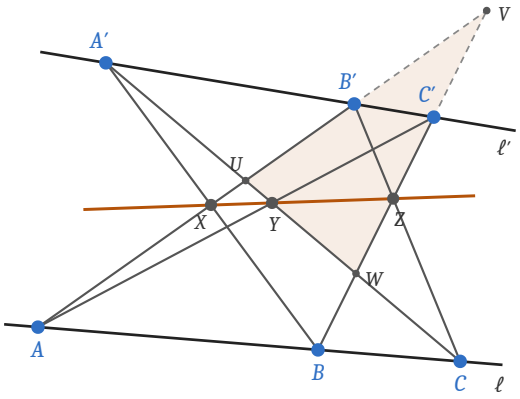
# مبرهنة بابوس – الهندسة المستوية

**5 وحدات رياضيات**

تنصّ **مبرهنة بابوس** على أنّه إذا وقعت النقاط $A, B, C$ على مستقيم $\ell$، ووقعت النقاط $A', B', C'$ على مستقيم $\ell'$، فإنّ نقاط التقاطع $X = AB' \cap A'B$، $Y = AC' \cap A'C$، $Z = BC' \cap B'C$ تقع على مستقيم واحد.

**الأداة — مبرهنة منلاوس بصيغتها ذات الإشارة:** النقاط $P \in VW$، $Q \in WU$، $R \in UV$ (على المستقيمات التي تقع عليها أضلاع المثلث $UVW$) تقع على مستقيم واحد إذا وفقط إذا $\frac{VP}{PW} \cdot \frac{WQ}{QU} \cdot \frac{UR}{RV} = -1$، حيث تكون كلّ نسبة سالبة إذا وقعت النقطة خارج الضلع.

**برهان النظرية:** (انظر الرسم)




- $U = CA' \cap AB'$، $V = AB' \cap BC'$، $W = BC' \cap CA'$.
- جميع النسب في البرهان ذات إشارة.

**أ)** بيّن على أيّ ضلع من أضلاع المثلث $UVW$ (أو امتداده) تقع كلّ واحدة من النقاط $A, B, C, A', B', C', X, Y, Z$.

**ب)** طبّق مبرهنة منلاوس على المثلث $UVW$ مع القاطع $\ell$، ثم مع القاطع $\ell'$. اكتب المساواتين.

**ت)** طبّق مبرهنة منلاوس على المثلث $UVW$ مع كلّ واحد من القواطع $A'B$ و$AC'$ و$B'C$. اكتب المساواة الثلاث.

**ث)** اضرب المساواة الثلاث من البند ت، واقسم على حاصل ضرب المساواتين من البند ب. استنتج أنّ $X, Y, Z$ على مستقيم واحد.

معطى في هيئة محاور: $A(3,0)$، $B(4,0)$، $C(5,0)$، $A'(0,4)$، $B'(0,5)$، $C'(0,6)$.

**ج)** (1) جد إحداثيّات النقاط $X,\ Y,\ Z$.

(2) برهن أنّ $X,\ Y,\ Z$ تقع على مستقيم واحد، وجد معادلته.

* * *

**ح)** المستقيمان $\ell$ و$\ell'$ يتقاطعان في النقطة $O$. معطى: $AB' \parallel A'B$ و$BC' \parallel B'C$. برهن أنّ $AC' \parallel A'C$.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب