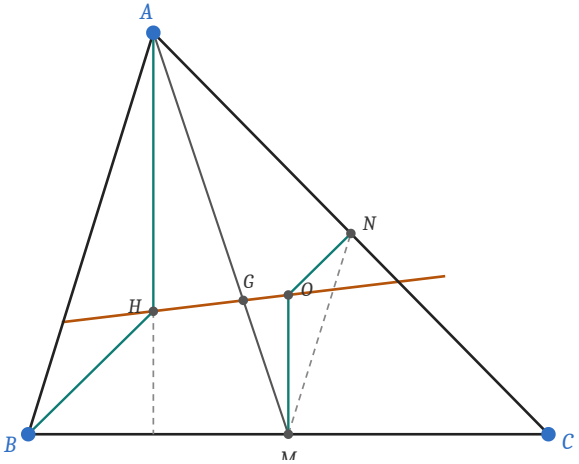
مستقيم أويلر – الهندسة المستوية

5 وحدات رياضيات

في كلّ مثلث ليس متساوي الأضلاع، تقع النقاط الثلاث: **مركز الدائرة التي تحصر المثلث**، و**نقطة التقاء المتوسطات**، و**نقطة التقاء الارتفاعات** على مستقيم واحد يُسمّى **مستقيم أويلر**. وفوق ذلك، تقع نقطة التقاء المتوسطات بين النقطتين الأخريين، وبُعدها عن نقطة التقاء الارتفاعات ضعف بُعدها عن المركز.



برهان النظرية:

في المثلث ABC (انظر الرسم):

- O مركز الدائرة التي تحصر المثلث ABC.
- H نقطة التقاء ارتفاعات المثلث.
- G نقطة التقاء متوسطات المثلث.
- $M,\ N$ منتصفا الضلعين $BC,\ AC$ على الترتيب.

أ) برهن أنّ $OM \parallel AH$، وأنّ $ON \parallel BH$.

ب) برهن أنّ $MN \parallel AB$، وأنّ $MN = \frac{1}{2}AB$.

ت) برهن أنّ $\triangle OMN \sim \triangle HAB$، واستنتج أنّ $AH = 2 \cdot OM$.

ث) المستقيم HO يقطع المتوسط AM في النقطة G'. برهن أنّ $\triangle AHG' \sim \triangle MOG'$، واستنتج أنّ $AG' = 2 \cdot G'M$.

ج) استنتج أنّ $G' = G$، أي أنّ النقاط $H,\ G,\ O$ تقع على مستقيم واحد، وأنّ $HG = 2 \cdot GO$.

في هيئة محاور معطى المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0,0)$، $B(6,0)$، $C(2,4)$.

ح) (1) جد إحداثيات النقاط $G,\ O,\ H$.

(2) جد معادلة مستقيم أويلر للمثلث، وتحقّق من أنّ $HG = 2 \cdot GO$.

* * *

خ) المثلث ABC ليس متساوي الأضلاع، ومستقيم أويلر الخاصّ به يمرّ بالرأس A. برهن أنّ $AB = AC$ أو أنّ $\angle BAC = 90°$.

مع احترامي،
معلّمكم خالد خطيب