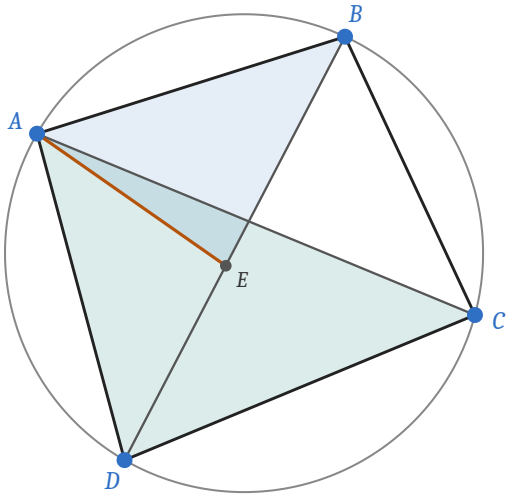
مبرهنة بطليموس – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

تنصّ **مبرهنة بطليموس** على أنّه في كلّ شكل رباعي قابل للحصر داخل دائرة، حاصل ضرب القطرين يساوي مجموع حاصلَي ضرب الأضلاع المتقابلة:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC.$$

برهان النظرية:



الشكل الرباعي $ABCD$ قابل للحصر داخل دائرة (انظر الرسم).

- AC وBD قطرا الشكل الرباعي.
- E نقطة على القطر BD بحيث $\angle BAE = \angle CAD$.

أ) برهن أنّ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$، واستنتج أنّ $AB \cdot CD = AC \cdot BE$.

ب) برهن أنّ $\angle BAC = \angle EAD$.

ت) برهن أنّ $\triangle ADE \sim \triangle ACB$، واستنتج أنّ $AD \cdot BC = AC \cdot DE$.

ث) أكمل برهان النظرية.

نفرض أنّ ABC مثلث متساوي الأضلاع، وأنّ P نقطة على الدائرة التي تحصر المثلث ABC، تقع على القوس BC الذي لا يحوي النقطة A.

ج) (1) برهن أنّ $PA = PB + PC$.

(2) معطى: $PB = 3$، $PC = 5$. احسب PA، واحسب طول ضلع المثلث ABC.

* * *

ح) $ABCDE$ مخمّس منتظم طول ضلعه 1، وطول قطره d. استعن بمبرهنة بطليموس في الشكل الرباعي $ABCD$ واحسب d.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب