطاعات).

ندير القرص مرّة واحدة.

ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند العدد 9؟

1 . النتائج الممكنة

القطاعات الستة متساوية، لذلك لكلّ قطاع الاحتمال نفسه.

2 . النتائج الملائمة

العدد 9 على قطاع واحد.

3 . القانون والحساب

الاحتمال = عدد النتائج الملائمة ÷ عدد جميع النتائج.

$$\frac{1}{6}$$

4 . فحص

✓ مجموع احتمالات الأعداد الثلاثة: $1 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$

الجواب النهائي

$\frac{1}{6}$ (قطاع واحد من 6 قطاعات متساوية).

البند ب

ما هو الاحتمال بأن يتوقف القرص عند العدد 8؟

1 . النتائج الممكنة

القطاعات الستة متساوية، لذلك لكل قطاع الاحتمال نفسه.

2 . النتائج الملائمة

العدد 8 على قطاعين.

3 . القانون والحساب

الاحتمال = عدد النتائج الملائمة ÷ عدد جميع النتائج.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

4 . فحص

مجموع احتمالات الأعداد الثلاثة: $1 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$ ✓

الجواب النهائي

$\frac{1}{3}$ (قطاعان من 6).

البند ج

ما هو الاحتمال بأن يتوقف القرص عند عدد فردي؟

1 . النتائج الممكنة

القطاعات الستة متساوية، لذلك لكل قطاع الاحتمال نفسه.

2 . النتائج الملائمة

العددين 7 و9 فرديان؛ عدد قطاعيهما معاً $4 = 3 + 1$.

3 . القانون والحساب

الاحتمال = عدد النتائج الملائمة ÷ عدد جميع النتائج.

$$\frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

4 . فحص

✓ مجموع احتمالات الأعداد الثلاثة: $1 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$

الجواب النهائي

$\frac{2}{3}$ (أربعة قطاعات تحمل عدداً فردياً).

البند د

ندير القرص مرّتين.

ما هو الاحتمال بأن يتوقّف القرص عند العدد 8 في المرّتين؟

1 . المعطيات

احتمال العدد 8 في كلّ إدارة هو $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ؛ الإدارة الأولى لا تغيّر قطاعات القرص.

2 . نضرب على طول الفرع

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

3 . فحص

✓ من بين 36 زوجاً من القطاعات، هناك $4 = 2 \cdot 2$ أزواج ملائمة ✓

الجواب النهائي

$\frac{1}{9}$ (العدد 8 في الإدارتين).

البند هـ

ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يتوقف عندهما القرص 16؟

1 . جدول النتائج

كل قطاع يظهر مرة واحدة في العناوين؛ تكرار العدد يعكس عدد قطاعاته، وجميع الأزواج متساوية الاحتمال.

المجموع	7	7	7	8	8	9
7	14	14	14	15	15	16
7	14	14	14	15	15	16
7	14	14	14	15	15	16
8	15	15	15	16	16	17
8	15	15	15	16	16	17
9	16	16	16	17	17	18

عدد الخانات $36 = 6 \cdot 6$ ، والمجموع 16 بالخط العريض.

2 . نعدّ النتائج الملائمة

7 ثم 9: ثلاث خانات؛ 9 ثم 7: ثلاث خانات؛ 8 ثم 8: أربع خانات.

$$3 + 3 + 4 = 10$$

3 . الاحتمال

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

4 . فحص بفروع منفصلة

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{10}{36}$$

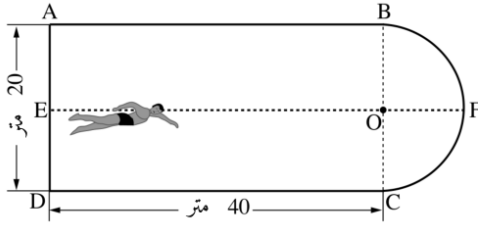
الحسابان متساويان ✓

الجواب النهائي

$$\frac{5}{18} \text{ (7 ثم 9، أو 9 ثم 7، أو 8 ثم 8).}$$

السؤال 3 . مسارات السباحة في البركة

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 9: المحيط والمساحة في مثلثين متشابهين؛ مراجعة الأطوال، مع قانون قوس الدائرة اللازم في هذه الورقة



3. يتدرب نديم استعداداً لمسابقة سباحة للشباب.
تتكوّن بركة السباحة من جزأين متلاصقين: مستطيل ABCD ونصف دائرة.
طولا ضلعي المستطيل هما 40 متراً و 20 متراً.
BC هو قطر الدائرة و O هو مركزها، كما في الرسم الذي أمامكم.
أ. جدوا نصف قطر نصف الدائرة.

- يسبح نديم في المسار الأوسط (EF) بخطّ مستقيم.
يبدأ المسار الأوسط للبركة في النقطة E (منتصف القطعة AD)، ويمرّ بالنقطة O، وينتهي في النقطة F (منتصف القوس BC).
ب. جدوا طول المسار الأوسط.

- يريد نديم أن يسبح 1,000 متر بالمجموع.
ج. كم مرّة سيتوجّب عليه أن يسبح على طول المسار الأوسط بأكمله؟
في يوم معيّن قرّر نديم تغيير مسار سباحته.
انطلق من النقطة D وسبح بحاذاة حافة البركة في مسار يحيط بالبركة كلّها مرّة واحدة، وعاد إلى النقطة نفسها، D.
د. ما هو طول مسار نديم الجديد؟

البند أ

- يتدرب نديم استعداداً لمسابقة سباحة للشباب.
تتكوّن بركة السباحة من جزأين متلاصقين: مستطيل ABCD ونصف دائرة.
طولا ضلعي المستطيل هما 40 متراً و 20 متراً.
BC هو قطر الدائرة و O هو مركزها، كما في الرسم الذي أمامكم.
جدوا نصف قطر نصف الدائرة.

1 . المعطيات

في المستطيل الأضلاع المتقابلة متساوية، لذلك $BC = AD = 20$ متراً، و BC قطر الدائرة.

2 . القانون والتعويض

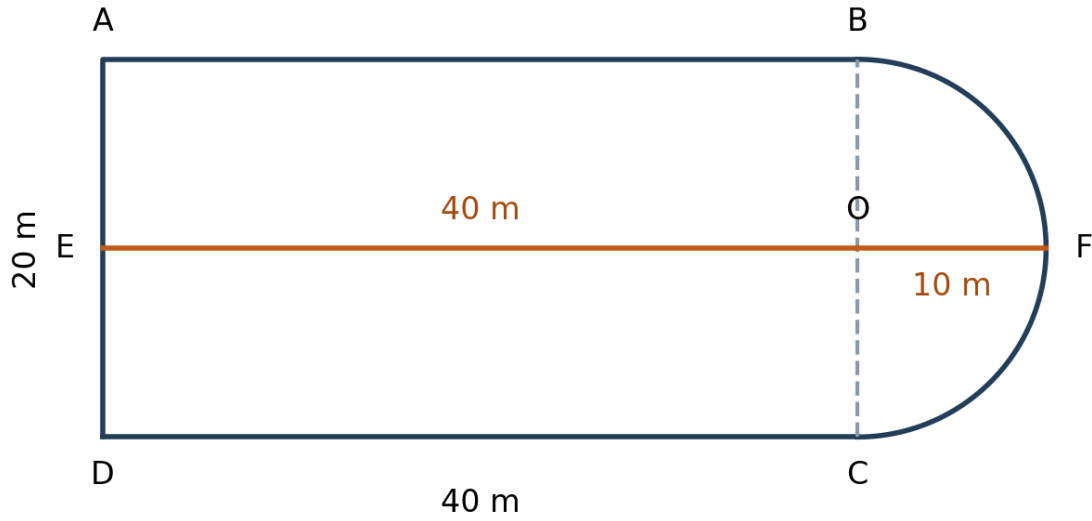
نصف القطر = القطر ÷ 2 .

$$BO = \frac{BC}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

3 . الاستنتاج والفحص

نصف القطر 10 أمتار، $10 + 10 = 20$ ، وهو طول القطر ✓

المسار الأوسط والحافة الخارجية للبركة



البركة والمسار الأوسط ومسار الحافة؛ الأبعاد بالأمتار.

الجواب النهائي

10 أمتار (القطر 20 متراً).

البند ب

يسبح نديم في المسار الأوسط (EF) بخط مستقيم.
يبدأ المسار الأوسط للبركة في النقطة E (منتصف القطعة AD)، ويمرّ بالنقطة O، وينتهي في النقطة F (منتصف القوس BC).
جدوا طول المسار الأوسط.

1 . نحدد القطعتين

$EO = AB = 40$ متراً لأن المسار يقطع المستطيل أفقياً، و $OF = 10$ أمتار لأنه نصف قطر.

2 . نجمع الطولين

$$EF = EO + OF = 40 + 10 = 50$$

طول المسار الأوسط 50 متراً.

3 . فحص

$50 - 40 = 10$ ، أي إنّ الجزء الزائد هو نصف قطر الدائرة ✓

الجواب النهائي

50 متراً.

البند ج

يريد نديم أن يسبح 1,000 متر بالمجموع.
كم مرّة يتوجب عليه أن يسبح طول المسار الأوسط بكامله؟

1 . المعطيات

المسافة الكلية 1,000 متر، وطول المسار في كلّ مرّة 50 متراً.

2 . القانون والتعويض

عدد المرات = المسافة الكلية ÷ طول المسار.

$$\frac{1,000}{50} = 20$$

3 . فحص

يسبح المسار 20 مرّة: $20 \cdot 50 = 1,000$ ✓

الجواب النهائي

20 مرّة.

البند د

في يوم معيّن قرّر نديم تغيير مسار سباحته.
انطلق من النقطة D وسبح بمحاذاة حافة البركة في مسار يحيط بالبركة كلّها مرّة واحدة، وعاد إلى النقطة نفسها D .
ما هو طول مسار نديم الجديد؟

1 . الأجزاء التي على الحافة

يسبح نديم على DA ثمّ AB ثمّ القوس من B إلى C ثمّ CD ؛ القطر BC داخل البركة وليس جزءاً من الحافة.

2 . الأجزاء المستقيمة

$$DA + AB + CD = 20 + 40 + 40 = 100$$

3 . قوس نصف الدائرة

محيط الدائرة الكاملة يساوي ضعف نصف القطر مضروباً بـ π ؛ نصفه هو القوس المطلوب.

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{2} = 10\pi$$

4 . المجموع

$$100 + 10\pi \approx 131.42$$

طول المسار الجديد حوالي 131.42 متراً.

5 . فحص

الأجزاء المستقيمة 100 متر، والقوس حوالي 31.42 متراً؛ مجموعهما حوالي 131.42 متراً ✓

الجواب النهائي

$100 + 10\pi$ متر، أي حوالي 131.42 متراً.

السؤال 4 . حامل خشبي ورفان متوازيان

التشابه — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 5 . تمهيد 1: نظرية فيثاغورس . تمهيد 4: كيف نفسر أنّ المثلثين متشابهان؟ . تمهيد 5: نسبة التشابه

4. يصنع طلاب مسار الفن في مدرسة معينة حوامل من عوارض خشبية.

يصنع رامي حاملاً على شكل مثلث متساوي الساقين ($AB = AC$)، فيه عارضة عمودية داعمة (AG) طولها 46 سم، ورفان أفقيان متوازيان ($DE \parallel BC$).

طول الرف الداخلي (DE) هو 51.75 سم، وطول الرف السفلي (BC) هو 69 سم (انظروا الرسم).

المثلث ADE متساوي الساقين أيضاً ($AD = AE$).

أ. ما هو طول العارضة الخشبية AB ؟

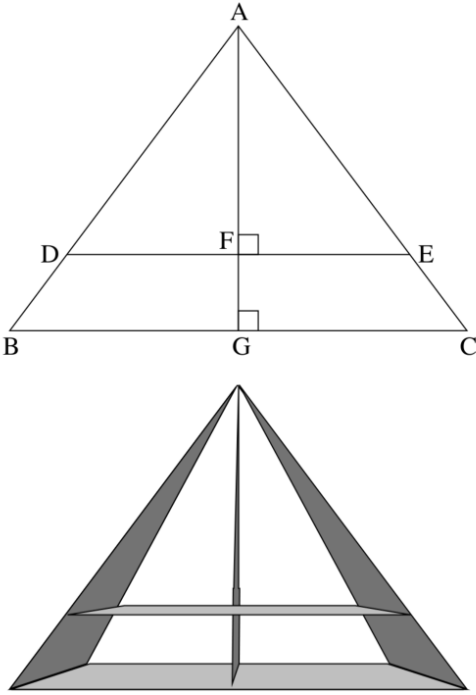
ب. أثبتوا أنّ المثلثين ABG و ADF متشابهان.

ج. احسبوا نسبة التشابه بين المثلث ADF والمثلث ABG .

د. احسبوا طول AF .

هـ. فاز رامي في مسابقة ركض وحصل على كأس ارتفاعها 12 سم.

هل يمكن وضع الكأس على الرف السفلي؟ علّلوا.



البند أ

يصنع طلاب مسار الفن في مدرسة معينة حوامل من عوارض خشبية.

يصنع رامي حاملاً على شكل مثلث متساوي الساقين ($AB = AC$)، فيه عارضة عمودية داعمة (AG) طولها 46 سم، ورفان أفقيان متوازيان ($DE \parallel BC$).

طول الرف الداخلي (DE) هو 51.75 سم، وطول الرف السفلي (BC) هو 69 سم (انظروا الرسم).

المثلث ADE متساوي الساقين أيضاً ($AD = AE$).

ما هو طول العارضة الخشبية AB ؟

1 . المعطيات

$AB = AC$ ، $AG = 46$ سم، و $BC = 69$ سم. الارتفاع AG ينصف القاعدة.

$$BG = \frac{69}{2} = 34.5$$

2 . نظرية فيثاغورس

في المثلث القائم ABG ، الوتر هو AB ، والقائمان هما AG و BG .

$$AB^2 = AG^2 + BG^2$$

$$AB^2 = 46^2 + 34.5^2$$

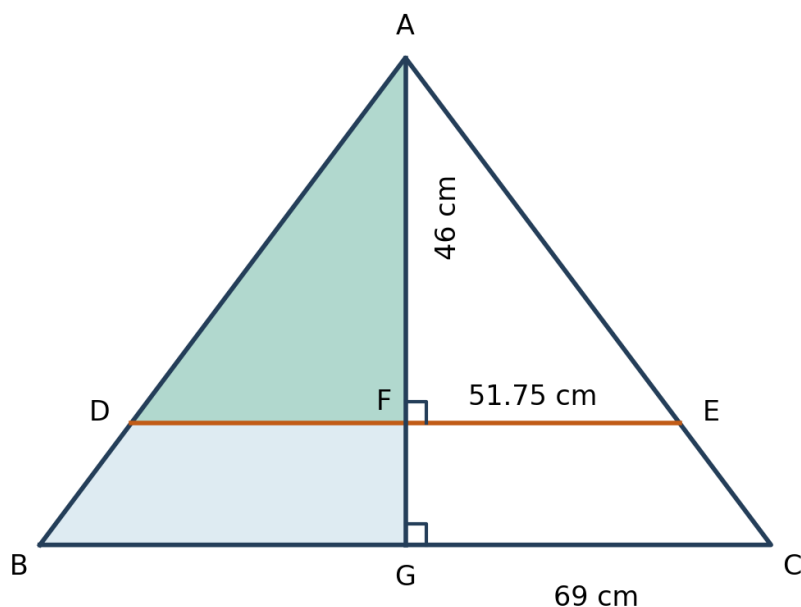
$$AB^2 = 2,116 + 1,190.25 = 3,306.25$$

$$AB = \sqrt{3,306.25} = 57.5$$

3 . الاستنتاج والفحص

طول العارضة 57.5 سم؛ الوتر أطول من كل قائم: $57.5 > 34.5$ و $57.5 > 46$ ✓

الرفان المتوازيان والعارضة العمودية



الحامل الخشبي؛ الارتفاع ينصف كل رف، والمثلثان القائمان ملونان.

الجواب النهائي

57.5 سم.

البند ب

بينوا أن المثلث ADF والمثلث ABG متشابهان.

1 . الزاويتان القائمتان

$\angle AFD = \angle AGB = 90^\circ$ ؛ العارضة AG عمودية على الرقبتين المتوازيين.

2 . زاوية مشتركة

$\angle DAF = \angle BAG$ (زاوية الرأس A مشتركة؛ D على AB و F على AG).

3 . الاستنتاج

زاويتان متساويتان، إذن المثلث ADF يشبه المثلث ABG .
الرأس A يناظر A ، والرأس D يناظر B ، والرأس F يناظر G .

4 . فحص

الأضلاع المتناظرة بحسب ترتيب الرؤوس: AD مع AB ، و DF مع BG ، و AF مع AG ✓

الجواب النهائي

المثلث ADF يشبه المثلث ABG : زاويتان قائمتان عند F و G ، وزاوية A مشتركة.

البند ج

احسبوا نسبة التشابه بين المثلث ADF والمثلث ABG .

1 . ضلعان متناظران

الارتفاع في كل مثلث متساوي الساقين ينصف قاعدته، لذلك:

$$DF = \frac{DE}{2} = \frac{51.75}{2} = 25.875$$

$$BG = \frac{BC}{2} = \frac{69}{2} = 34.5$$

2 . نسبة التشابه

المثلث ADF مذكور أولاً، فنقسم الصغير على الكبير.

$$k = \frac{DF}{BG} = \frac{25.875}{34.5} = \frac{3}{4} = 0.75$$

3 . فحص

$$25.875 = 0.75 \cdot 34.5 \text{؛ الضلع الأصغر يساوي ثلاثة أرباع الأكبر ✓}$$

الجواب النهائي

$$k = \frac{3}{4} \text{ (من المثلث } ADF \text{ إلى المثلث } ABG).$$

البند د

احسبوا طول AF .

1 . المعطيات

$$AF \text{ يناظر } AG = 46 \text{ سم، ونسبة ضلع الصغير إلى ضلع الكبير هي } \frac{3}{4}.$$

2 . القانون والتعويض

$$\frac{AF}{AG} = \frac{3}{4}$$

$$AF = 46 \cdot \frac{3}{4} = 34.5$$

3 . فحص

$$0.75 = \frac{34.5}{46} \text{، كما في نسبة التشابه ✓}$$

الجواب النهائي

34.5 سم.

البند هـ

فاز راني في مسابقة ركض وحصل على كأس ارتفاعها 12 سم.
هل يمكن وضع الكأس على الرف السفلي؟ عللوا.

1 . الارتفاع المتاح

المسافة العمودية بين الرف السفلي والرف الداخلي هي FG .

$$FG = AG - AF = 46 - 34.5 = 11.5$$

2 . نقارن

ارتفاع الكأس 12 سم، لكن الفراغ بين الرفين 11.5 سم فقط.

$$12 - 11.5 = 0.5$$

3 . الاستنتاج والفحص

لا يمكن وضع الكأس قائمة بين الرفين؛ ينقص ارتفاع 0.5 سم، و $11.5 < 12$ ✓

الجواب النهائي

لا؛ الفراغ بين الرفين 11.5 سم، أقل من ارتفاع الكأس 12 سم.

السؤال 5 . ألواح الورق وصفحات الملصقات

النموذج الخطّي — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 3 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (السعر والعدد والمقارنة)

5. تشتري مربّية روضة في كلّ شهر ألواحاً من الورق المقوّى وصفحات ملصقات.
- سعر لوح واحد من الورق المقوّى هو 3 شواكل، وسعر صفحة ملصقات واحدة هو 2 شيكل.
- أ. في الشهر الأوّل اشترت المربّية 20 لوحاً من الورق المقوّى وعدداً من صفحات الملصقات. دفعت مقابل هذا الشراء 120 شيكلاً بالمجموع. كم صفحة ملصقات اشترت؟
- ب. في الشهر الثاني اشترت المربّية عدداً متساوياً من ألواح الورق المقوّى وصفحات الملصقات. دفعت مقابل هذا الشراء أيضاً 120 شيكلاً بالمجموع. كم لوحاً من الورق المقوّى اشترت في هذا الشهر؟
- في الشهر الثالث أيضاً اشترت المربّية ألواحاً من الورق المقوّى وصفحات ملصقات، ودفعت مقابلها 120 شيكلاً بالمجموع.
- في الشهر الرابع ارتفع سعر لوح الورق المقوّى بـ 20%. بقي سعر صفحة الملصقات دون تغيير.
- في الشهر الرابع اشترت المربّية نفس عدد ألواح الورق المقوّى وصفحات الملصقات الذي اشترته في الشهر الثالث، ودفعت مقابل هذا الشراء 138 شيكلاً بالمجموع.
- ج. كم لوحاً من الورق المقوّى، وكم صفحة ملصقات اشترت المربّية في الشهر الثالث؟ علّوا إجابتكم.

البند أ

تشتري مربّية روضة في كلّ شهر ألواحاً من الورق المقوّى وصفحات ملصقات.

سعر لوح واحد من الورق المقوّى هو 3 شواكل، وسعر صفحة ملصقات واحدة هو 2 شيكل.

في الشهر الأوّل اشترت المربّية 20 لوحاً من الورق المقوّى وعدداً من صفحات الملصقات. دفعت مقابل هذا الشراء 120 شيكلاً بالمجموع. كم صفحة ملصقات اشترت؟

1 . المعطيات

20 لوحاً، سعر اللوح 3 شواكل، سعر صفحة الملصقات 2 شيكل، والمبلغ الكليّ 120 شيكلاً.

2 . ثمن الألواح

$$3 \cdot 20 = 60$$

3 . ثمن صفحات الملصقات

$$120 - 60 = 60$$

4 . عدد الصفحات

$$\frac{60}{2} = 30$$

اشترت المريّة 30 صفحة ملصقات.

5 . فحص

$$\checkmark 3 \cdot 20 + 2 \cdot 30 = 60 + 60 = 120$$

الجواب النهائيّ

30 صفحة ملصقات.

البند ب

في الشهر الثاني اشترت المريّة عددًا متساويًا من ألواح الورق المقوّى وصفحات المصقّات. دفعت مقابل هذا الشراء أيضًا 120 شيكلًا بالمجموع. كم لوحًا من الورق المقوّى اشترت في هذا الشهر؟

1. نعرّف المجهول

نرمز بـ x إلى عدد الألواح، وهو أيضًا عدد صفحات المصقّات.

2. نكتب المعادلة

$$3x + 2x = 120$$

$$5x = 120$$

$$x = \frac{120}{5} = 24$$

3. الاستنتاج والفحص

اشترت 24 لوحًا و24 صفحة ملصقات.

$$3 \cdot 24 + 2 \cdot 24 = 72 + 48 = 120$$

حصلنا على المبلغ المعطى ✓

الجواب النهائي

24 لوحًا من الورق المقوّى (ومثلها صفحات ملصقات).

البند ج

في الشهر الثالث أيضًا اشترت المريّة ألواحًا من الورق المقوّى وصفحات ملصقات، ودفعت مقابلها 120 شيكلًا بالمجموع. في الشهر الرابع ارتفع سعر لوح الورق المقوّى بـ 20%. بقي سعر صفحة الملصقات دون تغيير. في الشهر الرابع اشترت المريّة نفس عدد ألواح الورق المقوّى وصفحات الملصقات الذي اشترته في الشهر الثالث، ودفعت مقابل هذا الشراء 138 شيكلًا بالمجموع. كم لوحًا من الورق المقوّى، وكم صفحة ملصقات اشترت المريّة في الشهر الثالث؟ علّلوا إجابتكم.

1. السعر الجديد

عامل الزيادة في سعر اللوح:

$$q = 1 + \frac{20}{100} = 1.2$$

$$3 \cdot 1.2 = 3.6$$

سعر اللوح الجديد 3.6 شيكل، وسعر الصفحة بقي 2 شيكل.

2. نعرّف المجهولين والهيئة

نرمز بـ x إلى عدد الألواح وبـ y إلى عدد صفحات الملصقات؛ العددين نفسيهما في الشهرين.

الشهر	ثمّ الألواح (شيكال)	ثمّ الصفحات (شيكال)	المجموع (شيكال)
الثالث	$3x$	$2y$	120
الرابع	$3.6x$	$2y$	138

$$3x + 2y = 120$$

$$3.6x + 2y = 138$$

3. نحلّ بالموازنة

نطرح المعادلة الأولى من الثانية لإزالة y .

$$3.6x - 3x = 138 - 120$$

$$0.6x = 18$$

$$x = \frac{18}{0.6} = 30$$

نعوّض في المعادلة الأولى:

$$3 \cdot 30 + 2y = 120$$

$$90 + 2y = 120$$

$$2y = 30$$

$$y = \frac{30}{2} = 15$$

4. حلّ آخر: طريقة المربّعات

نكتب المعادلتين بالصورة $ax + by = c$:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ 3.6x + 2y = 138 \end{cases}$$

نبنى ثلاثة مربّعات: الأوسط D من عمود معاملات x (أزرق) وعمود معاملات y (أحمر)؛ الأيسر D_x : العمود الأخضر (الأعداد بعد =) مكان عمود x ؛ الأيمن D_y : العمود الأخضر مكان عمود y .

$$D_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 120 & 2 \\ \hline 138 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$D = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline 3.6 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$D_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 120 \\ \hline 3.6 & 138 \\ \hline \end{array}$$

في كل مربع: ضرب القطر النازل ناقص ضرب القطر الصاعد:

$$D = 3 \cdot 2 - 3.6 \cdot 2 = 6 - 7.2 = -1.2$$

$$D_x = 120 \cdot 2 - 138 \cdot 2 = 240 - 276 = -36$$

$$D_y = 3 \cdot 138 - 3.6 \cdot 120 = 414 - 432 = -18$$

نقسم كل مربع جانبي على المربع الأوسط:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-36}{-1.2} = 30$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-18}{-1.2} = 15$$

تحقق: $\checkmark 3.6 \cdot 30 + 2 \cdot 15 = 138$ ، $\checkmark 3 \cdot 30 + 2 \cdot 15 = 120$

افتحوا هذه الهيئة في أداة «طريقة المربعات» واحسبوا المربعات خطوة خطوة ➔

mathbagrut.com/tools/box-method/

5. الاستنتاج والفحص

اشترت المريّة 30 لوحاً و15 صفحة ملصقات.

$$3 \cdot 30 + 2 \cdot 15 = 90 + 30 = 120$$

$$3.6 \cdot 30 + 2 \cdot 15 = 108 + 30 = 138$$

المبلغان يطابقان المعطيات في الشرطين $\checkmark$

الجواب النهائي

30 لوحاً من الورق المقوى و15 صفحة ملصقات (120 شيكلاً قبل الزيادة، و138 شيكلاً بعدها).

السؤال 6 . أسعار صالون الحلاقة

قراءة الرسوم البيانية والإحصاء — في الكراسة: كراسة 371 . الفصل 1 . تذكير: مفاهيم وقوانين مهمة (المعدل وتأثير إضافة قيمة)؛ البند د استثناء مأذون به

6. صالون "رأس طيب" هو صالون للحلاقة للرجال والأطفال. أمامكم قائمة أسعار الصالون:

قائمة أسعار صالون "رأس طيب"	
حلاقة شعر لرجل	50 شيكلاً
حلاقة شعر لطفل	40 شيكلاً
تهذيب اللحية فقط	20 شيكلاً
حلاقة شعر لرجل وتهذيب اللحية	60 شيكلاً
أهلاً وسهلاً	

يفصل الجدول الذي أمامكم عدد الزبائن في الصالون في يوم معين حسب نوع الخدمة التي تلقوها:

نوع الخدمة	عدد الزبائن
حلاقة شعر لرجل	14
حلاقة شعر لطفل	23
تهذيب اللحية فقط	10
حلاقة شعر لرجل وتهذيب اللحية	3

أ. ما هو عدد الزبائن الكلي الذين تلقوا خدمة في الصالون في ذلك اليوم؟

ب. ما هو معدل المبلغ الذي دفعه الزبون في ذلك اليوم؟

بعد انتهاء يوم العمل، وصل طفل إضافي إلى الصالون وطلب حلاقة شعره. وافق الحلاق على حلاقة شعره، ودفع الطفل مقابل حلاقة شعر لطفل.

ج. بعد أن دفع الطفل، هل ازداد معدل المبلغ المدفوع للزبون في ذلك اليوم، أم انخفض، أم لم يتغير؟ علّوا.

د. بعد أن دفع الطفل، هل ازداد الانحراف المعياري في ذلك اليوم، أم انخفض، أم لم يتغير؟ فسّروا.

ن. اكملوا

البند أ

صالون "رأس طيب" هو صالون للحلاقة للرجال والأطفال. أمامكم قائمة أسعار الصالون:

حلاقة شعر لرجل: 50 شيكلاً؛ حلاقة شعر لطفل: 40 شيكلاً؛ تهذيب اللحية فقط: 20 شيكلاً؛ حلاقة شعر لرجل وتهذيب اللحية: 60 شيكلاً.

يفصل الجدول الذي أمامكم عدد الزبائن في الصالون في يوم معين حسب نوع الخدمة التي تلقوها:

ما هو عدد الزبائن الكلي الذين تلقوا خدمة في الصالون في ذلك اليوم؟

1 . نقرأ الجدول

نوع الخدمة	حلاقة شعر لرجل	حلاقة شعر لطفل	تهذيب اللحية فقط	شعر رجل ولحية
المبلغ (شيكل)	50	40	20	60
عدد الزبائن	14	23	10	3
المبلغ . عدد الزبائن	700	920	200	180

2 . العدد الكليّ

$$14 + 23 + 10 + 3 = 50$$

تلقي 50 زبوناً خدمة في ذلك اليوم.

3 . فحص

نقرأ الأنواع الأربعة مرّة واحدة، فتكراراتها $14 + 23 = 37$ و $10 + 3 = 13$ ؛ المجموع $37 + 13 = 50$ ✓

الجواب النهائي

50 زبوناً.

البند ب

ما هو المعدّل المبلغ الذي دفعه الزبون في ذلك اليوم؟

1 . المعطيات

من الجدول: 14 دفعوا 50، و 23 دفعوا 40، و 10 دفعوا 20، و 3 دفعوا 60 شيكلاً؛ العدد الكليّ 50.

2 . القانون

المعدّل $\bar{x} = \text{مجموع القيم} \div \text{عدد القيم}$.

3 . التعويض والحساب

$$\bar{x} = \frac{50 \cdot 14 + 40 \cdot 23 + 20 \cdot 10 + 60 \cdot 3}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{700 + 920 + 200 + 180}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{2,000}{50} = 40$$

4 . الاستنتاج والفحص

معدل المبلغ 40 شيكلاً؛ $2,000 = 40 \cdot 50$ ، وهو مجموع المدفوعات ✓

الجواب النهائي

40 شيكلاً.

البند ج

بعد انتهاء يوم العمل، وصل طفل إضافي إلى الصالون وطلب حلاقة شعره. وافق الحلاق على حلاقة شعره، ودفع الطفل مقابل حلاقة شعر لطفل.

بعد أن دفع الطفل، هل ازداد معدل المبلغ المدفوع للزبون في ذلك اليوم، أم انخفض، أم لم يتغير؟ عللوا.

1 . نقارن بالمعدل

دفع الطفل 40 شيكلاً، وهو يساوي المعدل السابق؛ إضافة قيمة مساوية للمعدل لا تغيّره.

2 . فحص بالقانون

$$\bar{x} = \frac{2,000 + 40}{50 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{2,040}{51} = 40$$

المعدل الجديد يساوي المعدل السابق ✓

الجواب النهائي

لم يتغير؛ دفع الطفل 40 شيكلاً، وهو يساوي المعدل (المعدل الجديد 40 شيكلاً).

البند د

بعد أن دفع الطفل، هل ازداد الانحراف المعياري في ذلك اليوم، أم انخفض، أم لم يتغير؟ فسّروا.

1 . المعطيات

المعدّل قبل إضافة الطفل وبعدها 40 شيكلاً، والمبلغ الذي دفعه الطفل يساوي المعدّل.

هذا البند يستعمل الانحراف المعياريّ، وهو خارج موضوعات كراسة 371؛ أُضيف شرحه بإذن خاصّ من الأستاذ لهذه الدورة.

2 . التفسير

الانحراف المعياريّ S يقيس بُعد القيم عن المعدّل. الفرق بين المبلغ الذي دفعه الطفل والمعدّل هو $40 - 40 = 0$. إضافة الطفل لا تغيّر المعدّل ولا تزيد مجموع مربّعات الفروق، لكنّ عدد القيم يزداد من 50 إلى 51؛ لذلك يصغر معدّل مربّعات الفروق، ويصغر جذره.

3 . فحص حسابيّ

نحسب مجموع مربّعات الفروق قبل إضافة الطفل:

$$\begin{aligned} &14(50 - 40)^2 + 23(40 - 40)^2 \\ &+ 10(20 - 40)^2 + 3(60 - 40)^2 \\ &= 1,400 + 0 + 4,000 + 1,200 = 6,600 \end{aligned}$$

قبل الإضافة:

$$S = \sqrt{\frac{6,600}{50}} = \sqrt{132} \approx 11.49$$

بعد الإضافة:

$$S = \sqrt{\frac{6,600 + 0}{51}} \approx 11.38$$

✓ إذن انخفض الانحراف المعياريّ $11.38 < 11.49$

الجواب النهائيّ

انخفض؛ القيمة المضافة تساوي المعدّل، فبقي مجموع مربّعات الفروق ثابتاً وازداد عدد القيم (حوالي 11.38 مقابل 11.49 شيكلاً).

الإجابات النهائية

السؤال	البند	الجواب
1	أ	الدواء «أ»: 25 ميليغراماً، والدواء «ب»: 50 ميليغراماً.
	ب	الدواء «ب»: بعد 3 ساعات يبقى 40% من كميّته البدائيّة، مقابل 80% في الدواء «أ».
	ج	الدواء «أ»: حوالي 16 ميليغراماً بعد 6 ساعات، وهو أكثر من 12 (في الدواء «ب» حوالي 8).
	د (1)	في الساعة 11 : 00 (بعد 3 ساعات من تناول الدواء).
	د (2)	20 ميليغراماً.
	هـ	حوالي 7.17% في كلّ ساعة.
2	أ	$\frac{1}{6}$ (قطاع واحد من 6 قطاعات متساوية).
	ب	$\frac{1}{3}$ (قطاعان من 6).
	ج	$\frac{2}{3}$ (أربعة قطاعات تحمل عدداً فردياً).
	د	$\frac{1}{9}$ (العدد 8 في الإدارتين).
	هـ	$\frac{5}{18}$ (7 ثم 9، أو 9 ثم 7، أو 8 ثم 8).
	أ	10 أمتار (القطر 20 متراً).
3	ب	50 متراً.
	ج	20 مرّة.
	د	$10\pi + 100$ متر، أي حوالي 131.42 متراً.
	أ	57.5 سم.
	ب	المثلث ADF يشبه المثلث ABG : زاويتان قائمتان عند F و G ، وزاوية A مشتركة.
4	ج	$k = \frac{3}{4}$ (من المثلث ADF إلى المثلث ABG).
	د	34.5 سم.
	هـ	لا؛ الفراغ بين الرّقين 11.5 سم، أقلّ من ارتفاع الكأس 12 سم.
	أ	30 صفحة ملصقات.
	ب	24 لوحاً من الورق المقوّى (ومثلها صفحات ملصقات).
5	أ	30 صفحة ملصقات.
	ب	24 لوحاً من الورق المقوّى (ومثلها صفحات ملصقات).

	ج	30 لوحاً من الورق المقوّى و15 صفحة ملصقات (120 شيكلاً قبل الزيادة، و138 شيكلاً بعدها).
6	أ	50 زبوناً.
	ب	40 شيكلاً.
	ج	لم يتغيّر؛ دفع الطفل 40 شيكلاً، وهو يساوي المعدّل (المعدّل الجديد 40 شيكلاً).
	د	انخفض؛ القيمة المضافة تساوي المعدّل، فبقي مجموع مربّعات الفروق ثابتاً وازداد عدد القيم (حوالي 11.38 مقابل 11.49 شيكل).