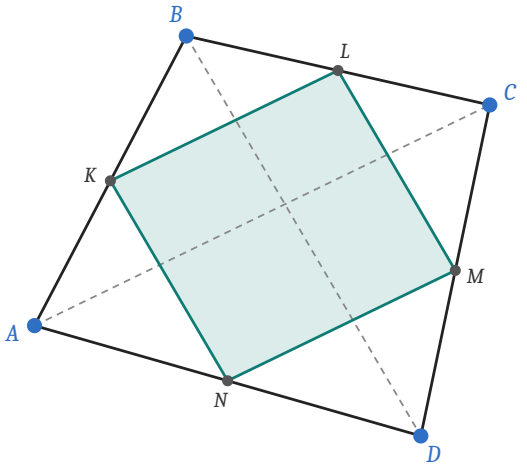
مبرهنة فارينيون – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

تنصّ **مبرهنة فارينيون** على أنّه إذا وصلنا بالترتيب بين منتصفات أضلاع أيّ شكل رباعي، نحصل دائمًا على متوازي أضلاع، مساحته نصف مساحة الشكل الرباعي، ومحيطه يساوي مجموع قطرَي الشكل الرباعي.

برهان النظرية:



$ABCD$ شكل رباعي محدّب (انظر الرسم).

- $K,\ L,\ M,\ N$ هي منتصفات الأضلاع $AB,\ BC,\ CD,\ DA$ على الترتيب.
- AC وBD قطرا الشكل الرباعي.

أ) برهن أنّ $KL \parallel AC$ وأنّ $KL = \frac{1}{2}AC$. برهن أيضًا أنّ $NM \parallel AC$ وأنّ $NM = \frac{1}{2}AC$.

ب) برهن أنّ الشكل الرباعي $KLMN$ هو متوازي أضلاع، وعبّر عن محيطه بواسطة AC وBD.

ت) برهن أنّ $S_{KBL} = \frac{1}{4}S_{ABC}$ وأنّ $S_{MDN} = \frac{1}{4}S_{ACD}$.

استنتج أنّ $S_{KBL} + S_{MDN} = \frac{1}{4}S_{ABCD}$.

ث) برهن أنّ $S_{KLMN} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$.

نفرض أنّ الشكل الرباعي $ABCD$ هو معيّن.

ج) (1) برهن أنّ الشكل الرباعي $KLMN$ هو مستطيل.

(2) معطى: طولا قطرَي المعيّن 6 سم و8 سم. احسب مساحة المستطيل $KLMN$ ومحيطه.

* * *

ح) هل يمكن أن يكون $KLMN$ مربّعًا، مع أنّ $ABCD$ ليس مربّعًا؟ إذا كان الجواب نعم، أعطِ مثالًا وبرهن ادّعاءك. إذا كان لا، علّل.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب