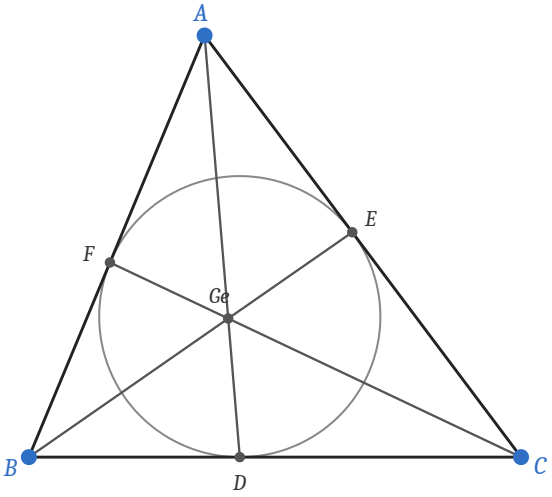
نقطة جيرغون – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

القطع الواصلة بين رؤوس المثلث ونقاط تماسّ الدائرة المحصورة داخل المثلث مع الأضلاع المقابلة تلتقي في نقطة واحدة، تُسمّى **نقطة جيرغون** Ge.



الرموز: الدائرة المحصورة داخل المثلث ABC تمسّ الأضلاع $BC,\ CA,\ AB$ في النقاط $D,\ E,\ F$ على الترتيب. $a = BC,\ b = CA,\ c = AB$، و $s = \frac{a+b+c}{2}$.

معطى (مبرهنة تشيفا): لنقاط D, E, F على الأضلاع BC, CA, AB: القطع AD, BE, CF تلتقي في نقطة واحدة إذا وفقط إذا $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$.

معطى (مبرهنة منلاوس): إذا قطع مستقيمٌ المستقيماتِ $YZ,\ ZX,\ XY$ للمثلث XYZ في U, V, W فإنّ $\frac{YU}{UZ} \cdot \frac{ZV}{VX} \cdot \frac{XW}{WY} = 1$.

أ) علّل لماذا $AE = AF$، $BF = BD$، $CD = CE$.
نرمز إليها بـ $x,\ y,\ z$ على الترتيب. برهن أنّ $x = s - a$، $y = s - b$، $z = s - c$.

ب) برهن أنّ القطع $AD,\ BE,\ CF$ تلتقي في نقطة واحدة.

ت) طبّق مبرهنة منلاوس على المثلث ABD والمستقيم CF، وبرهن أنّ $\frac{A\,Ge}{Ge\,D} = \frac{a(s-a)}{(s-b)(s-c)}$.

معطى مثلث أطوال أضلاعه $a = 21,\ b = 17,\ c = 10$.

ث) احسب $AF,\ BD,\ CE$، ثمّ احسب النسبة $\frac{A\,Ge}{Ge\,D}$.

ج) بيّن أنّه في المثلث المتساوي الأضلاع $\frac{A\,Ge}{Ge\,D} = 2$. ما هي النقطة Ge في هذه الحالة؟

* * *

ح) الدائرة الخارجية المقابلة للرأس A تمسّ BC في D'، والمقابلة لـ B تمسّ CA في E'، والمقابلة لـ C تمسّ AB في F'. معطى أنّ $BD' = s - c$ (وبالمثل $CE' = s - a$، $AF' = s - b$).

(1) برهن أنّ D و D' متناظرتان بالنسبة إلى منتصف BC.

(2) برهن أنّ القطع $AD',\ BE',\ CF'$ تلتقي في نقطة واحدة.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب