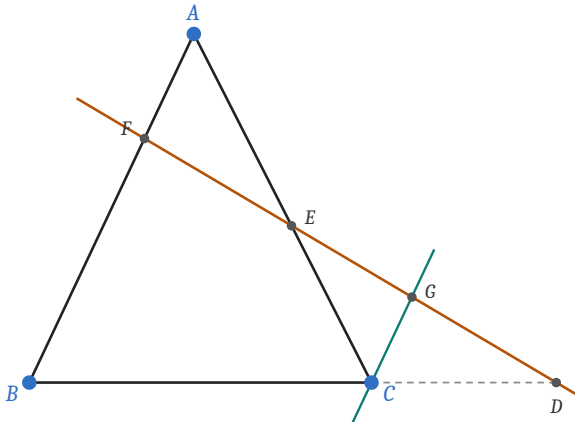
مبرهنة منلاوس – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

ليقطع مستقيمٌ لا يمرّ برؤوس المثلث ABC المستقيماتِ $AB,\ CA,\ BC$ في النقاط $F,\ E,\ D$ على الترتيب. تنصّ **مبرهنة منلاوس** على أنّ

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1.$$



برهان النظرية:

في الرسم يقطع المستقيم الضلعين AB وAC في F وE، ويقطع امتداد الضلع BC في D. نرسم من الرأس C مستقيمًا موازيًا لـ AB، فيقطع المستقيم DF في النقطة G.

أ) برهن أنّ $\triangle DCG\sim\triangle DBF$، واستنتج أنّ $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{BF}{CG}$.

ب) برهن أنّ $\triangle ECG\sim\triangle EAF$، واستنتج أنّ $\dfrac{CE}{EA}=\dfrac{CG}{AF}$.

ت) برهن مبرهنة منلاوس.

في المثلث ABC النقطة M منتصف الضلع BC، والنقطة P منتصف المتوسط AM. المستقيم BP يقطع الضلع AC في النقطة Q.

ث) (1) طبّق مبرهنة منلاوس على المثلث AMC والمستقيم BQ، واحسب النسبة $AQ:QC$.

(2) طبّق مبرهنة منلاوس على المثلث BQC والمستقيم AM، واحسب النسبة $BP:PQ$.

(3) معطى أنّ مساحة المثلث ABC هي 60. احسب مساحة المثلث ABQ.

* * *

ج) أطوال أضلاع المثلث ABC مختلفة. منصّفات الزوايا الخارجية عند الرؤوس $A,\ B,\ C$ تقطع المستقيمات $BC,\ CA,\ AB$ في النقاط $D,\ E,\ F$ على الترتيب. برهن أنّ النقاط $D,\ E,\ F$ تقع على مستقيم واحد. (يمكن الاستعانة بالحقيقة: منصّف الزاوية الخارجية عند A يقسم BC من الخارج بحيث $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$، وبعكس مبرهنة منلاوس: إذا وقعت النقاط الثلاث على امتدادات الأضلاع وتحقّقت المساواة، فهي على مستقيم واحد.)

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب