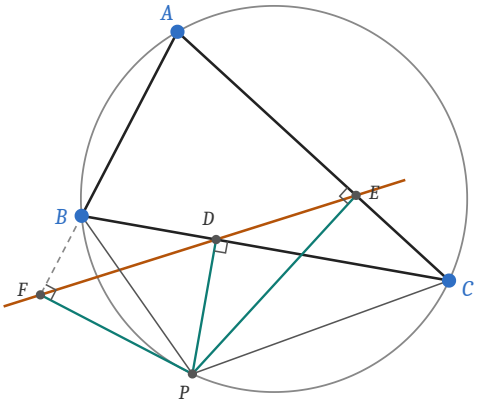
مستقيم سيمسون – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

لتكن P نقطة على الدائرة التي تحصر المثلث ABC. ننزل من P أعمدة على المستقيمات $AB,\ BC,\ CA$. تنصّ النظرية على أنّ **مواقع الأعمدة الثلاثة تقع على مستقيم واحد** — يُسمّى **مستقيم سيمسون** للنقطة P.

برهان النظرية:



في الرسم تقع P على القوس BC الذي لا يحتوي على A، و:

- F موقع العمود من P على المستقيم AB (على امتداد AB بعد B).
- D موقع العمود من P على الضلع BC.
- E موقع العمود من P على الضلع CA.

أ) برهن أنّ الشكل الرباعي $PFBD$ قابل للحصر داخل دائرة، وأنّ الشكل الرباعي $PDEC$ قابل للحصر داخل دائرة.

ب) برهن أنّ $\angle BDF = \angle BPF$، وأنّ $\angle CDE = \angle CPE$.

ت) برهن أنّ $\angle PBF = \angle PCE$. (تلميح: الشكل الرباعي $ABPC$.)

ث) استنتج أنّ $\angle BPF = \angle CPE$.

ج) برهن أنّ النقاط $F,\ D,\ E$ تقع على مستقيم واحد.

في هيئة محاور معطى المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0,0)$، $B(6,0)$، $C(2,4)$، والنقطة $P(2,-2)$.

ح) (1) بيّن أنّ مركز الدائرة التي تحصر المثلث ABC هو $(3,1)$، وأنّ النقطة P تقع على هذه الدائرة.

(2) جد مواقع الأعمدة النازلة من P على المستقيمات $AB,\ BC,\ CA$.

(3) بيّن أنّ النقاط الثلاث على مستقيم واحد، وجد معادلته.

* * *

خ) (العكس) النقطة P لا نعرف إن كانت على الدائرة. مواقع الأعمدة منها $F,\ D,\ E$ تقع كما في الرسم (F على امتداد AB بعد B، وD على BC، وE على CA)، وهي على مستقيم واحد. برهن أنّ P تقع على الدائرة التي تحصر المثلث ABC.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب