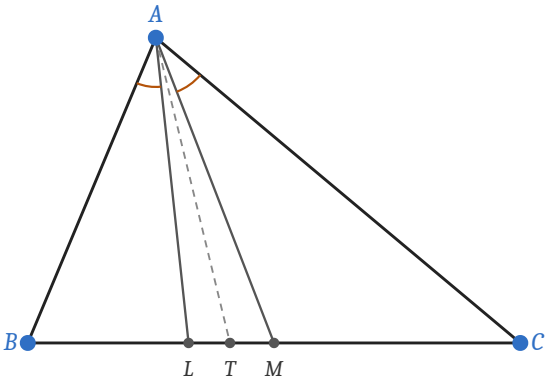
نقطة لوموان – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

نعكس متوسّط المثلث المرسوم من الرأس A حول منصّف الزاوية A، فنحصل على قطعة جديدة تُسمّى **السيميديان**. السيميديانات الثلاث في المثلث تلتقي في نقطة واحدة K تُسمّى **نقطة لوموان**.



الرموز: في المثلث ABC:
$a = BC,\ b = CA,\ c = AB$.

- AM متوسط (M منتصف BC)، وAT منصّف الزاوية $\angle BAC$.
- L نقطة على BC تحقّق $\angle BAL = \angle MAC$. القطعة AL هي السيميديان من الرأس A.

أ) برهن أنّ $\angle LAC = \angle BAM$.

ب) علّل لماذا $\dfrac{BL}{LC} = \dfrac{S_{ABL}}{S_{ALC}}$. استعن بالصيغة $S = \frac{1}{2}xy\sin\theta$ وبيّن أنّ $\dfrac{BL}{LC} = \dfrac{c\,\sin\angle BAL}{b\,\sin\angle LAC}$.

ت) طبّق الطريقة نفسها على المتوسط AM واستنتج أنّ $c\,\sin\angle BAM = b\,\sin\angle MAC$.

ث) برهن أنّ $\dfrac{BL}{LC} = \dfrac{c^2}{b^2}$.

معطى مثلث قائم الزاوية ABC ($\angle A = 90^\circ$)، فيه $AB = 3$، $AC = 4$.

ج) (1) احسب BL.

(2) برهن أنّ السيميديان AL هو ارتفاع المثلث.

ح) معطى (مبرهنة تشيفا): القطع AD, BE, CF إلى الأضلاع تلتقي في نقطة واحدة إذا وفقط إذا $\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB} = 1$. برهن أنّ السيميديانات الثلاث تلتقي في نقطة واحدة K.

* * *

خ) برهن أنّ النسبة بين بعدَي أيّ نقطة على AL عن المستقيمين AB وAC تساوي $\dfrac{c}{b}$. استنتج أنّ أبعاد K عن الأضلاع $BC,\ CA,\ AB$ تتناسب مع $a : b : c$.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب