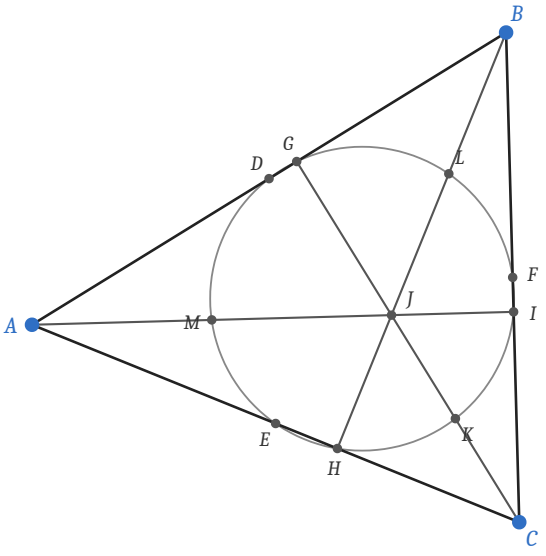
دائرة النقاط التسع (دائرة أويلر) – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

في الهندسة المستوية، يُطلق اسم **دائرة النقاط التسع** على الدائرة التي تمرّ بتسع نقاط مميّزة في مثلث ما، تقع ستٌّ منها على أضلاع المثلث نفسه (ما لم يكن المثلث منفرجَ الزاوية). وهذه النقاط هي (ثلاث نقاط من كلّ نوع):

- نقطة منتصف كلّ ضلع من أضلاع المثلث.
- نقطة التقاء الارتفاع بالضلع المقام عليه.
- نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواقعة على الارتفاع، الواصلة بين رأس المثلث ونقطة التقاء ارتفاعات المثلث.

بكلمات أخرى: في أيّ مثلث معطى، تمرّ دائرة بالنقاط التسع المذكورة أعلاه.



برهان النظرية:

في المثلث ABC (انظر الرسم):

- $D,\ E,\ F$ هي منتصفات الأضلاع $AB,\ AC,\ BC$ على الترتيب.
- $G,\ H,\ I$ هي نقاط التقاء الارتفاعات بالأضلاع $AB,\ AC,\ BC$ على الترتيب.
- J هي نقطة التقاء ارتفاعات المثلث.
- $M,\ L,\ K$ هي منتصفات القطع $AJ,\ BJ,\ CJ$ على الترتيب.

أ) (1) ما هو نوع الشكل الرباعي $MLFE$؟ علّل.
(2) استنتج أنّ الشكل الرباعي $MLFE$ قابل للحصر داخل دائرة.

ب) برهن أنّ الشكل الرباعي $MDFK$ هو مستطيل، واشرح لماذا تقع النقطتان $D,\ K$ على الدائرة التي تحصر الشكل الرباعي $MLFE$.

ت) بيّن لماذا تقع النقطة I أيضًا على الدائرة التي تحصر الشكل الرباعي $MLFE$.

ث) أكمل برهان النظرية: بيّن أنّ النقطتين $G,\ H$ تقعان أيضًا على هذه الدائرة.

نفرض أنّ المثلث ABC هو مثلث متساوي الأضلاع. نرمز بـ R_9 إلى نصف قطر دائرة النقاط التسع للمثلث ABC، وبـ R إلى نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABC.

ج) (1) برهن أنّ مركز دائرة النقاط التسع للمثلث ABC هو أيضًا مركز الدائرة التي تحصر المثلث ABC.
(2) احسب $\dfrac{R_9}{R}$.

* * *

ح) احسب $\dfrac{R_9}{R}$ في حالة أنّ المثلث ABC ليس مثلثًا متساوي الأضلاع.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب